

Aus dem Departement für Physik
Universität Freiburg (Schweiz)

Magneto-optische Effekte und Messung der elektrischen Tensorpolarisierbarkeit an einem Cäsium-Atomstrahl

INAUGURAL-DISSERTATION

zur Erlangung der Würde eines
Doctor rerum naturalium
der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Universität Freiburg in der Schweiz

vorgelegt von

Ulrich Rasbach

aus Dernbach (Deutschland)

Nr. der Dissertation: 1360
Hausdruckerei
2001

Von der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät der Universität
Freiburg in der Schweiz angenommen, auf Antrag von:

Prof. Dr. Peter Schurtenberger,
Prof. Dr. Antoine Weis,
Prof. Dr. Jean-Claude Dousse,
Priv. Doz. Dr. Robert Wynands.

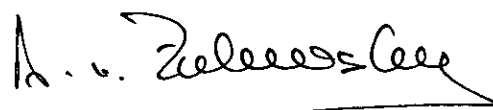
Freiburg, den 19.12.2001

Der Leiter der Doktorarbeit:



Prof. A. Weis

Der Dekan:



Prof. A. von Zelewsky

Für Stephanie.

Inhaltsverzeichnis

Abstract	ix
Zusammenfassung	xi
Einleitung	xiii
1 Die Wechselwirkung von Materie mit elektrischen und magnetischen Feldern	1
1.1 Die (lineare) Wechselwirkung von Licht mit Materie	2
1.2 Optisches Pumpen	4
1.3 Dopplereffekt und VOIGT-Profil	8
1.4 Der STARK-Effekt	10
1.5 Der ZEEMAN-Effekt	14
2 Der Faraday-Effekt	17
2.1 Allgemeines zum FARADAY-Effekt	17
2.2 Der lineare FARADAY-Effekt (LFE)	18
2.2.1 Der Einfluß des B -Feldes auf die Frequenzabhängigkeit des LFE	21
2.2.2 Der Einfluß des B -Feldes auf die Wellenfunktionen	26
2.3 Der nichtlineare FARADAY-Effekt (NLFE)	29
2.3.1 Der nichtlineare FARADAY-Effekt als Dreistufenprozeß	30
2.3.2 Behandlung des NLFE mit Ratengleichungen	37
2.4 Der nichtlineare FARADAY-Effekt in RAMSEY-Anordnung	42
3 Die Meßapparatur	49
3.1 Die Vakuumapparatur	50
3.1.1 Der Ofen	50
3.1.2 Das Strahlrohr	54
3.2 Die Laser	57
3.2.1 Frequenzstabilisierung auf den Atomstrahl	58
3.2.2 Frequenzstabilisierung mittels Selektiver Reflexion	60
3.2.3 Frequenzstabilisierung mittels Sättigungsspektroskopie	61
3.2.4 Frequenzstabilisierung auf ein Signal aus der Absorptionszelle	63
3.2.5 Frequenzstabilisierung mittels eines $DAVLL$	64
3.2.6 Leistungsstabilisierung des Lasers und Verwendung einer optischen Faser	67
4 Detektionsmethoden	69
4.1 Modulationsfreie Techniken	69
4.1.1 FARADAYS Methode der gekreuzten Polarisatoren	69
4.1.2 Methode der um 45° gegeneinander verdrehten Polarisatoren	70
4.2 Modulationstechniken	71

4.2.1	Benutzung eines FARADAY-Modulators	71
4.2.2	Magnetfeldmodulation	72
4.2.3	Benutzung eines Photoelastischen Modulators (PEM)	77
4.3	Doppelmodulationstechniken	80
5	Messungen zum LFE und NLFE	81
5.1	Messungen mit einem Laserstrahl	82
5.2	Messungen mit zwei Laserstrahlen	83
6	Die magnetometrische Empfindlichkeit	89
6.1	Definition der magnetometrischen Empfindlichkeit δB	89
6.2	Methoden zur Bestimmung von δB	90
6.2.1	Bestimmung von δB bei 1s Meßzeit	90
6.2.2	Bestimmung von δB mit Hilfe der Allan-Varianz	90
6.3	Zusammenstellung von Resultaten für δB	91
7	Eichungen von B- und E-Feld	93
7.1	Grundidee für die Eichungen von B oder E	94
7.2	Eichung des Magnetfeldes	95
7.3	Eichung des elektrischen Feldes	96
8	Die Tensorpolarisierbarkeit	103
8.1	Theoretische Vorüberlegungen	105
8.1.1	Wie kann man α_2 messen?	105
8.1.2	Was ist der geeignete atomare Übergang?	107
8.2	Messungen und Auswertungen	108
8.2.1	Aufnahme von Zeitreihen	109
8.2.2	Extrahieren von α_2	110
8.3	Untersuchung der systematischen Effekte	113
8.3.1	Abhängigkeit des Signals von der Pumprate	113
8.3.2	Abhängigkeit des Signals von der Intensität des Nachweislichtes	115
8.3.3	Abhängigkeit des Signals vom Grad der Zirkularpolarisation des Pump- und Nachweislichtes	116
8.3.4	Abhängigkeit des Resultats vom Winkel θ_E	116
8.3.5	Abhängigkeit des Signals vom Winkel zwischen E - und B -Feld	117
8.3.6	Unsicherheiten bei der Magnetfeldeichung	119
8.4	Endresultat für α_2	122
9	Maßnahmen zur Steigerung der Empfindlichkeit	127
9.1	Mechanische Stabilität	127
9.2	Verlängerung der Wechselwirkungszeit	127
9.2.1	Verringerung der longitudinalen Geschwindigkeit der Atome	128
9.2.2	Vergrößerung des Abstands zwischen Pump- und Nachweisregion	128
9.3	Laserkühlung	129
9.3.1	Kühlmechanismen	129
9.3.2	Messungen an einem gekühlten Strahl	133
10	Ausblick	137

A Jones-Formalismus und Stokesvektor	139
A.1 Der Jones-Formalismus	139
A.2 Der Stokes-Vektor	140
B Die Maxwell-Boltzmann Verteilung	145
C Der Stromtreiber	149
D Eichung des Faraday-Modulators	153
E Der Aharonov-Casher Effekt	155
F Signale zur Messung der Tensorpolarisierbarkeit	159
G Faraday-Ramsey Signale für zirkular polarisiertes Licht	165
G.1 Monochromatischer Atomstrahl	165
G.2 Thermischer Atomstrahl	168
H Die neue Spulen-/Elektrodenhalterung	171
Eigene Publikationen	187
Danksagung	189
CURRICULUM VITAE	191

Abstract

This work reports on theoretical and experimental studies of magneto-optical effects in a cesium atomic beam. The goal of these investigations was to measure the forbidden electrical tensor polarizability of the cesium atom with the help of FARADAY-RAMSEY-spectroscopy (FRS), a technique developed by our group in the past years. The tensor polarizability was determined as

$$\alpha_2 = 334 (2) (25) \cdot 10^{-10} \frac{\text{Hz}}{\left(\frac{\text{V}}{\text{cm}}\right)^2}$$

with a statistical uncertainty of 0.7%. The quite important systematical error of 7.6% is due to mechanical inaccuracies of the apparatus. A new setup with high precision mechanical parts will improve the accuracy of the experimental result by one order of magnitude.

In this work, the simplest linear magneto-optical effect, i.e. the resonant linear FARADAY effect (LFE), which describes the rotation of the plane of polarization of linearly polarized light crossing a sample exposed to a magnetic field, was measured in a cesium atomic beam on the D_2 transition of cesium. This experiment represents the first measurement of the LFE under Doppler-free conditions. The interpretation of the measured line shapes requires to include the effect of hyperfine wave function mixing in the theoretical treatment of the problem. In this way an excellent agreement between the theoretical and experimental results was obtained.

FRS itself is a nonlinear technique with spatially separated optical pump and probe regions. Optical pumping is used to create ($\Delta m = 2$)-coherences (spin alignment) when using linearly polarized light or, when using circularly polarized light, ($\Delta m = 1$)-coherences (spin polarization). These coherences traverse a shielded interaction zone of 30 cm and are probed downstream by a second laser beam. The detection is performed either by an absorption measurement or by polarimetric techniques. The expected spectroscopic line shapes were calculated on the basis of a three step model. The coherences can be influenced by static magnetic and/or electric fields applied in the interaction zone. By scanning the magnetic field, one gets a damped oscillatory structure (RAMSEY fringes) which has depending on the geometry and/or the modulation technique an absorptive or a dispersive shape. A static electric field in the interaction zone leads to a shift of the central zero crossing. The technique is extremely sensitive to E -field induced phase shifts, that can thus be measured in a very precise way.

The linear and the quadratic STARK effect have been measured with the described apparatus. The moving atoms experience a motional B -field in their rest frame that is proportional to the applied E -field. This leads to a linear STARK shift of the ZEEMAN substates which can be calculated exactly and thus be used for the experimental calibration of the electric field integral

taking fringe fields into account.

With the apparatus calibrated in this way, the tensor polarizability could be measured. The tensor polarizability α_2 leads to a splitting of the magnetical sublevels which is proportional to m^2 . A theoretical model was used to determine the optimal geometry for the measurement of α_2 .

The tensor polarizability appears first in third order perturbation theory and is thus suppressed by seven orders of magnitude with respect to the scalar polarizability. The interest in the tensor polarizabilities lies in the discrepancy of theoretical and experimental values for these quantities. The result presented in this work confirms earlier measurements and has the potential – with a slightly improved apparatus – to become ten times more precise than the former measurements.

This technique can easily be extended to all other alkali isotopes.

First experimental steps have been undertaken to extend the length of the interaction zone in order to improve the signal to noise ratio. This extension requires the compensation of the signal loss by an optical collimation of the atomic beam in a two dimensional optical molasses zone. First quantitative results of this transverse cooling are presented.

Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit werden theoretische und experimentelle Untersuchungen von magneto-optischen Effekten an einem Cäsium-Atomstrahl beschrieben. Das Ziel dieser Untersuchungen bestand darin, die in der Arbeitsgruppe entwickelte Methode der FARADAY-RAMSEY-Spektroskopie (FRS) anzuwenden, um die verbotene, elektrische Tensorpolarisierbarkeit von Cäsium zu messen. Dieses Ziel wurde erreicht, und die Tensorpolarisierbarkeit konnte zu

$$\alpha_2 = 334(2)(25) \cdot 10^{-10} \frac{\text{Hz}}{\left(\frac{\text{V}}{\text{cm}}\right)^2}$$

mit einem statistischen Fehler von 0.7% bestimmt werden. Die relativ große systematische Unsicherheit von 7.6% stammt fast ausschließlich von Ungenauigkeiten im apparativen Aufbau, welche in naher Zukunft durch eine Neukonstruktion hoher Präzision um mindestens eine Größenordnung reduziert werden kann.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurde der einfachste, lineare magneto-optische Effekt, nämlich der resonante lineare FARADAY-Effekt (LFE), der die Drehung der Polarisationssebene von linear polarisiertem Licht beim Durchgang durch ein in einem Magnetfeld befindliches Medium beschreibt, an einem Cäsium-Atomstrahl auf der D_2 -Linie von Cäsium gemessen. Dieses Experiment stellt die erste Messung des LFE unter dopplerfreien Bedingungen dar. Zum Verständnis der dabei auftretenden Linienformen mußten die vom Magnetfeld induzierten Mischungen der Hyperfeinwellenfunktionen in der theoretischen Modellierung berücksichtigt werden. Dies führte zu einer ausgezeichneten Übereinstimmung der theoretischen und experimentellen Spektren.

Die eigentliche FRS ist eine nichtlineare Technik mit räumlich getrennten, optischen Pump- und Nachweisregionen. Resonantes Laserlicht erzeugt über optisches Pumpen mit linearer Polarisation ($\Delta m = 2$)-Kohärenzen (Spin-Alignment) und mit zirkularer Polarisation ($\Delta m = 1$)-Kohärenzen (Spin-Polarisation). Diese Kohärenzen werden nach Passieren einer magnetisch abgeschirmten Flugstrecke von 30 cm (Wechselwirkungszone) von einem zweiten Laserstrahl abgefragt. Der Nachweis geschieht entweder über Absorption oder mit polarimetrischen Techniken. Die jeweils zu erwartenden Signale wurden in einem Dreistufenmodell theoretisch modelliert.

In der Wechselwirkungszone können kontrolliert statische Magnetfelder und/oder elektrische Felder angelegt werden, welche die Kohärenz beeinflussen. Das Nachweissignal beschreibt in Abhängigkeit eines Magnetfeldes eine gedämpfte, oszillierende Struktur (RAMSEY-Streifenmuster), die durch geeignete Geometrien und/oder Modulationstechniken einen dispersiven Verlauf erhält. Effekte von elektrischen Feldern führen zu einer Verschiebung des zentralen Nulldurchgangs. Dadurch ist diese Technik extrem empfindlich auf kleinste E -Feld

induzierte Phasenverschiebungen, die man daher mit großer Präzision messen kann.

Mit der beschriebenen Apparatur wurden der lineare und der quadratische STARK-Effekt untersucht. Das elektrische Feld bewirkt, daß die Atome in ihrem Ruhesystem ein zum E -Feld proportionales Magnetfeld (*motional B field*) sehen. Dies führt zu einer linearen STARK-Verschiebung der ZEEMAN-Niveaus, welche exakt berechenbar ist und somit zur experimentellen Eichung des elektrischen Feldes unter Berücksichtigung von Randfeldern verwendet werden kann.

Mit der so geeichten Apparatur konnte dann die Tensorpolarisierbarkeit gemessen werden. Die Tensorpolarisierbarkeit äußert sich in einer m^2 -abhängigen Aufspaltung der magnetischen Unterzustände. Mit Hilfe von Modellrechnungen wurde eine optimale Geometrie ermittelt, mit der schließlich quantitative Messungen durchgeführt werden konnten.

Das Interesse an der Tensorpolarisierbarkeit, die für Alkaliatome erst in dritter Ordnung Störungstheorie auftritt und daher um 7 Größenordnungen gegenüber der skalaren Polarisierbarkeit unterdrückt ist, besteht aufgrund einer großen Diskrepanz zwischen experimentellen und theoretischen Werten. Das vorliegende Resultat bestätigt frühere Messungen und hat das Potential, mit einer apparativen Verbesserung, die bereits vorbereitet wurde, zehnmal genauer zu werden, als die früheren Messungen.

Ferner kann die beschriebene Technik problemlos auf alle anderen Alkaliisotope angewendet werden.

Darüberhinaus wurden in der vorliegenden Arbeit erste Schritte zur Verlängerung der Apparatur unternommen, wodurch das Signal-zu-Rauschen-Verhältnis, sprich die Empfindlichkeit, gesteigert wird, wenn man gleichzeitig den Atomstrahl mit einer zweidimensionalen, optischen Melasse kollimiert. Auch hierzu wurden quantitative Messungen durchgeführt.

Einleitung

Seit Ende der 70er Jahre des letzten Jahrhunderts gibt es eine Diskrepanz von bis zu 13 Standardabweichungen zwischen experimentellen und theoretischen Werten für die verbotene, elektrische Tensorpolarisierbarkeit des Grundzustandes der Alkaliatome. Diese Situation ist extrem unbefriedigend, da die Tensorpolarisierbarkeit verantwortlich ist für systematische Effekte bei den Frequenzstandards (*atomic clocks*) und bei Messungen zur Suche nach einem permanenten, elektrischen Dipolmoment (EDM). Letztere sind der Schwerpunkt der Experimente in unserer Arbeitsgruppe; jedoch werden statt freier Atome (aktuell Cäsium) Atome in festem Helium untersucht. Ein zuverlässiger Wert für die elektrische Tensorpolarisierbarkeit von Cäsium könnte hier helfen, den Einfluß des Heliumkristalls auf die elektronische Struktur des Atoms zu verstehen und zu modellieren. Aber auch generell stellt die genaue Kenntnis der Tensorpolarisierbarkeit, welche insbesondere bei Alkaliatomen stark unterdrückt ist, einen empfindlichen Test für atomphysikalische Berechnungen dar.

Die Existenz der elektrischen Tensorpolarisierbarkeit manifestiert sich in einer relativen Verschiebung von benachbarten ZEEMAN-Untersuständen der Hyperfeinniveaus des Grundzustandes um etwa 1 Hz in einem statischen, elektrischen Feld von $10 \frac{\text{kV}}{\text{cm}}$. Der Nachweis dieser winzigen Energieverschiebung kann durch die Messung eines quadratischen STARK-Effekts erfolgen, indem man die Verschiebung von Magnetresonanzlinien beobachtet oder, wie in der vorliegenden Arbeit beschrieben, durch Messung eines sogenannten *zero field level crossing* Signals.

In den letzten Jahren hat sich gezeigt, daß die in unserer Arbeitsgruppe entwickelte Technik der FARADAY-RAMSEY-Spektroskopie hervorragend für diese hochempfindlichen Messungen geeignet ist. Bei dieser Methode handelt es sich um eine Variante des nichtlinearen FARADAY-Effekts, bei der, analog zu der von N. F. RAMSEY vorgeschlagenen und 1989 mit dem Nobelpreis ausgezeichneten Methode, in räumlich getrennten Zonen ein atomares Ensemble präpariert wird, es dann mit externen Feldern wechselwirken kann und schließlich in einer dritten Region detektiert wird.

In der vorliegenden Arbeit werden daher theoretische und experimentelle Studien zum linearen und nichtlinearen FARADAY-Effekt beschrieben; letzterer wird sowohl im Einstrahl- als auch im Zweistrahl-Experiment studiert. Neben verschiedenen Detektionsmethoden werden auch einige Maßnahmen zum Erzielen einer großen magnetometrischen Empfindlichkeit diskutiert, die die zuverlässige Messung der Tensorpolarisierbarkeit überhaupt erst ermöglicht haben. Ferner bedarf es zuverlässiger Eichungen von Magnetfeldern und elektrischen Feldern. Letztere werden mit Hilfe von Rechnungen und der Messung des AHARONOV-CASHER-Effektes sehr präzise durchgeführt.

Das benötigte Handwerkszeug zum Verständnis der in der vorliegenden Arbeit diskutierten Physik wird in eigenen Kapiteln und in den zahlreichen Anhängen zur Verfügung gestellt.

Kapitel 1

Die Wechselwirkung von Materie mit elektrischen und magnetischen Feldern

In der vorliegenden Arbeit wird die Messung der elektrischen Tensorpolarisierbarkeit an spin-kohärenten, paramagnetischen Atomen durchgeführt. Hierbei gibt es drei wesentliche Aspekte:

- Die Erzeugung der Spinkohärenz mit optischen Methoden.
- Der Nachweis der Spinkohärenz mit optischen Methoden.
- Die Wechselwirkung der Spinkohärenz mit statischen, elektrischen und magnetischen Feldern.

Die Grundlagen zum Verständnis und zur Beschreibung dieser drei Punkte sollen in diesem Kapitel geschildert werden:

In Abschnitt 1.1 werden die lineare Dispersion und Absorption diskutiert, die bei der Wechselwirkung von Licht mit Materie auftreten. Diese können sich drastisch ändern, wenn sich das Medium in einem äußeren Feld befindet. Der Fall des starken elektrischen Wechselfeldes (optisches Pumpen) wird in Abschnitt 1.2, der des statischen, elektrischen Feldes \mathcal{E} in Abschnitt 1.4 und der des statischen Magnetfeldes in Abschnitt 1.5 besprochen. Außerdem führt die Bewegung der Atome in einem Medium (atomarer Dampf oder Atomstrahl) zu einer Veränderung der Dispersions- und Absorptionseigenschaften; dies wird in Abschnitt 1.3 diskutiert.

Man kann nun den Einfluß eines statischen Magnetfeldes B auf das atomare Ensemble mit Hilfe des linearen FARADAY-Effekts (LFE) untersuchen (siehe Kapitel 2.2). Beim nichtlinearen FARADAY-Effekt (NLFE) werden die Atome erst durch Licht präpariert (siehe Kapitel 2.3), bevor man Effekte von B - und \mathcal{E} -Feldern auf das Medium studiert.

Der Hamiltonoperator für ein Atom in äußeren, statischen und oszillierenden, elektromagnetischen Feldern ist durch

$$\mathcal{H}_{tot} = \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_{hf} + \mathcal{H}_{WW} + \mathcal{H}_{Zeeman} + \mathcal{H}_{Stark} . \quad (1.1)$$

gegeben. Hier bezeichnen \mathcal{H}_0 den Hamiltonoperator des freien Atoms ohne Hyperfeinwechselwirkung¹, \mathcal{H}_{hf} die Beiträge aufgrund der Hyperfeinwechselwirkung, \mathcal{H}_{WW} den Beitrag aufgrund der Wechselwirkung des Atoms mit dem elektrischen Feld des Lichtes, \mathcal{H}_{Zeeman} den Anteil, der

¹Wir spalten hier die Hyperfeinwechselwirkung explizit ab, da sie bei der Diskussion der Tensorpolarisierbarkeit eine wichtige Rolle spielt.

durch die Wechselwirkung mit einem statischen Magnetfeld auftritt und \mathcal{H}_{Stark} den Anteil, der die Wechselwirkung mit einem statischen, elektrischen Feld \mathcal{E} beschreibt. Da es nicht möglich ist, alle Beiträge gleichzeitig zu behandeln und zu berücksichtigen, muß man gegebenenfalls Näherungen machen, d.h., man muß schauen, welche Beiträge dominieren und welche man als kleine Störung auffassen kann. Dazu muß man jeden Beitrag einzeln kennen, weswegen alle Beiträge zum Hamiltonoperator aus Gleichung (1.1) separat diskutiert werden.

1.1 Die (lineare) Wechselwirkung von Licht mit Materie

Die Wechselwirkung von Licht mit Materie wird durch den Beitrag \mathcal{H}_{WW} zum Gesamt-Hamiltonoperator beschrieben. Hier wollen wir unter Materie ein optisch dünnes Ensemble von nicht miteinander wechselwirkenden, paramagnetischen Ein-Elektron-Atomen (Alkaliatomen) verstehen. Im allgemeinen dominiert die elektrische Dipolwechselwirkung, so daß man schreiben kann:

$$\mathcal{H}_{WW} = - \vec{d} \cdot \vec{E}. \quad (1.2)$$

Es bezeichnen

$$\vec{d} = e \cdot \vec{r}$$

den elektrischen Dipoloperator (klassisch wird das Leuchtelektron mit der Ladung $e = -|e|$ um $|\vec{r}|$ aus seiner Gleichgewichtslage ausgelenkt) und

$$\vec{E} = \vec{E}_q(z, t) = \vec{\xi}(q) \frac{E}{2} \left(e^{i(kz - \omega t)} + c.c. \right) \quad (1.3)$$

das elektrische Feld eines 100% polarisierten Lichtstrahls (ebene Welle), der sich längs \hat{z} ausbreitet. Seine Polarisation ist durch den Spinor $\vec{\xi}(q)$ und seine Amplitude durch E gegeben. Näheres findet man in Anhang A.

Gleichung (1.2) schreibt sich in kartesischen Koordinaten in der Form

$$\mathcal{H}_{WW} = - \vec{d} \cdot \vec{E} = - \sum_{i=x,y,z} d_i E_i; \quad (1.4)$$

mit sphärischen Tensorkoordinaten lautet der Ausdruck

$$\mathcal{H}_{WW} = - \vec{d} \cdot \vec{E} = - \sum_{q=-1}^{+1} (-1)^q d_{-q} E_q. \quad (1.5)$$

Dann ist $E_q = \xi_q E$ die q -te Komponente des E -Feldes; sie beinhaltet insbesondere die Information über die Lichtpolarisation. Die Komponenten des Polarisationsvektors $\vec{\xi}(q)$ werden in dieser Schreibweise zu Komponenten $\xi_q \triangleq T_q^{(k=1)}$ eines Tensors vom Rang Eins.

Das elektrische Feld prägt dem Medium durch die induzierten Dipolmomente eine makroskopische Polarisation \vec{P} auf, für die in der klassischen Theorie

$$\vec{P} = \rho e \vec{r} = \varepsilon_0 \chi \vec{E}$$

gilt, wenn ρ die Teilchenzahldichte, $\varepsilon_0 = 8.8542 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}}$ die elektrische Feldkonstante und χ die *dielektrische Suszeptibilität* bezeichnen. Für ein isotropes Medium ist χ eine skalare Größe; im allgemeinen ist χ jedoch ein Tensor. Das LORENTZ-Modell liefert den klassischen Ausdruck

$$\chi_{kl} = \frac{\rho e^2}{\varepsilon_0 m} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega} \approx \frac{\rho e^2}{2\varepsilon_0 m \omega_0} \frac{1}{(\omega_0 - \omega) - i\frac{\gamma}{2}}. \quad (1.6)$$

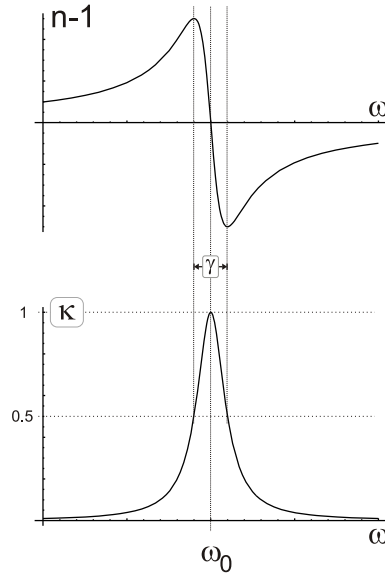


Abbildung 1.1: Der Brechungsindex n und der Absorptionskoeffizient κ in Abhängigkeit der Lichtfrequenz ω für ein ruhendes Atom.

Die rechte Seite erhält man in der Nähe der atomaren Resonanz ($\omega \approx \omega_0$) für $\gamma \ll \omega_0$. Der Realteil von χ ist eine dispersive, der Imaginärteil eine absorptive Lorentz-Kurve, deren volle Breiten jeweils γ sind, falls die Atome in Ruhe sind. Der Einfluß der Bewegung der Atome wird in Abschnitt 1.3 diskutiert.

Definiert man den *komplexen Brechungsindex* gemäß

$$N \equiv n' + i n'' \equiv n + i n'', \quad (1.7)$$

so gelten für optisch dünne Medien, d.h. $Re(\chi)$, $Im(\chi) \ll 1$ die Beziehungen (siehe Abbildung 1.1)

$$n - 1 = \frac{1}{2} Re(\chi) \propto \frac{x_\omega}{x_\omega^2 + 1}$$

und

$$n'' = \frac{1}{2} Im(\chi) \propto \frac{1}{x_\omega^2 + 1}.$$

Hier ist

$$x_\omega \equiv \frac{\omega_0 - \omega}{\frac{\gamma}{2}}$$

ein dimensionsloses Maß für die optische Verstimmung $\omega_0 - \omega$. Der *Absorptionskoeffizient* κ erfüllt dann die Gleichung

$$\kappa = \frac{\omega}{c} Im(\chi) = \frac{2\omega}{c} n''. \quad (1.8)$$

Der klassische Ausdruck für die Suszeptibilität in Gleichung (1.6) wird in der *quantenmechanischen Formulierung* zu

$$\chi_{qm} = \frac{\rho_g - \rho_e}{\hbar \varepsilon_0} \frac{|\langle e | \vec{d} | g \rangle|^2}{(\omega_0 - \omega) - i \gamma_2}. \quad (1.9)$$

Hierin bezeichnen ρ_g und ρ_e die Gleichgewichts-Populationen im Grundzustand ($|g\rangle$) und im angeregten Zustand ($|e\rangle$) bei Abwesenheit von Licht, $\langle e | \vec{d} | g \rangle$ das Dipolmatrixelement für den

Übergang $|g\rangle \rightarrow |e\rangle$ und γ_2 die Dephasierungsrate des Dipols, die auch transversale Relaxationsrate genannt wird. Generell bestimmt die Zerfallsrate der optischen Kohärenz² die Breite der Resonanzlinie. Hier kann man somit auch

$$\gamma_2 \equiv \gamma_{eg}$$

schreiben, wobei γ_{eg} die inverse Lebensdauer des durch das Licht erzeugten, oszillierenden Dipols, der einer kohärenten Überlagerung des angeregten und des Grundzustands entspricht, darstellt. Es handelt sich hier also um eine intrinsische Breite, die man, falls der Zustand $|g\rangle$ stabil ist ($\gamma_g = 0$), wie folgt vereinfachen kann:

$$\gamma_{eg} = \frac{\gamma_e + \gamma_g}{2} = \frac{\gamma_e}{2} \equiv \frac{\gamma}{2},$$

wenn γ_e die inverse Lebensdauer des angeregten Zustandes ist. Jedoch kann γ_{eg} durch Stöße oder stimulierte Emissionsprozesse beeinflusst werden.

Für die theoretischen Betrachtungen werden die Formeln in *cgs*-Einheiten benutzt, um einen direkten Vergleich zu den in den meisten Publikationen angegebenen Beziehungen zu erhalten. Man muß dann folgende Sachverhalte beachten:

$$\chi_{qm} = \frac{\rho_g - \rho_e}{\hbar} \frac{|\langle e | \vec{d} | g \rangle|^2}{(\omega_0 - \omega) - i \gamma_2} \quad (1.10)$$

ersetzt Gleichung (1.9);

$$n - 1 = 2 \pi \operatorname{Re}(\chi);$$

$$n'' = 2 \pi \operatorname{Im}(\chi)$$

und

$$\kappa = 4 \pi \frac{\omega}{c} \operatorname{Im}(\chi) = \frac{2 \omega}{c} n'' \quad (1.11)$$

ersetzt Gleichung (1.8).

1.2 Optisches Pumpen

Nachdem wir in Abschnitt 1.1 lineare Prozesse bei der Wechselwirkung von Licht mit Materie studiert haben, d.h. Prozesse, die unabhängig von der eingestrahnten Intensität des Lichtes sind, wollen wir in diesem Abschnitt nichtlineare Prozesse diskutieren. Bei letzteren werden die Eigenschaften des Mediums abhängig von der eingestrahnten Intensität verändert. Außerdem spielt die Polarisation des Lichtes eine zentrale Rolle.

Die Methode des optischen Pumpens wurde von A. Kastler im Jahre 1950 vorgeschlagen, um die relativen Besetzungszahlen in ZEEMAN- oder Hyperfeinniveaus des Grundzustandes zu verändern, wodurch die optischen Eigenschaften des Mediums beeinflusst werden. Dies läßt sich durch die Veränderung der Transmission oder Fluoreszenz und der Polarisation eines Lichtstrahls beim Durchgang durch das optisch gepumpte Medium nachweisen.

In diesem Abschnitt werden die in dieser Arbeit benötigten Grundlagen des optischen Pumpens zusammengefaßt. Nähere Einzelheiten findet man beispielsweise in den Artikeln [CTK66], [HM67] und [Hap72].

²Ist die Zerfallsrate $\frac{\gamma}{2}$, so ist γ die volle Linienbreite. Der Zerfall des Dipolmomentes erfolgt also gemäß $e^{-\frac{\gamma}{2} t}$.

Der sogenannte *semi-klassische, inkohärente* Zugang zur Theorie der Dispersion erfolgt mit Ratengleichungen, wie sie auch in der vorliegenden Arbeit in Kapitel 2.3.2 für den komplexen Fall des Cäsiums, einem Mehrniveau-Atom, benutzt werden. An dieser Stelle wollen wir uns zunächst auf ein Zweiniveau-Atom mit den Niveaus $|a\rangle$ und $|b\rangle$, wobei $E_b - E_a > 0$, beschränken:

Es gibt drei Prozesse, die die Population (Besetzungszahl) der beiden Niveaus verändern. Dies sind die (*stimulierte*) *Absorption* (γ_{Abs}), die *stimulierte Emission* (γ_{stim}) und die *spontane Emission* (γ_{spont}). In Klammern wurde jeweils die Rate notiert, mit der der jeweilige Prozeß erfolgt. Da die Rate für die stimulierten Prozesse dieselbe ist, können wir die *Pumprate* γ_p einführen, für die gilt:

$$\gamma_p = \gamma_{Abs} = \gamma_{stim}.$$

Der spontane Prozeß ist abhängig von der Lebensdauer τ_b des angeregten Zustandes, so daß man schreiben kann

$$\gamma = \gamma_{spont} = \gamma_b = \frac{1}{\tau_b}.$$

Mit diesen Definitionen kann man sich nun die Änderung der Besetzungszahlen ρ_a von Zustand $|a\rangle$ und ρ_b von Zustand $|b\rangle$ pro Zeiteinheit anschauen. Es gelten, falls $|a\rangle$ stabil ist ($\gamma_a = 0$), die beiden Ratengleichungen:

$$\begin{aligned}\dot{\rho}_a &= -\gamma_p \rho_a + \gamma_p \rho_b + \gamma \rho_b \\ \dot{\rho}_b &= +\gamma_p \rho_a - \gamma_p \rho_b - \gamma \rho_b.\end{aligned}\tag{1.12}$$

Man sieht, daß die Gesamtpopulation konstant ist, d.h. man kann

$$\rho_a + \rho_b = 1$$

setzen. Die Besetzungszahlen sind durch den BOLTZMANN-Faktor gegeben:

$$\rho_{a,b} \propto e^{-\frac{E_{a,b}}{k_B T}},$$

wobei $k_B = 1.38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}} = 86 \frac{\mu\text{eV}}{\text{K}}$ die BOLTZMANN-Konstante ist. Man spricht hier auch von *thermischer Besetzung*.

Die Inversion, beziehungsweise die Bestzungszahldifferenz

$$\Delta\rho = \rho_a - \rho_b$$

ändert sich folglich ebenfalls in Abhängigkeit von der Zeit gemäß

$$\begin{aligned}\dot{\Delta\rho} &= -2\gamma_p \rho_a + 2\gamma_p \rho_b + 2\gamma \rho_b \\ &= -(2\gamma_p + \gamma) \Delta\rho + \gamma.\end{aligned}\tag{1.13}$$

Die Bedingung $\dot{\Delta\rho} = 0$ liefert die Gleichgewichtslösung (*steady-state*):

$$\Delta\rho^{(steady-state)} = \frac{\gamma}{2\gamma_p + \gamma} = \frac{1}{1 + \hat{S}}.$$

Hier wurde der *Sättigungsparameter*

$$\hat{S} \equiv \frac{2\gamma_p}{\gamma} = \frac{\gamma_p}{\gamma/2}$$

eingeführt, der die Pumprate in Einheiten der halben Zerfallsrate mißt und somit eine dimensionslose Größe ist, die den Pumpvorgang charakterisiert.

Diese Definition unterscheidet sich um einen Faktor Zwei von der Definition für S , wie man sie üblicherweise bei einer *semi-klassischen, kohärenten* Behandlung des Problems mit Dichtematrix/Bloch-Gleichungen benutzt. Da in der vorliegenden Arbeit weder der Dichtematrix-Formalismus noch die Bloch-Gleichungen direkt verwendet werden, sollen nur die benötigten Definitionen und Zusammenhänge aufgezeigt werden.

Die *Rabifrequenz*

$$\Omega_{Rabi} = \frac{\langle a | \vec{d} | b \rangle \vec{E}}{\hbar} \quad (1.14)$$

beschreibt die Kopplung von atomaren ($\langle a | \vec{d} | b \rangle$) und Laborgrößen (\vec{E}); sie bestimmt also die Wechselwirkung. Mit dieser Frequenz oszillieren die Populationen im Resonanzfall zwischen den Zuständen $|a\rangle$ und $|b\rangle$.

Für die Intensität I einer Lichtwelle der Form $\vec{E}(t) = \vec{E} \cos(\omega t)$ kann man

$$I = c \varepsilon_0 \langle \vec{E}(t) \rangle_t = \frac{1}{2} c \varepsilon_0 E^2 \quad (1.15)$$

schreiben.

Da die Pumprate durch

$$\gamma_p = \frac{\Omega_{Rabi}^2}{\gamma_2}$$

gegeben ist, und für die *longitudinale Relaxationsrate*³

$$\gamma_1 = \gamma_b = \gamma$$

sowie für die *transversale Relaxationsrate*⁴

$$\gamma_2 = \gamma_{ab} = \frac{\gamma_a + \gamma_b}{2}$$

gelten, können wir den Sättigungsparameter S einführen:

$$S = \frac{\gamma_p}{\gamma_1} = \frac{\Omega_{Rabi}^2}{\gamma_1 \gamma_2} = \frac{I}{I_{Sat}}. \quad (1.16)$$

Der Sättigungsparameter spiegelt somit die Konkurrenz zwischen Pumprate γ_p und der Zerfallsrate der Inversion (γ_1) wider.

Falls nun $\gamma_a = 0$, d.h.

$$\gamma_2 = \gamma_{ab} = \frac{\gamma_b}{2} = \frac{\gamma}{2}$$

erfüllt ist, so kann man auch

$$S = \frac{I}{I_{Sat}} = \frac{2 \Omega_{Rabi}^2}{\gamma^2} \quad (1.17)$$

schreiben. Hierin bezeichnet

$$I_{Sat} = \frac{\pi \hbar c \gamma}{3 \lambda^3} \quad (1.18)$$

³Die Inversion relaxiert mit γ_1 .

⁴Der oszillierenden Dipol relaxiert mit γ_2 .



















m =	-1	0	1	\mathcal{P}_z	\mathcal{A}_{zz}
				0	0
		—	—	-1	-1
	—		—	0	2
	—	—		+1	-1
		—		0	-1
				1/3	0
				0	0
 = 1,  = 1/2,  = 1/3,  = 1/6					

Abbildung 1.2: Einige Beispiele für (Spin-)Polarisation und Alignment in einem System mit $F = 1$.

die *Sättigungsintensität*, wenn man die Hyperfeinwechselwirkung vernachlässigt. Für den Übergang $|F_g = 4\rangle \rightarrow |F_e = 5\rangle$ der D_2 -Linie von Cäsium beträgt $I_{Sat} = 1.1 \frac{\text{mW}}{\text{cm}^2}$.

Das optische Pumpen als solches wird benutzt, um einen Nicht-Gleichgewichtszustand der Population in verschiedenen Quantenzuständen zu erzeugen und aufrecht zu erhalten. Dies können Zustände mit verschiedener Energie sein, verschiedene Feinstrukturniveaus (J), verschiedene Hyperfeinstrukturniveaus oder verschiedene ZEEMAN-Unterniveaus (m_J , m_F). Letzteren Fall bezeichnet man als atomare *Orientierung*.

Die Orientierung heißt *(Spin-)Polarisation* (\mathcal{P}), falls die Besetzungszahldifferenz zwischen positiven und negativen m -Zuständen erzeugt wird. Es gilt dann für die longitudinale Komponente der Polarisation

$$\mathcal{P}_z = \sum_m \rho_m m. \quad (1.19)$$

Wird die Besetzungszahldifferenz zwischen Zuständen mit verschiedenem $|m|$ erzeugt, so spricht man von *Alignment*. (Spin-)Polarisation und Alignment sind makroskopische Eigenschaften des atomaren Ensembles. Für die in dieser Arbeit verwendete longitudinale Komponente des Alignments gilt

$$\mathcal{A}_{zz} = \sum_m \rho_m [F(F+1) - 3m^2]. \quad (1.20)$$

In Abbildung 1.2 sind einige Beispiele für (Spin-)Polarisation und Alignment für ein atomares Ensemble mit $F = 1$ angegeben. In diesem speziellen Fall wird aus Gleichung (1.19)

$$\mathcal{P}_z = \rho_1 - \rho_{-1}$$

und aus Gleichung (1.20)

$$\mathcal{A}_{zz} = 3\rho_0 - 1.$$

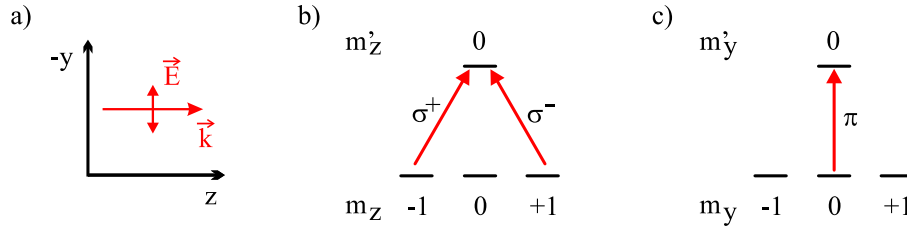


Abbildung 1.3: Wählt man das Koordinatensystem wie in a), so erhält man bei der Wahl der z -Achse als Quantisierungsachse das Pumpschema in b) und bei der Wahl der y -Achse als Quantisierungsachse das Pumpschema in c). Das Schema in b) bezeichnet man auch als Λ -(Lambda-)System. Näheres findet sich im Text.

Die Größe der Kohärenz hängt von der Wahl der Quantisierungsachse ab!

Dies soll anhand von von Abbildung 1.3 erläutert werden. Abbildung 1.3a) zeigt ein Koordinatensystem, in dem die Ausbreitungsrichtung des Lichtes (\hat{k}) längs \hat{z} und die Schwingungsrichtung der linearen Polarisation des Lichtes längs \hat{y} liegen. Für die atomaren Zustände werde hier die Basis $\{|m_g\rangle = |-1\rangle, |0\rangle, |+1\rangle\}$ gewählt. Wenn die z -Achse Quantisierungsachse ist, zerlegt man die lineare Polarisation in links- und rechtszirkuläre Anteile. Man erhält das Pumpschema aus Abbildung 1.3b), das wegen seiner Form auch als Λ -System bezeichnet wird. Es ist sofort einsichtig, daß die Zustände mit $m = \pm 1$ entleert werden und somit $\rho_0 > \frac{1}{3}$ wird; es baut sich ein Alignment $0 \leq \mathcal{A}_{zz} \leq 2$ auf. Wählt man, wie in Abbildung 1.3c) die y -Achse als Quantisierungsachse, so muß man das Pumpen mit π -Licht diskutieren. Der Zustand mit $m = 0$ wird entleert und man wird ein anderes Alignment (und auch eine andere Polarisation) aufbauen, nämlich $-1 \leq \mathcal{A}_{yy} \leq 0$.

Generell ist es so, daß man je nach Problem geeignete räumliche Koordinaten und dazu passende Basiszustände für das atomare System wählt. Hiervon wird in Kapitel 2.3.1 Gebrauch gemacht. Abschließend sei angemerkt, daß man mit S aus Gleichung (1.17) streng genommen den Sättigungsparameter für den optischen Übergang bezeichnet. Hiervon muß man den Sättigungsparameter S^{Pump} für das optische Pumpen unterscheiden. Bezeichnet

$$\gamma_R = \frac{\langle v \rangle}{d}$$

die Relaxationsrate aufgrund der endlichen Aufenthaltsdauer eines Atoms der mittleren Geschwindigkeit $\langle v \rangle$ in einem Lichtstrahl der Breite d , so gilt

$$S^{Pump} = \frac{\gamma_p}{\gamma_R} = \frac{\gamma_p}{\gamma} \frac{\gamma}{\gamma_R} = S \frac{\gamma}{\gamma_R}. \quad (1.21)$$

Anhand dieser Beziehung sieht man, daß das optische Pumpen hundert bis tausend mal leichter gesättigt werden kann als der optische Übergang, weshalb man nichtlineare Effekte durch optisches Pumpen auch schon mit Spektrallampen in der Mitte des letzten Jahrhunderts beobachten konnte (siehe die in [CTK66] zitierten Quellen).

1.3 Dopplereffekt und Voigt-Profil

In diesem Abschnitt soll der Mechanismus der inhomogenen Linienverbreiterung, d.h. der *Dopplereffekt*, diskutiert werden. Zwar ist sein Einfluß auf die Linienbreiten in Dampfzellen ca. 30 mal größer als bei Experimenten an einem Atomstrahl, dennoch tritt bei letzteren stets ein residueller Dopplereffekt auf. Dieser verbreitert die Resonanzlinien allerdings um weniger als

der Frequenzabstand zu den jeweils benachbarten Hyperfeinniveaus, weswegen diese Art von Experimenten zu den *Sub-Doppler*-Techniken gehört.

Woher kommt nun diese Linienverbreiterung?

Ein Atom, das sich mit der Geschwindigkeit \vec{v} bewegt, sieht die Frequenz ω einer elektromagnetischen Welle, die sich längs \hat{k} ausbreitet, gemäß

$$\omega' = \omega - \vec{k} \cdot \vec{v}$$

verschoben, wobei $|\vec{k}| = \frac{\omega}{c}$ gilt. Wenn man nun annimmt, daß $\vec{k} = \frac{\omega}{c} \hat{z}$ und $v_z = v$ gelten, so wird aus Gleichung (1.8) bzw. (1.11) für den Absorptionskoeffizienten die folgende, geschwindigkeitsabhängige Beziehung:

$$\kappa(\omega, v) = \frac{\kappa_0 \gamma_2^2}{(\omega_0 - \omega + \omega \frac{v}{c})^2 + \gamma_2^2}. \quad (1.22)$$

Hierin bezeichnet κ_0 den Absorptionskoeffizienten auf Resonanz. Da wir nur Geschwindigkeiten in einer Dimension anschauen, erhalten wir mit der Verteilungsfunktion $f_{1D}(v_z)$ aus Gleichung (B.1) und $u = \frac{v}{v_0}$ einen Ausdruck für den *inhomogenen* Absorptionskoeffizienten:

$$\begin{aligned} \kappa(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} \kappa(\omega, v) f_{1D}(v) dv \\ &= \frac{\kappa_0 \gamma_2^2}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-u^2}}{(\omega_0 - \omega + \omega \frac{v_0}{c} u)^2 + \gamma_2^2} du \end{aligned} \quad (1.23)$$

Da

$$v_0 = \sqrt{\frac{2k_B T}{m}}$$

gilt, kann man die DOPPLER-Breite gemäß

$$\Gamma_D = \omega_0 \frac{v_0}{c} \approx \omega \frac{v_0}{c} \quad (1.24)$$

definieren. Mit dieser Definition kann man jetzt Gleichung (1.23) umschreiben und erhält

$$\kappa(\omega) = \frac{\kappa_0}{\sqrt{\pi}} \frac{\gamma_2^2}{\Gamma_D^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-u^2}}{\left(\frac{\omega_0 - \omega}{\Gamma_D} + u\right)^2 + \left(\frac{\gamma_2}{\Gamma_D}\right)^2} du. \quad (1.25)$$

Wenn wir nun die dimensionslosen Größen

$$y \equiv \frac{\omega - \omega_0}{\Gamma_D} \quad \text{und} \quad a \equiv \frac{\gamma_2}{\Gamma_D} \quad (1.26)$$

eingeführen, erhalten wir die inhomogene Linienform

$$\kappa(y) = \frac{\kappa_0}{\sqrt{\pi}} a^2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-u^2}}{(u - y)^2 + a^2} du, \quad (1.27)$$

die man auch als VOIGT-Integral bezeichnet.

Zu beachten gilt jedoch folgende Beziehung zwischen der in Gleichung (1.24) definierten Dopplerbreite Γ_D und der Halbwertsbreite Γ_D^{FWHM} einer Linie mit DOPPLER-Verbreiterung:

$$\Gamma_D^{FWHM} = 2\sqrt{\ln 2} \Gamma_D. \quad (1.28)$$

Die Linienform in Gleichung (1.27) geht im Grenzfall $\Gamma_D \gg \gamma_2$, d.h. im DOPPLER-Limit, in eine reine GAUSS-Form über.

Jeder thermische Atomstrahl besitzt eine endliche Divergenz, die durch das Verhältnis von transversaler Geschwindigkeit v_{trans} zu longitudinaler Geschwindigkeit v_{long}

$$\mathcal{K} = \frac{v_{trans}}{v_{long}} \quad (1.29)$$

charakterisiert wird. Die Größe \mathcal{K} in Gleichung (1.29) heißt *Kollimationsverhältnis*. In [Dem96] wird gezeigt, daß ein kollimierter Atomstrahl eine DOPPLER-Breite Γ_{Strahl} hat, die über

$$\Gamma_{Strahl} \equiv \Gamma_D^{Strahl} = \Gamma_D \mathcal{K} \quad (1.30)$$

mit der DOPPLER-Breite Γ_D in einer Dampfzelle zusammenhängt. In der Praxis setzt man nun in den Ausdrücken (1.26) statt Γ_D den Wert für Γ_{Strahl} ein; bei den Experimenten im Atomstrahl kann man in der Regel γ_2 durch $\frac{\gamma}{2}$ ersetzen (siehe Abschnitt 1.1).

1.4 Der Stark-Effekt

In diesem Abschnitt soll nur qualitativ der Einfluß eines statischen, elektrischen Feldes auf die Energieniveaus des Grundzustandes von Cäsium diskutiert und der Zusammenhang mit der in dieser Arbeit gemessenen elektrischen Tensorpolarisierbarkeit α_2 erläutert werden. Die neuesten Veröffentlichungen zu diesem Thema stammen aus den Jahren 1998 ([DK98]) und 1999 ([SJD99]).

Der STARK-Effekt, d.h. die Wechselwirkung eines Mediums mit einem statischen, elektrischen Feld \mathcal{E} , wird durch den Beitrag

$$\mathcal{H}_{Stark} = - \vec{d} \cdot \vec{\mathcal{E}} \quad (1.31)$$

(siehe zum Beispiel [Sob96], [MK94] oder [Shi68]) zum Gesamt-Hamiltonoperator (1.1) beschrieben, wobei wieder $\vec{d} = -|e| \vec{r}$ der elektrische Dipoloperator ist, und $\vec{\mathcal{E}}$ das statische, elektrische Feld bezeichnet.

Faßt man \mathcal{H}_{Stark} als Störoperator auf, dann liefert die erste Ordnung Störungstheorie eine Verschiebung der Energieniveaus von Zuständen $|J, m_J\rangle$ um

$$\Delta E_{Stark}^{(1)} = \langle J, m_J | \mathcal{H}_{Stark} | J, m_J \rangle = |e| \mathcal{E}_z \langle J, m_J | z | J, m_J \rangle ,$$

falls $\vec{\mathcal{E}} \parallel \hat{z}$ liegt. Da die Zustände $\Psi_{J, m_J} = |J, m_J\rangle$ des Cäsiumatoms eine definierte Parität besitzen und sie nicht mit Zuständen anderer Parität entartet sind, gilt hier

$$\Delta E_{Stark}^{(1)} \propto \langle J, m_J | z | J, m_J \rangle = \int_{Raum} z |\Psi_{J, m_J}|^2 dV \equiv 0 , \quad (1.32)$$

da das Integral für $+z$ und $-z$ identisch sein muß. Wir müssen also zur zweiten Ordnung Störungstheorie übergehen, um einen Einfluß des elektrischen Feldes auf die Energieniveaus zu sehen. Hierbei gilt dann die Beziehung

$$\Delta E_{Stark}^{(2)} = e^2 \mathcal{E}^2 \sum_{J', m_{J'}} \frac{\langle J, m_J | z | J', m_{J'} \rangle \langle J', m_{J'} | z | J, m_J \rangle}{E_{J'} - E_J} . \quad (1.33)$$

Da ein äußeres, elektrisches Feld im Atom ein Dipolmoment induziert, ist die STARK-Verschiebung bzw. STARK-Aufspaltung mit der Polarisierbarkeit $\alpha = (\alpha)_{ik}$ verknüpft:

$$\Delta E_{Stark}^{(2)} = -\frac{1}{2} \sum_{i,k} \alpha_{ik} \mathcal{E}_i \mathcal{E}_k = -\frac{1}{2} \alpha_{zz} \mathcal{E}_z^2. \quad (1.34)$$

Die letzte Gleichheit gilt wegen $\vec{\mathcal{E}} \parallel \hat{z}$. In Gleichung (1.34) sind α_{ik} bzw. α_{zz} Komponenten des Polarisierbarkeitstensors. Diesen Tensor kann man in einen skalaren (α_{sk} : Tensor nullter Stufe) und einen tensoriellen (α_{ten} : Tensor zweiter Stufe) Anteil zerlegen. Insgesamt kann man also für die Energieaufspaltung

$$\Delta E_{Stark}(J) = \Delta E_{Stark}^{(1)} + \Delta E_{Stark}^{(2)} = \Delta E_{Stark}^{(2)} \quad (1.35)$$

(siehe Gleichung (1.32)) den Ausdruck

$$\Delta E_{Stark}(J) = -\frac{1}{2} \alpha_{sk} \mathcal{E}^2 - \frac{1}{2} \alpha_{ten} \frac{3m_J^2 - J(J+1)}{J(2J-1)} \mathcal{E}^2 \quad (1.36)$$

benutzen (siehe [AS68]), wenn das \mathcal{E} -Feld in z -Richtung zeigt. Man sieht, daß eine identische Verschiebung aller $|J, m_J\rangle$ -Zustände durch α_{sk} auftritt, daß aber auch eine Energieaufspaltung, die von $|m_J|$ abhängt, erfolgt. Letztere wird von α_{ten} verursacht. Gleichung (1.36) beinhaltet den Spezialfall für den gestreckten Zustand (*stretched state*) $|J, m_J = J\rangle$; für ihn gilt

$$\Delta E_{Stark}^{stretched}(J) = -\frac{1}{2} (\alpha_{sk} + \alpha_{ten}) \mathcal{E}^2.$$

Da sich α_{ten} als Erwartungswert eines Tensoroperators $T_0^{(2)}$ vom Rang 2 schreiben läßt ([AS68]):

$$\alpha_{ten} \propto \left\{ \begin{matrix} J & J & 2 \\ 1 & 1 & J' \end{matrix} \right\} \langle J || T^{(2)} || J \rangle, \quad (1.37)$$

verschwindet α_{ten} exakt für den sphärisch symmetrischen $6S_{1/2}$ -Grundzustand von Cäsium, da $J = 1/2$ gilt⁵:

$$\alpha_{ten}^{Cs}(6S_{1/2}) \propto \langle 1/2 || T^{(2)} || 1/2 \rangle \equiv 0. \quad (1.38)$$

Berücksichtigt man (1.38), so erhält man aus Gleichung (1.36) zusammen mit (1.35) und (1.33) die Beziehung

$$\Delta E_{Stark}(J) = -\frac{1}{2} \alpha_{sk} \mathcal{E}^2 = e^2 \mathcal{E}^2 \sum_{J', m_{J'}} \frac{|\langle J', m_{J'} | z | J, m_J \rangle|^2}{E_{J'} - E_J}. \quad (1.39)$$

Erst in dritter Ordnung Störungstheorie tritt der Einfluß der Tensorpolarisierbarkeit auf die Energieniveaus des Grundzustandes durch den gemeinsamen Einfluß von STARK-Wechselwirkung (\mathcal{H}_{Stark}) und Hyperfeinwechselwirkung (\mathcal{H}_{hf}) auf. Letztere hat verschiedene Beiträge (siehe [LS64], [San67], [AS68]):

$$\mathcal{H}_{hf} = \mathcal{H}_{Kontakt} + \mathcal{H}_{Dipol-Dipol} + \mathcal{H}_{elektr.Quadrupol},$$

⁵Im vorliegenden Fall verschwindet nicht nur das reduzierte Matrixelement, sondern auch das $6j$ -Symbol in (1.37).

welche gewöhnlich durch die Kopplungskonstanten $A_{6S_{1/2}}$, $A_{6P_{3/2}}$ und $B_{6P_{3/2}}$ parametrisiert werden:

$$\begin{aligned}\mathcal{H}_{Kontakt} &\propto A_{6S_{1/2}} \\ \mathcal{H}_{Dipol-Dipol} &\propto A_{6P_{3/2}} \\ \mathcal{H}_{elektr.Quadrupol} &\propto B_{6P_{3/2}}.\end{aligned}\tag{1.40}$$

Betrachtet man also den Störoperator

$$\mathcal{H}_{Stör} = \mathcal{H}_{Stark} + \mathcal{H}_{hf}$$

und berücksichtigt in dritter Ordnung Störungstheorie nur die Terme, in denen \mathcal{H}_{Stark} quadratisch auftritt⁶, so erhält man mit

$$|g\rangle = |6S_{1/2}, m_J, I, m_I\rangle$$

und

$$|i\rangle = |nP_J, m_J, I, m_I\rangle$$

den Ausdruck

$$\Delta E_{Stark}^{(3)} \sim e^2 \mathcal{E}^2 \sum_{|i\rangle \neq |g\rangle} \frac{\langle g|z|i\rangle \langle i|\mathcal{H}_{hf}|i\rangle \langle i|z|g\rangle}{(E_i - E_g)^2} + \frac{\langle g|\mathcal{H}_{hf}|g\rangle \langle g|z|i\rangle \langle i|z|g\rangle}{(E_i - E_g)^2} + \frac{\langle g|z|i\rangle \langle i|z|g\rangle \langle g|\mathcal{H}_{hf}|g\rangle}{(E_i - E_g)^2}.\tag{1.41}$$

Nehmen wir Gleichung (1.39) und die dominanten Terme aus Gleichung (1.41), so können wir eine Näherung für die Energieaufspaltung angeben:

$$\Delta E_{Stark}^{(3)} \sim \Delta E_{Stark}(J) \sum_{|i\rangle \neq |g\rangle} \frac{\langle g|\mathcal{H}_{hf}|g\rangle + \langle i|\mathcal{H}_{hf}|i\rangle}{E_i - E_g}.\tag{1.42}$$

Der Ausdruck in Gleichung (1.42) ist nach dem bislang gesagten gleichbedeutend mit

$$\alpha_{ten} \sim \alpha_{sk} \sum_{|i\rangle \neq |g\rangle} \frac{\langle g|\mathcal{H}_{hf}|g\rangle + \langle i|\mathcal{H}_{hf}|i\rangle}{E_i - E_g}.\tag{1.43}$$

Mit Hilfe von (1.43) können wir einige Abschätzungen für die auftretenden Größen zu machen.

Dazu benutzen wir die Notation aus [San67], die die Polarisierbarkeit α in Abhängigkeit von F darstellt. Aus den Originalformeln ((2.11a) und (2.11b)) in [San67], wo die einzelnen Beiträge der Hyperfeinwechselwirkung diskutiert werden, können wir folgende, allgemein gültigen Beziehungen für die Polarisierbarkeiten $\alpha(F_{\pm}, m_{F_{\pm}})$ extrahieren, wenn wir $F_{\pm} = I \pm \frac{1}{2}$ und $m_{F_{\pm}} = m$ setzen:

$$\alpha(F_+, m) = \alpha_{sk} + \alpha_{10} + (\alpha_{12} + \alpha_{02}) \frac{3m^2 - F_+(F_+ + 1)}{I(2I + 1)}\tag{1.44}$$

und

$$\alpha(F_-, m) = \alpha_{sk} - \frac{I+1}{I} \alpha_{10} + \left(\alpha_{12} + \frac{2I+3}{2I-1} \alpha_{02} \right) \frac{3m^2 - F_-(F_- + 1)}{I(2I + 1)}.\tag{1.45}$$

⁶Aus Paritätsgründen verschwinden hier wieder alle Beiträge, die räumliche Koordinaten mit ungeradem Exponenten beinhalten.

Die hierin auftretende Größe α_{10} ⁷ kommt von dem Kontakttermbeitrag und ist eine F -abhängige Korrektur zur skalaren Polarisierbarkeit. Die Beiträge α_{12} und α_{02} stammen aus der Dipol-Dipol- und der elektrischen Quadrupolwechselwirkung.

Den Ausdruck für die Energieaufspaltung in Gleichung (1.36) kann man in der Basis $|F, m_F\rangle$ daher modifizieren zu

$$\Delta E_{Stark}(F_{\pm}, m) = -\frac{1}{2} \alpha_0(F_{\pm}) \mathcal{E}^2 - \frac{1}{2} \alpha_2(F_{\pm}) \frac{3m^2 - F_{\pm}(F_{\pm} + 1)}{I(2I + 1)} \mathcal{E}^2, \quad (1.46)$$

wobei für die F -abhängige, korrigierte, skalare Polarisierbarkeit

$$\alpha_0(F_+) = \alpha_{sk} + \alpha_{10} \quad \text{bzw.} \quad \alpha_0(F_-) = \alpha_{sk} - \frac{I+1}{I} \alpha_{10} \quad (1.47)$$

und für die F -abhängige, korrigierte Tensorpolarisierbarkeit

$$\alpha_2(F_+) = \alpha_{12} + \alpha_{02} \quad \text{bzw.} \quad \alpha_2(F_-) = \alpha_{12} + \frac{2I+3}{2I-1} \alpha_{02} \quad (1.48)$$

gelten.

Für das in dieser Arbeit untersuchte Cäsium können wir die Gleichungen (1.44) und (1.45) explizit auswerten. Dies liefert, da $I = \frac{7}{2}$ ist:

$$\alpha(4, m) = \alpha_{sk} + \alpha_{10} + (\alpha_{12} + \alpha_{02}) \frac{3m^2 - 20}{28} \quad (1.49)$$

und

$$\alpha(3, m) = \alpha_{sk} - \frac{9}{7} \alpha_{10} + \left(\alpha_{12} + \frac{5}{3} \alpha_{02} \right) \frac{3m^2 - 12}{28}. \quad (1.50)$$

Jetzt können wir abschätzen, wie stark α_{10} , α_{12} und α_{02} gegenüber der skalaren Polarisierbarkeit α_{sk} unterdrückt sind:

Dazu benutzen wir die Parametrisierung aus (1.40) und setzen diese zusammen mit dem Energienenner

$$E_i - E_g = E_{6P_{3/2}} - E_{6S_{1/2}} \equiv \Delta E_{optisch} \approx h \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ MHz}$$

in Gleichung (1.43) ein. Wir erhalten:

$$\begin{aligned} f_{10} &\equiv \frac{\alpha_{10}}{\alpha_{sk}} \sim \frac{h A_{6S_{1/2}}}{\Delta E_{optisch}} \approx 10^{-5}, \\ f_{12} &\equiv \frac{\alpha_{12}}{\alpha_{sk}} \sim \frac{h A_{6P_{3/2}}}{\Delta E_{optisch}} \approx 10^{-7}, \\ f_{02} &\equiv \frac{\alpha_{02}}{\alpha_{sk}} \sim \frac{h B_{6P_{3/2}}}{\Delta E_{optisch}} \approx 10^{-9}. \end{aligned} \quad (1.51)$$

Wir haben hier die Kopplungskonstanten

$$A_{6S_{1/2}} = 2298.157 \text{ MHz}, \quad A_{6P_{3/2}} = 50.34 \text{ MHz} \quad \text{und} \quad B_{6P_{3/2}} = -0.38 \text{ MHz}$$

⁷Sie wurde in [SLC98] mit einer Genauigkeit (im Sinne von *accuracy*) von $2 \cdot 10^{-3}$ bestimmt.

aus [AIV77] benutzt, die von den in [GLW69] angegebenen abweichen.

Die in dieser Arbeit gemessene Tensorpolarisierbarkeit α_2 ist somit um sieben Größenordnungen gegenüber der skalaren Polarisierbarkeit α_{sk} unterdrückt.

Die Gleichungen (1.49) und (1.50) liefern prinzipiell sogar die Möglichkeit, nicht nur α_2 zu bestimmen, sondern sogar die Einzelbeiträge α_{12} und α_{02} , wenn man Experimente an beiden Hyperfein-Grundzustandsniveaus separat durchführen kann und die Empfindlichkeit der Apparatur hinreichend groß ist.

Häufig gibt man statt der durch das elektrische Feld induzierten Energieaufspaltung die damit verbundene Frequenzaufspaltung:

$$\Delta\nu_{Stark} = \frac{\Delta E_{Stark}}{h}$$

an. Hierdurch gelangt man zu der (vor allem im Labor) nützlichen Beziehung

$$[\alpha_2] = \frac{\text{Hz}}{\left(\frac{\text{V}}{\text{cm}}\right)^2},$$

d.h. man gibt die durch die Tensorpolarisierbarkeit verursachte Frequenzverschiebung normiert auf das Quadrat der elektrischen Feldstärke an. Diese Angabe ist wesentlich intuitiver als eine Angabe in a_0^3 ($a_0 = 5.29177 \cdot 10^{-9} \text{ cm}$: BOHR'scher Radius) oder in cm^3 bzw. m^3 . Letzteres wäre die Einheit von α_2 in SI; dazu müßte in den Formeln zur Energieaufspaltung ein Faktor $4\pi\epsilon_0$ ergänzt werden.

Nehmen wir beispielsweise den numerischen Wert für die skalare Polarisierbarkeit aus der Doktorarbeit von W. D. Hall, der in [GLW69] zitiert wird:

$$\alpha_{sk} = 63.3 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^3,$$

so liefert dies in nützlichen Einheiten

$$\alpha_{sk} = 10.629 \cdot 10^{-2} \frac{\text{Hz}}{\left(\frac{\text{V}}{\text{cm}}\right)^2} = 10.629 \cdot 10^{-2} \frac{\text{MHz}}{\left(\frac{\text{kV}}{\text{cm}}\right)^2}.$$

Allgemein erhält man die Umrechnungsvorschriften

$$\alpha [\text{cm}^3] = 1.48185 \cdot 10^{-25} \alpha [a_0^3] \quad (1.52)$$

und

$$\alpha [\text{Hz}/(\text{V}/\text{m})^2] = 4\pi\epsilon_0 \frac{10^{-6}}{h} \alpha [\text{cm}^3] = 1.6792 \cdot 10^{17} \alpha [\text{cm}^3]. \quad (1.53)$$

1.5 Der Zeeman-Effekt

Der Beitrag \mathcal{H}_{Zeeman} in (1.1) beschreibt den ZEEMAN-Effekt, d.h. die Wechselwirkung der atomaren magnetischen Momente mit einem externen, statischen Magnetfeld. Es gilt die Beziehung

$$\mathcal{H}_{Zeeman} = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = -g_J \mu_{Bohr} \vec{J} \cdot \vec{B}. \quad (1.54)$$

Legt man das Magnetfeld längs \hat{z} , führt dies bei einem Niveau mit Drehimpuls J zu einer Energieverschiebung /-aufspaltung der ZEEMAN-Niveaus $|J, m_J\rangle$ gemäß (in cgs-Einheiten)

$$\Delta E_{Zeeman} = \langle J, m_J | -\vec{\mu} \cdot \vec{B} | J, m_J \rangle = -g_J \mu_{Bohr} \langle J, m_J | J_z | J, m_J \rangle B_z = -g_J m_J \hbar \omega_{Larmor}. \quad (1.55)$$

Hierin sind $\mu_{Bohr} = \frac{e\hbar}{2m_e c}$ das BOHR'sche Magneton⁸, $e = -|e|$ die Elementarladung und $\omega_{Larmor} = \frac{\mu_{Bohr} B_z}{\hbar}$ die Larmorfrequenz. Außerdem gilt für Cäsium

$$g_J = 2.002540. \quad (1.56)$$

Bei Mehrniveau-Atomen führt der ZEEMAN-Effekt somit zu einer Aufhebung der m_J -Entartung. Die $(2J+1)$ Unterniveaus eines Zustandes $|J, m_J\rangle$ sind dann energetisch getrennt. Die Wellenfunktionen der stationären Zustände erhalten einen zusätzlichen Phasenfaktor⁹:

$$|\Psi_{J,m_J}(t)\rangle = e^{i\frac{\Delta E_{Zeeman}}{\hbar}t} |\Psi_{J,m_J}(0)\rangle, \quad (1.57)$$

wobei ΔE_{Zeeman} aus Gleichung (1.55) einzusetzen ist.

Gehen wir hier, analog zu den Ausführungen in Abschnitt 1.4 zu einer Darstellung über, die die Hyperfeinstruktur berücksichtigt, so können wir die Aufspaltung der Hyperfeinkomponenten in einem schwachen Magnetfeld diskutieren. Hier bedeutet schwach, daß die vom Magnetfeld induzierte Aufspaltung sehr klein gegenüber der Hyperfeinaufspaltung ist:

$$\langle \gamma, J, I, F, m_F | \mathcal{H}_{Zeeman} | \gamma, J, I, F, m_F \rangle \ll \langle \gamma, J, I, F, m_F | \mathcal{H}_{hf} | \gamma, J, I, F, m_F \rangle.$$

Hierin ist \mathcal{H}_{Zeeman} der in (1.54) definierte Operator,

$$\mathcal{H}_{hf} \equiv A_{hf} \vec{I} \cdot \vec{J} \quad (1.58)$$

der Operator, der den dominanten Teil der Hyperfeinwechselwirkung beschreibt, A_{hf} die Kopplungskonstante, die im Grundzustand die Stärke der Kontakt- und im angeregten Zustand die Stärke der Dipol-Dipol-Wechselwirkung angibt sowie γ eine Zahl, die die Hyperfeinzustände $|\gamma, J, I, F, m_F\rangle$ mit demselben Gesamtdrehimpuls J , Kernspin I , Hyperfeinquantenzahl $F = I + J$ und Magnetquantenzahl m_F unterscheidet.

Berücksichtigt man in Gleichung (1.54) auch den Beitrag der Wechselwirkung des Kernspins \vec{I} mit dem B -Feld, das in z -Richtung stehe, so gilt

$$\mathcal{H}_{Zeeman}^{I,J} = -(\vec{\mu}_J + \vec{\mu}_I) \cdot \vec{B} = |\mu_{Bohr}| (g_J J_z + g_I I_z) B. \quad (1.59)$$

Hieraus ergibt sich die Beziehung

$$\begin{aligned} \Delta E_{Zeeman}^{I,J} &= \langle \gamma, J, I, F, m_F | \mathcal{H}_{Zeeman}^{I,J} | \gamma, J, I, F, m_F \rangle \\ &= |\mu_{Bohr}| g_F m_F B \\ &= \hbar m_F \gamma_G B. \end{aligned} \quad (1.60)$$

Der Ausdruck (1.60) definiert zusammen mit (1.59) den g_F -Faktor gemäß

$$g_F \equiv g_J \frac{F(F+1) + J(J+1) - I(I+1)}{2F(F+1)} - g_I \frac{F(F+1) - J(J+1) + I(I+1)}{2F(F+1)}. \quad (1.61)$$

Mit

$$\gamma_G = \frac{|\mu_{Bohr}|}{\hbar} = g_F \frac{|e|}{2m_e} \quad (1.62)$$

⁸In SI-Einheiten gilt $\mu_{Bohr} = e\hbar/(2m_e)$.

⁹Es ist üblich, den allen Wellenfunktionen gemeinsamen Phasenfaktor $e^{i\omega_0 t}$ nicht explizit auszuschreiben.

Abkürzung	Zahlenwert
I	$7/2$
g_J	2.002540
g_I	$3.98854 \cdot 10^{-4}$
g_+	0.249969
g_-	-0.250766
γ_G^+	$2\pi \, 349.862 \frac{\text{kHz}}{\text{G}}$
γ_G^-	$-2\pi \, 350.979 \frac{\text{kHz}}{\text{G}}$
e	$1.60218 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
m_e	$9.10938 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
m_{Cs}	133 amu
amu	$1.66054 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
k_B	$1.38065 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$
\hbar	$1.05457 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$
c	$299792458 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Tabelle 1.1: Einige wichtige, in dieser Arbeit benutzte Zahlenwerte.

wird das gyromagnetische Verhältnis (in SI -Einheiten) bezeichnet. In der Notation aus (1.61) gilt die Definition¹⁰

$$g_I \equiv \frac{\mu_I}{\mu_{Bohr} I} = 0.398854 \cdot 10^{-3}. \quad (1.63)$$

Der Kern- g -Faktor g_I ist wesentlich kleiner als g_J , so daß der Subtrahent in Gleichung (1.61) eine meist vernachlässigte Korrektur für g_F darstellt, die jedoch bei Hochpräzisionsexperimenten wichtig werden kann.

Abschließend wollen wir in Tabelle 1.1 alle benötigten Kenngrößen in nützlichen Einheiten zusammenfassen; hierbei kann man von der eleganten Beziehung

$$g_{\pm} = g(F_{\pm} = I \pm 1/2) = \pm \frac{g_J}{2I+1} \left[1 \mp \frac{g_I}{g_J} (2I + 1 \mp 1) \right] \quad (1.64)$$

Gebrauch machen.

¹⁰In manchen Büchern, wie z.B. [MK94] findet man statt g_I den Ausdruck $g_I \frac{\mu_{Kern}}{\mu_{Bohr}}$ mit dem Kernmagneton μ_{Kern} ; dann wird jedoch die Definition $g_I = \frac{\mu_I}{\mu_{Kern} I}$ zugrundegelegt.

Kapitel 2

Der Faraday-Effekt

2.1 Allgemeines zum Faraday-Effekt

Mitte des vorletzten Jahrhunderts entdeckte Michael Faraday, daß die Schwingungsebene von linear polarisiertem Licht beim Durchgang durch ein Medium in einem Magnetfeld gedreht wird. In seiner ursprünglichen Arbeit [Far46] verwendete Faraday magnetisiertes Blei-Borsilikat-Glas. Dieser Effekt, der FARADAY-Effekt, legte den Grundstein zur **Magneto-Optik**. Letztere ist nicht auf Festkörper und sichtbares Licht beschränkt. So wird seit Mitte 70er Jahre der FARADAY-Effekt als Detektionsmethode bei der Untersuchung des OH-Radikals im Infraroten benutzt (siehe z.B. [AH66]). Kürzlich gelang es Forschern am BESSY in Berlin sogar, den FARADAY-Effekt im kurzwelligen Röntgenspektrum ($\lambda \approx 2 \text{ nm}$) mit Hilfe von Synchrotronstrahlung an Eisen-, Kobalt- und Nickelfilmen nachzuweisen [MSGG01]; die beobachteten Polarisationsdrehungen von bis zu $\pm 90^\circ$ (siehe auch Tabelle 2.1) sollen in der elementselektiven Mikroskopie magnetischer Speichermedien Anwendung finden.

Es ist zu beachten, daß der lineare FARADAY-Effekt in der Nähe von Absorptionslinien resonant verstärkt wird. Man spricht dann auch vom MACALUSO-CORBINO-Effekt (vgl. [MC98]). In unserer Arbeitsgruppe sind seit 1987 verschiedene Aspekte des FARADAY-Effekts an ^{133}Cs -Dampf in der Nähe der ersten Resonanzlinie studiert worden [CTW87], d. h. im nahen Infrarotbereich ($\lambda \approx 1 \mu\text{m}$).

Nachdem 1896 P. Zeeman den nach ihm benannten Effekt entdeckt hatte, gelang es W. Voigt im Jahre 1898, den FARADAY-Effekt an Hand des ZEEMAN-Effekts zu erklären¹ [Voi98].

Der FARADAY-Winkel wird durch die Beziehung

$$\Phi_F = V \cdot B \cdot L$$

parametrisiert (siehe Abbildung 2.1), wobei V der material- und wellenlängenabhängige *Verdet-Koeffizient* ($V \propto \lambda \frac{dn}{d\lambda}$), B das Magnetfeld und L die Länge der Probe sind.

In Tabelle 2.1 sind die Verdet-Koeffizienten für verschiedene Medien angegeben. Ebenso ist der Verdet-Koeffizient für den nichtlinearen FARADAY-Effekt angegeben, der in 2.3 behandelt wird. Noch beeindruckender wird der bis zu 10^7 mal größere Wert verglichen mit dem des Festkörpers Terbium-Gallium-Granat² (TGG), wenn man bedenkt, daß die atomare Dichte in einer Dampfzelle bei Zimmertemperatur lediglich einige $10^{10} \text{ cm}^{-3} \hat{=} 1 \mu\text{Torr}$ beträgt; jedoch ist bei resonanten Atomdämpfen der große Verdet-Koeffizient auf ein kleines spektrales Intervall limitiert.

¹Eine schöne Darstellung dieses Zusammenhanges findet sich in [BS93]. Allerdings sind die Vorzeichen mit Vorsicht zu genießen.

²Dieses Material wird zum Bau von optischen Dioden eingesetzt.

Medium	V (mrad/G/cm)
TGG	0,06-0,10
SF58 bei 632.8 nm	0.026
SF58 bei 1060 nm	0.008
resonanter FE an Cs-Dampf	3
nichtlinearer FE an Cs-Dampf	3'000'000
magnetisch gesättigter Fe-Film	15'000

Tabelle 2.1: Vergleich der Verdet-Koeffizienten für Festkörper, Cs-Dampf mit einer typischen Dichte von $10^{10} \text{ cm}^{-3} \cong 1 \mu\text{Torr}$ und dünne Schichten, wie sie bei den Messungen mit Synchrotronstrahlung ([MSGG01]) benutzt werden.

2.2 Der lineare Faraday-Effekt (LFE)

Um die folgende Diskussion mit Hilfe des Stokes-Vektors in Anlehnung an Anhang A durchführen zu können, wird von einer Situation, wie sie in Abbildung 2.1 dargestellt ist, ausgegangen.

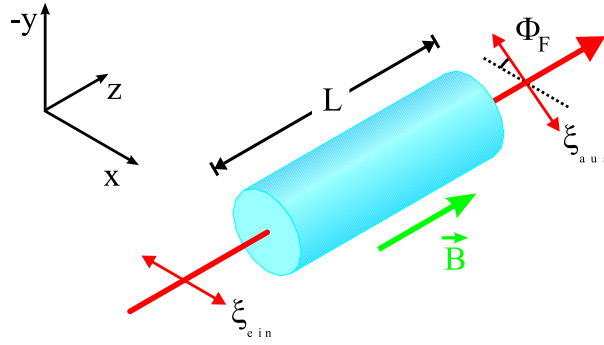


Abbildung 2.1: Skizze zum linearen FARADAY-Effekt. Näheres siehe Text.

Horizontal polarisiertes Licht passiere ein optisch dünnes, dispersives Medium der Länge L , das sich in einem longitudinalen Magnetfeld befinde ($\vec{B} = |\vec{B}| \cdot \hat{z}$, $\vec{k}_{\text{Licht}} = |\vec{k}_{\text{Licht}}| \cdot \hat{z}$). Wie in Anhang A geschildert, genügt es, den Term $\vec{\xi}(q)$ im Ausdruck (A.1)

$$\vec{E}_q(z, t) = \vec{\xi}(q) \frac{E}{2} (e^{i(kz - \omega t)} + c.c.)$$

für das elektrische Feld des Lichtes zu diskutieren, da er die Informationen über die Polarisation trägt.

Das Magnetfeld prägt dem Medium die Symmetrie eines Axialvektors auf, welcher zusammen mit \hat{k} eine Chiralität gemäß $\hat{k} \cdot \hat{B}$ definiert.

Somit ist es der Symmetrie des Problems angemessen, eine Zerlegung der einfallenden Polarisation, die durch ξ_{ein} beschrieben wird, in zirkular polarisierte Eigenmoden vorzunehmen. Diese schreibt sich mit Jones-Vektoren in der Form

$$\xi_{\text{ein}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}, \quad (2.1)$$

also mit einer rechts- und einer linkszirkularen Komponente, wobei hier und im folgenden auf den Vektorpfeil verzichtet wird, um die Notation zu vereinfachen. Wegen des ZEEMAN-Effekts

(siehe Abschnitt 1.5) tritt eine *zirkulare Doppelbrechung* sowie ein *zirkularer Dichroismus* auf, d. h., die beiden Vektoren erhalten eine Phase

$$\varphi_{\pm} = N_{\pm} \cdot k_{\text{Licht}} \cdot L = N_{\pm} \cdot \frac{\omega_{\text{Licht}} L}{c},$$

die vom komplexen Brechungsindex

$$N_{\pm} = n_{\pm} + i n''_{\pm} \quad (2.2)$$

sowie von der Vakuumlichtgeschwindigkeit c , der Wellenlänge λ_{Licht} bzw. der (Kreis)-Frequenz ω_{Licht} des Lichtes ($k_{\text{Licht}} = \frac{2\pi}{\lambda_{\text{Licht}}} = \frac{\omega_{\text{Licht}}}{c}$) und der Länge L des durchquerten Mediums abhängt. Gleichung (2.2) berücksichtigt die Definition aus (1.7) und die Polarisation des Lichtes.

Der Jones-Vektor des Lichtes, welches das Medium verläßt, lautet somit

$$\xi_{\text{aus}} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} \cdot e^{i\varphi_+} + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} \cdot e^{i\varphi_-}. \quad (2.3)$$

Um leichter Rechnen zu können, schreiben wir die Phase in der Form

$$\varphi_{\pm} \equiv \varphi_0 \pm \frac{\Delta\varphi}{2} = (\varphi_R + i\varphi_I) \pm \frac{\Delta\varphi_R + \Delta\varphi_I}{2}. \quad (2.4)$$

Hierin sind $\Delta\varphi_R$ der Real- und $\Delta\varphi_I$ der Imaginärteil des Phasenunterschiedes $\Delta\varphi \equiv \varphi_+ - \varphi_-$. Auf diese Weise lassen sich die durch die Symmetriebrechung bedingten Unterschiede von N_{\pm} parametrisieren. Mit diesen neuen Parametern kann man den gewünschten Polarisationszustand mit etwas Rechnen ermitteln. Um das Wesentliche mit weniger Aufwand zu sehen, beschränken wir uns zunächst auf den Fall

$$\text{Im}(N_+) = \text{Im}(N_-), \text{ d.h. } \Delta\varphi_I = 0,$$

bei dem der Beitrag des zirkularen Dichroismus in Abbildung 2.3 vernachlässigt wird. Aus Gleichung (2.3) wird dann

$$\xi_{\text{aus}} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \cos(\frac{\Delta\varphi_R}{2}) \\ -\sin(\frac{\Delta\varphi_R}{2}) \end{pmatrix} \cdot e^{i\varphi_R}. \quad (2.5)$$

Der mit ξ_{aus} verknüpfte Stokes-Vektor lautet gemäß Gleichung (A.7)

$$\vec{S}(\xi_{\text{aus}}) \equiv \begin{pmatrix} S_x \\ S_y \\ S_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta\varphi_R \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

wenn man, für optisch dünne Medien, in Kleinwinkelnäherung rechnet.

In Abbildung A.3a) sieht man, daß die Orientierung der linearen Polarisation relativ zu \hat{H} (hier der gesuchte FARADAY-WINKEL Φ_F) gleich dem halben Winkel, den der zugehörige Stokes-Vektor mit der z -Achse einschließt, ist. Also gilt mit Gleichung (A.8) in Kleinwinkelnäherung

$$\Phi_F \approx \frac{1}{2} \tan(2\Phi_F) = \frac{1}{2} \frac{S_x}{S_z} = \frac{\Delta\varphi_R}{2}.$$

Setzt man die gemachten Definitionen wieder explizit ein, so erhält man (für optisch dünne Medien) den FARADAY-Winkel des LFE gemäß

$$\Phi_{LFE} = \frac{\varphi_+ - \varphi_-}{2} = (n_+ - n_-) \frac{\omega_{\text{Licht}} L}{2c} = (n_+ - n_-) \frac{\pi L}{\lambda}. \quad (2.6)$$

Abbildung 2.2 zeigt die Abhängigkeit des Brechungsindex von der Laserfrequenz und den daraus resultierenden, qualitativen Verlauf des FARADAY-Winkels für ein System $|F_g = 1\rangle \rightarrow |F_e = 0\rangle$.

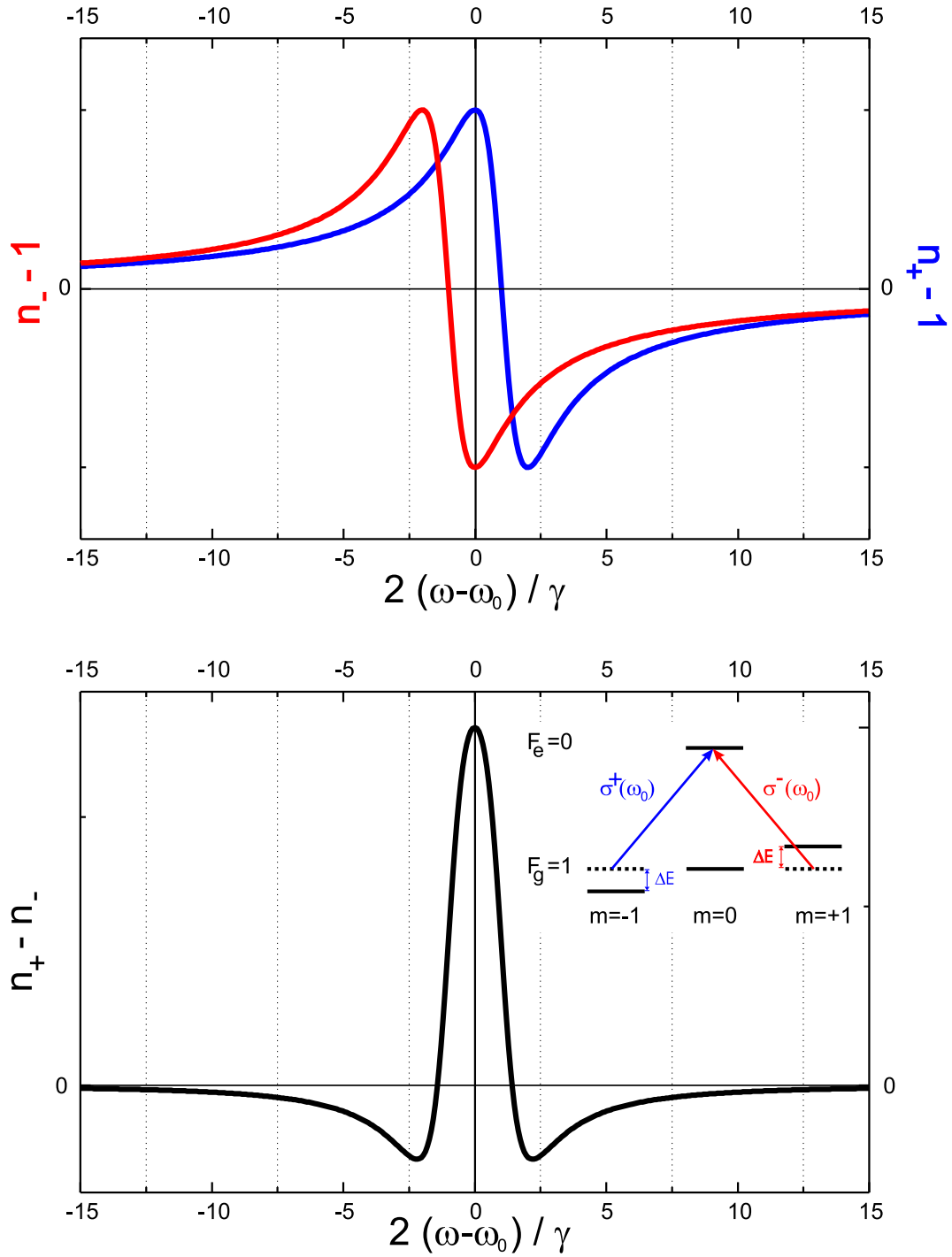


Abbildung 2.2: Darstellung der Brechungsindizes für σ^+ - und σ^- -Licht (oben) und deren Differenz (unten) für ein Atom mit $F_g = 1$ und $F_e = 0$ in einem Magnetfeld.

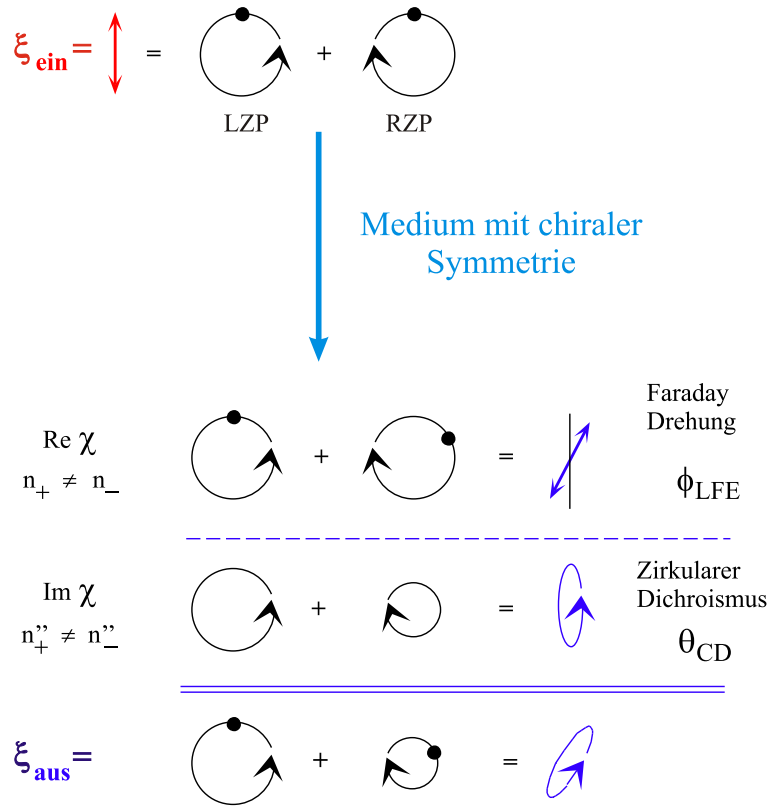


Abbildung 2.3: Linear polarisiertes Licht erfährt beim Durchgang durch ein Medium mit chiraler Symmetrie eine Drehung der Polarisation aufgrund des LFE. Ist $\text{Im}(N_+) \neq \text{Im}(N_-)$, kommt es auch zu unterschiedlicher Absorption von LCP- und RCP-Licht. Im allgemeinen ist das aus dem Medium austretende Licht also elliptisch polarisiert.

Falls $\Delta\varphi_I \neq 0$ ist, treten auch unterschiedliche Absorptionen von links- und rechtszirkularem Licht auf; hierdurch wird das transmittierte Licht in der Regel elliptisch polarisiert (siehe Abbildung 2.3). In diesem Fall bezeichnet man als FARADAY-Winkel die Orientierung der Ellipsenhauptachse bezüglich der einfallenden Polarisationsrichtung. Der Stokes-Vektor für diesen Fall lautet

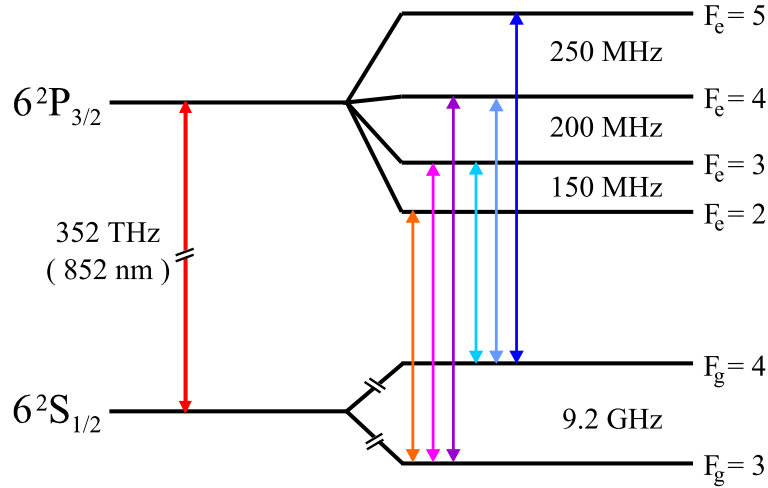
$$\vec{S}(\xi_{\text{aus}}) = \begin{pmatrix} \Delta\varphi_R \\ \Delta\varphi_I \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (2.7)$$

Dies wird in Kapitel 4.1.1 noch etwas weiter diskutiert.

2.2.1 Der Einfluß des B -Feldes auf die Frequenzabhängigkeit des LFE

Cäsium ist ein Mehrniveau-Atom. Die in Abbildung 2.4 skizzierten Hyperfeinniveaus bestehen aus jeweils $(2F + 1)$ Unterniveaus, den sogenannten ZEEMAN-Niveaus, die die Quantenzahlen $m_F = -F, -F + 1, \dots, F - 1, F$ tragen. Die m_F -Entartung wird durch das anliegende Magnetfeld sowohl in den Grund- als auch in den angeregten Zuständen aufgehoben. Man muß somit in der Beziehung (1.10) für die Suszeptibilität über die Anfangszustände $|F_g, m_g\rangle$ mitteln und über die Endzustände $|F_e, m_e\rangle$ summieren, bevor man daraus den Ausdruck (2.2) für den Brechungsindex ermittelt. Aufgrund der Auswahlregeln gilt für Licht der Polarisation $\vec{\xi}(q)$ ($q = \pm 1$ für σ^\pm -Licht, $q = 0$ für linear längs z polarisiertes Licht)

$$m_e = m_g + q,$$

Abbildung 2.4: Thermisches Schema des D_2 Übergangs von ^{133}Cs .

weswegen man folgenden Ausdruck für den Brechungsindex benutzen muß³:

$$N_q - 1 = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{m_g} (\rho_{m_g}^g - \rho_{m_g+q}^e) \frac{|\langle F_e, m_g + q | d_q | F_g, m_g \rangle|^2}{(\omega_0 - \omega) - i \gamma_{eg}}. \quad (2.8)$$

Es bezeichnen $(\rho_{m_g}^g - \rho_{m_g+q}^e)$ die Differenz der Populationen des Grundzustands $|F_g, m_g\rangle$ und des angeregten Zustands $|F_e, m_e\rangle$, $\langle F_e, m_g + q | d_q | F_g, m_g \rangle$ das Übergangsmatrixelement, ω_0 die Übergangsfrequenz des freien Atoms, ω die Frequenz des einfallenden Lichtes und γ_{eg} die Relaxationsrate des oszillierenden Dipols gemäß den Ausführungen in Kapitel 1.1.

Der komplexe Brechungsindex

$$N_q - 1 = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{m_g} (\rho_{m_g}^g - \rho_{m_g+q}^e) \cdot \mathcal{S} \cdot \mathcal{L} \quad (2.9)$$

setzt sich folglich zusammen aus einer Linienstärke

$$\mathcal{S} \equiv \mathcal{S}(J_g, F_g, m_g; J_e, F_e; q) = |\langle F_e, m_g + q | d_q | F_g, m_g \rangle|^2, \quad (2.10)$$

die vom jeweiligen Übergang abhängt, und einer Linienform

$$\mathcal{L} \equiv \mathcal{L}(\omega_0 - \omega, \gamma_{eg}) = \frac{1}{(\omega_0 - \omega) - i \gamma_{eg}} \equiv \mathcal{L}_R + i \mathcal{L}_I. \quad (2.11)$$

Der Realteil von $N_{q=\pm 1}$ hat daher, wie in Abschnitt 1.1 gesehen, eine dispersive LORENTZ-Form (\mathcal{L}_R), der Imaginärteil von $N_{q=\pm 1}$ eine absorptive LORENTZ-Form (\mathcal{L}_I).

Wir wollen in diesem Abschnitt den Einfluß des Magnetfeldes auf die Resonanzfrequenz für σ^+ - und σ^- -Licht und die daraus resultierende Linienform diskutieren. Oder anders ausgedrückt: Was ist der Einfluß des B -Feldes auf die Linienform \mathcal{L} ?

Die in Abschnitt 1.5 gemachten Bemerkungen werden hier auf den konkreten Fall des Cäsium-Atoms (Mehrniveau-Atom) angewendet. Die Energien der Unterniveaus $|F, m_F\rangle$ des Grund- und des angeregten Zustandes werden für $\vec{B} \parallel \hat{z}$ gemäß Gleichung (1.60) aufgespalten:

³In der Literatur (z.B. [Dem96]) findet man auch $N_{\pm} = n_{\pm} - i n_{\pm}''$. Dann muß man in (2.8) im Nenner $+i \gamma_{eg}$ schreiben.

$$\Delta E_{Zeeman} = -\langle F, m_F | \vec{\mu} \cdot \vec{B} | F, m_F \rangle = -g_F (-|\mu_{Bohr}|) m_F B_z = g_F m_F \hbar |\omega_{Larmor}|.$$

Hier wurde berücksichtigt, daß $e = -|e|$ gilt. Ferner sind $\mu_{Bohr} = e\hbar/(2mc)$ das BOHR'sche Magneton ($5.79 \frac{\text{neV}}{\text{G}}$ oder: $\frac{\mu_{Bohr}}{\hbar} = 1.4 \frac{\text{MHz}}{\text{G}}$) und $\omega_{Larmor} = \frac{\mu_{Bohr} B}{\hbar}$ die Larmorfrequenz. Im B -Feld liegen die Resonanzfrequenzen für σ^+ - und σ^- -Licht bei

$$\omega_{\pm} = \omega_0 + [g_e(m_g \pm 1) - g_g m_g] |\omega_{Larmor}|. \quad (2.12)$$

Sie sind gegenüber der Resonanzfrequenz ω_0 des freien Atoms ($B = 0$), abhängig von der Magnetquantenzahl m_g des Grundzustandsniveaus $|F_g, m_g\rangle$ verschoben. In den Gleichungen (2.8) und (2.9) für den Brechungsindex muß man also eine Korrektur vornehmen und erhält mit

$$\mathcal{L}_{\pm} = \frac{1}{(\omega_{\pm} - \omega) - i\gamma_{eg}} \quad (2.13)$$

einen Ausdruck für den Brechungsindex, der die Niveauverschiebungen aufgrund des ZEEMAN-Effektes berücksichtigt

$$N_{\pm} - 1 = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{m_g} (\rho_{m_g}^g - \rho_{m_g+q}^e) \cdot \mathcal{S} \cdot \mathcal{L}_{\pm}. \quad (2.14)$$

Die Linienstärke \mathcal{S} in (2.14) ist hier noch gemäß Gleichung (2.10). In Abbildung 2.2 werden die Verschiebungen der dispersiven Lorentz-Kurven für die Brechungsindizes n_+ und n_- skizziert. Gleichung (2.14) soll nun benutzt werden, um einen Ausdruck für den FARADAY-Winkel zu erhalten. Da unser Hauptaugenmerk in diesem Abschnitt dem Ausdruck für \mathcal{L}_{\pm} gewidmet ist, wollen wir zunächst Abkürzungen einführen und Gleichung (2.13) umschreiben:

Wenn wir dephasierende Stöße vernachlässigen (siehe Abschnitt 1.1), können wir

$$\gamma_{eg} = \frac{\gamma_e}{2} \equiv \frac{\gamma}{2}$$

setzen. Führt man ferner die Verstimmung

$$\delta = (\omega - \omega_0)$$

ein, kann man eine dimensionslose Variable x definieren, die gemäß

$$x = \frac{2\delta}{\gamma}$$

die Verstimmung der Lichtfrequenz ω gegenüber der Resonanzfrequenz ω_0 des freien Atoms in Einheiten der halben Linienbreite angibt. Ferner soll auch die Larmorfrequenz

$$\omega_L = \omega_{Larmor} = \frac{\mu_{Bohr} B}{\hbar}$$

gemäß

$$x_L = \left| \frac{2\omega_L}{\gamma} \right|$$

dimensionslos geschrieben werden. Durch x_L kann man somit eine natürliche Magnetfeldskala definieren, wenn man

$$x_L = \left| \frac{2\omega_L}{\gamma} \right| \equiv \frac{B}{B_0^{LFE}} \quad (2.15)$$

schreibt, wobei

$$B_0^{LFE} = \frac{\hbar\gamma}{2\mu_{Bohr}} = \frac{g_F}{2} \frac{\gamma}{\gamma_G} = 1.79 \text{ Gauß} \quad (2.16)$$

ist, da $\gamma = 2\pi \cdot 5\text{MHz}$ gilt. Mit γ_G wird wieder das gyromagnetische Verhältnis aus (1.62) bezeichnet. Außerdem sei

$$\Delta g = g_e - g_g = g(F_e) - g(F_g).$$

Diese Abkürzungen und Annahmen liefern zusammen mit Gleichung (2.12) die komplexe Linienform \mathcal{L}_\pm in dimensionslosen Größen:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_\pm &= \frac{1}{(\omega_\pm - \omega) - i \gamma_{eg}} \\ &= \frac{1}{(\omega_0 + [\Delta g m_g \pm g_e] |\omega_{Larmor}| - \omega) - i \frac{\gamma}{2}} \\ &= \frac{2}{\gamma} \frac{-1}{(x - [\Delta g m_g \pm g_e] x_L) + i} \\ &= \mathcal{L}_R^\pm + i \mathcal{L}_I^\pm. \end{aligned} \quad (2.17)$$

Im folgenden werden wir uns nur auf den Beitrag \mathcal{L}_R^\pm konzentrieren, um den Realteil der Gleichung (2.14) zu erhalten. Dazu müssen ferner noch die anderen Terme aus Gleichung (2.14) berechnet werden:

Im Fall kleiner Lichtintensität sind die Besetzungszahlen des angeregten Zustandes vernachlässigbar, d.h.

$$\rho_{m_g+q}^e = 0.$$

Die Besetzungszahlen im Grundzustand sind durch den BOLTZMANN-Faktor gegeben. Er kann bei den typischen Temperaturen im Experiment von $T = 400\text{K}$ wegen

$$e^{-\frac{\Delta E_6 S_{1/2}}{k_B T}} = e^{-\frac{0.441}{T[\text{K}]}} \approx 1 - \frac{0.441}{T[\text{K}]} \approx 1$$

vernachlässigt werden⁴. Daher kann man in guter Näherung annehmen, daß

$$\rho_{m_g}^g = \frac{\rho_0}{(2J_g+1)(2I+1)} = \frac{\rho_0}{16}$$

gilt. Man kann somit die Konstante $C = \frac{2\pi}{h} \frac{\rho_0}{16}$ definieren. Die in \mathcal{S} auftretenden Übergangsmatrixelemente (vgl. (2.10)) kann man mit dem WIGNER-ECKART-Theorem ([Sob96],[Edm96]) vereinfachen, durch welches die m - und q -Abhängigkeiten abgespalten werden:

$$|\langle F_e, m_g + q | d_q | F_g, m_g \rangle|^2 = \left| (-1)^{F_e - m_g - q} \begin{pmatrix} F_e & 1 & F_g \\ -m_g - q & q & m_g \end{pmatrix} \langle F_e || d || F_g \rangle \right|^2. \quad (2.18)$$

Das reduzierte Matrixelement ist in der entkoppelten Basis ($\vec{F} = \vec{I} + \vec{J}$) durch

$$|\langle F_e || d || F_g \rangle|^2 = \left| (-1)^{I+J_e+F_e+1} e \sqrt{(2F_e+1)(2F_g+1)} \begin{Bmatrix} J_g & F_g & I \\ F_e & J_e & 1 \end{Bmatrix} \langle J_e || r || J_g \rangle \right|^2 \quad (2.19)$$

gegeben ([Sob96]). Für die Cs- D_2 -Linie ist $\langle J_e || r || J_g \rangle = -6.3311(72)a_\infty$ ([RTL⁺94]⁵), wobei a_∞ der BOHR'sche Radius ist.

⁴In den unten erwähnten numerischen Rechnungen wird er allerdings berücksichtigt.

⁵Dieser Wert stellt die bislang präziseste Messung dar. Er entspricht einer Lebensdauer des $6P_{3/2}$ Zustandes von (30.499 ± 0.070) ns. Interessant ist, daß in derselben Zeitschrift drei Monate vor [RTL⁺94] ein weiterer Wert für die Lebensdauer eingereicht wurde: $30.41(10)$ ns ([YIS⁺94]). Bei beiden Artikeln ist C. E. Tanner Koautor. In der aktuellsten Veröffentlichung zu dieser Thematik ([RTLB99]), wo C. E. Tanner ebenfalls Koautor ist, wird eine Lebensdauer des $6P_{3/2}$ Zustandes von (30.57 ± 0.07) ns angegeben und als präzisester Wert dargestellt; dort findet man $\langle J_e || r || J_g \rangle = -6.3238(73)a_\infty$. In dieser Arbeit wird zwar [RTL⁺94] zitiert, aber kein Vergleich der Zahlenwerte und Präzisionen angestellt. Bei Bedarf ist also zu prüfen, welchem Wert man das meiste Vertrauen schenkt.

Da man zur Berechnung des FARADAY-Winkels gemäß (2.6) die Differenz $(n_+ - n_-)$ mit Hilfe von (2.14) bilden muß, wollen wir folgende drei Abkürzungen einführen, die die Endformel kompakt machen werden; hier wird der Ausdruck für \mathcal{L}_R^\pm aus Gleichung (2.17) explizit ausgeschrieben:

$$\zeta^+(F_e, F_g, m_g, x, x_L) = (-1) \begin{pmatrix} F_e & 1 & F_g \\ -m_g - 1 & 1 & m_g \end{pmatrix}^2 \frac{x - (\Delta g m_g + g_e)x_L}{(x - (\Delta g m_g + g_e)x_L)^2 + 1}, \quad (2.20)$$

$$\zeta^-(F_e, F_g, m_g, x, x_L) = (-1) \begin{pmatrix} F_e & 1 & F_g \\ -m_g + 1 & -1 & m_g \end{pmatrix}^2 \frac{x - (\Delta g m_g - g_e)x_L}{(x - (\Delta g m_g - g_e)x_L)^2 + 1} \quad (2.21)$$

und

$$\Sigma(F_e, F_g, x, x_L) = \sum_{m_g} [\zeta^+(F_e, F_g, m_g, x, x_L) - \zeta^-(F_e, F_g, m_g, x, x_L)]. \quad (2.22)$$

Somit erhält man den quantenmechanischen Ausdruck für den FARADAY-Winkel, der den Einfluß des B -Feldes auf die Linienform berücksichtigt:

$$\Phi_{LFE} = C e^2 |\langle J_e || r || J_g \rangle|^2 \frac{L}{2c} \frac{2\omega_{Licht}}{\gamma} (2F_e + 1)(2F_g + 1) \left\{ \begin{matrix} J_g & F_g & I \\ F_e & J_e & 1 \end{matrix} \right\}^2 \Sigma(F_e, F_g, x, x_L). \quad (2.23)$$

Um mit Hilfe von Gleichung (2.23) theoretische Spektren zu berechnen, empfiehlt es sich,

$$\frac{2\omega_{Licht}}{\gamma} = \frac{2(\delta + \omega_0)}{\gamma}$$

zu benutzen, damit alles konsistent in dimensionslosen Größen notiert wird. Vernachlässigt man alle konstanten Faktoren, so kann man die theoretischen Spektren mit der Funktion

$$W(F_e, F_g, x, x_L) = (x + \frac{2\omega_0}{\gamma})(2F_e + 1)(2F_g + 1) \left\{ \begin{matrix} J_g & F_g & I \\ F_e & J_e & 1 \end{matrix} \right\}^2 \Sigma(F_e, F_g, x, x_L) \quad (2.24)$$

mittels einer MATHEMATICA-Anwendung ermittelt. Für den auftretenden Faktor $\frac{2\omega_0}{\gamma}$ gilt

$$\frac{2\omega_0}{\gamma} = 1.4 \cdot 10^8.$$

Mit Gleichung (2.24) wurden die Spektren ohne Wellenfunktionsmischung in den Abbildungen 2.5, 5.3 und 5.4 berechnet.

Der Vollständigkeit halber sei noch folgendes angesprochen: Solange $x_L \ll 1$ erfüllt ist, kann man Gleichung (2.22) auch umformen zu:

$$\Sigma(F_e, F_g, x, x_L \rightarrow 0) = -2x_L \mathcal{V}(F_e, F_g, m_g) \frac{d}{dx} \left(\frac{x}{x^2 + 1} \right). \quad (2.25)$$

Die Größe

$$\mathcal{V}(F_e, F_g, m_g) = \sum_{m_g} \begin{pmatrix} F_e & 1 & F_g \\ -m_g - 1 & 1 & m_g \end{pmatrix}^2 (\Delta g m_g + g_e) \quad (2.26)$$

erhält man, wenn man Symmetrieeigenschaften⁶ der $3j$ -Symbole in (2.20) und (2.21) ausnutzt, um (2.22) zu ermitteln.

Die Beziehung (2.25) ergibt zusammen mit (2.23) die nach Becquerel benannte Beziehung

$$\Phi_{LFE} \propto n(\omega + \omega_L) - n(\omega - \omega_L) = 2\omega_L \left. \frac{dn}{d\omega} \right|_{\omega_L=0}. \quad (2.27)$$

⁶Die Übergangswahrscheinlichkeit für $|m_g\rangle \rightarrow |m_g - 1\rangle$ ist dieselbe, wie für $|-m_g\rangle \rightarrow |-m_g + 1\rangle$.

2.2.2 Der Einfluß des B -Feldes auf die Wellenfunktionen

In diesem Abschnitt soll der Einfluß des B -Feldes auf die Linienstärke \mathcal{S} aus Gleichung (2.10) untersucht werden. Verglichen mit Abschnitt 2.2.1 werden die Rechnungen noch etwas komplexer; die Grundidee bleibt jedoch dieselbe. Damit der vorliegende Text lesbar und überschaubar bleibt, werden nicht alle Teilformeln explizit hingeschrieben, sondern lediglich die zentralen Bausteine für die im Rahmen dieser Arbeit entstandene MATHEMATICA-Anwendung diskutiert.

Da die Linienstärke in Gleichung (2.10) wie folgt definiert wurde:

$$\mathcal{S} \equiv \mathcal{S}(J_g, F_g, m_g; J_e, F_e; q) = |\langle F_e, m_g + q | d_q | F_g, m_g \rangle|^2,$$

ist das Vorhaben in diesem Abschnitt gleichbedeutend mit der Diskussion des Einflusses des B -Feldes auf die Wellenfunktionen des Grundzustandes ($|F_g, m_g\rangle$) und des angeregten Zustandes ($|F_e, m_e\rangle$).

Für den uns hier interessierenden Fall können wir den Gesamthamiltonoperator aus Gleichung (1.1) in der Form

$$\mathcal{H}_{tot} = \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_{hf} + \tilde{\mathcal{H}}$$

schreiben. Hier bezeichnet wieder \mathcal{H}_0 den Hamiltonoperator des freien Atomes ohne die Beiträge der Hyperfeinwechselwirkung. Letztere wird durch

$$\mathcal{H}_{hf} \equiv A_{hf} \vec{I} \cdot \vec{J}$$

mit der Hyperfeinstrukturkonstanten A_{hf} beschrieben, wenn man den Beitrag der elektrischen Quadrupolwechselwirkung (B_{hf}) zur Hyperfeinwechselwirkung nicht berücksichtigt. Der Beitrag aufgrund des ZEEMAN-Effekts (siehe Abschnitt 1.5) wird durch Gleichung (1.59)

$$\tilde{\mathcal{H}} \equiv \mathcal{H}_{Zeeman}^{I,J} = |\mu_{Bohr}| (g_J J_z + g_I I_z) B \approx |\mu_{Bohr}| g_J J_z B$$

beschrieben, wenn wir das B -Feld längs \hat{z} legen. Den Beitrag des Kernspins I wollen wir der Einfachheit halber hier vernachlässigen, was wegen der Kleinheit von g_I verglichen mit g_J (siehe Gleichungen (1.56) und (1.63)) legitim ist.

Genau genommen müßte man den Operator $\mathcal{H}_{hf} + \tilde{\mathcal{H}}$ diagonalisieren (*Breit-Rabi Problem*). Wir wollen hier jedoch nur den Fall des schwachen Magnetfeldes (siehe Ende von Abschnitt 1.5) diskutieren, da er für Felder bis 10 Gauß Resultate liefert, die sehr gut die experimentellen Befunde erklären (siehe Abschnitt 5.1) und da dies ein sehr intuitiver Zugang zur Störungsrechnung ist.

Wir fassen also den Operator $\tilde{\mathcal{H}}$ als Störung zu $\mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_{hf}$ auf. Für Magnetfelder bis 50 Gauß kann man die ZEEMAN-Aufspaltung im Grundzustand ($6 S_{1/2}$) gegenüber der Hyperfeinaufspaltung vernachlässigen (vgl. [CTW87]). Daher werden nur die gestörten Wellenfunktionen des angeregten Zustandes ($6 P_{3/2}$) berechnet. In erster Ordnung Störungsrechnung erhält man sie mit Hilfe der ungestörten Eigenfunktionen⁷ $|F_e, m_e\rangle = |\gamma, J, I, F, m_F\rangle$ gemäß

$$\widetilde{|F_e, m_e\rangle} = |F_e, m_e\rangle + \sum_{F'_e, m'_e} \frac{\langle F'_e, m'_e | \tilde{\mathcal{H}} | F_e, m_e \rangle}{E_{F_e} - E_{F'_e}} |F'_e, m'_e\rangle, \quad (2.28)$$

⁷Ohne äußeres Feld ist jeder dieser einzelnen F -Terme $(2F+1)$ -fach entartet; diese Entartung wird durch das B -Feld aufgehoben.

wobei nur über Zustände $|F'_e, m'_e\rangle \neq |F_e, m_e\rangle$ summiert wird. Außerdem ist der Energienenner in (2.28) unabhängig von m_e und m'_e , da dort die ungestörten Energien auftauchen. Mit Hilfe von (2.28) muß die Linienstärke aus Gleichung (2.10) jetzt modifiziert werden. Wir schreiben

$$\tilde{S}_q \equiv \tilde{S}(J_g, F_g, m_g; J_e, F_e; q) = |\langle F_e, m_g \pm q | d_q | F_g, m_g \rangle|^2. \quad (2.29)$$

Dies liefert für den Brechungsindex, wenn man die Korrektur aus Gleichung (2.29) in Gleichung (2.14) einsetzt, die Beziehung

$$\tilde{N}_\pm - 1 = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{m_g} (\rho_{m_g}^g - \rho_{m_g+q}^e) \cdot \tilde{S}_\pm \cdot \mathcal{L}_\pm. \quad (2.30)$$

Hierin ist \mathcal{L}_\pm die in Gleichung (2.13) bzw. (2.17) definierte Linienform, die den Einfluß des B -Feldes berücksichtigt.

Den Ausdruck für \tilde{S}_\pm kann man auf die folgende Art vereinfachen:

Wir setzen

$$\tilde{S}_\pm \equiv |\Xi_\pm(F_e, F_g, m_g) + \Upsilon_\pm(F_e, F_g, m_g)|^2. \quad (2.31)$$

Hierbei ist

$$\Xi_\pm(F_e, F_g, m_g) = \langle F_e, m_g \pm 1 | d_\pm | F_g, m_g \rangle. \quad (2.32)$$

Die Beziehung (2.32) kann, genauso wie der Ausdruck für S in Gleichung (2.10), mit Hilfe von (2.18) und (2.19) vereinfacht werden, wobei man hier die Phasen berücksichtigen muß. Für den zweiten Term gilt

$$\Upsilon_\pm(F_e, F_g, m_g) = \sum_{F'_e, m'_e} \langle F'_e, m'_e | d_\pm | F_g, m_g \rangle \frac{\langle F_e, m_e | \tilde{\mathcal{H}} | F'_e, m'_e \rangle}{E_{F_e} - E_{F'_e}}. \quad (2.33)$$

Den Ausdruck $\langle F_e, m_e | \tilde{\mathcal{H}} | F'_e, m'_e \rangle$ kann man mit Hilfe der Definition von x_L aus (2.15) umformen zu

$$\langle F_e, m_e | \tilde{\mathcal{H}} | F'_e, m'_e \rangle \propto x_L \langle F_e, m_e | J_z | F'_e, m'_e \rangle.$$

Dies kann man anschließend ebenfalls mit Hilfe von (2.18) und (2.19) vereinfachen, wenn man berücksichtigt, daß $J_z = T_0^{(1)}$ die nullte Komponente eines Tensors erster Stufe darstellt. Es gilt dann nämlich

$$\langle F_e, m_e | J_z | F'_e, m'_e \rangle = (-1)^{F_e - m_e} \begin{pmatrix} F_e & 1 & F'_e \\ -m_e & 0 & m'_e \end{pmatrix} \langle F_e || J_z || F'_e \rangle$$

und

$$\langle F_e || J_z || F'_e \rangle = (-1)^{I+J_e+F_e+1} \sqrt{(2F_e+1)(2F'_e+1)} \begin{Bmatrix} J'_e & F'_e & I \\ F_e & J_e & 1 \end{Bmatrix} \langle J_e || J || J'_e \rangle,$$

wobei man

$$\langle J_e || J || J'_e \rangle = \sqrt{J_e(J_e+1)(2J_e+1)} \delta_{J_e, J'_e} \quad (2.34)$$

(siehe [Sob96]) explizit auswerten kann. Wegen des oben auftretenden $3j$ -Symbols muß $m'_e = m_e$ gelten. Da wegen der Auswahlregeln $m_e = m_g + q$ ($q = \pm 1$) gelten muß, gilt

$$m'_e = m_e = m_g \pm 1.$$

ohne
Wellenfunktionsmischung

mit
Wellenfunktionsmischung

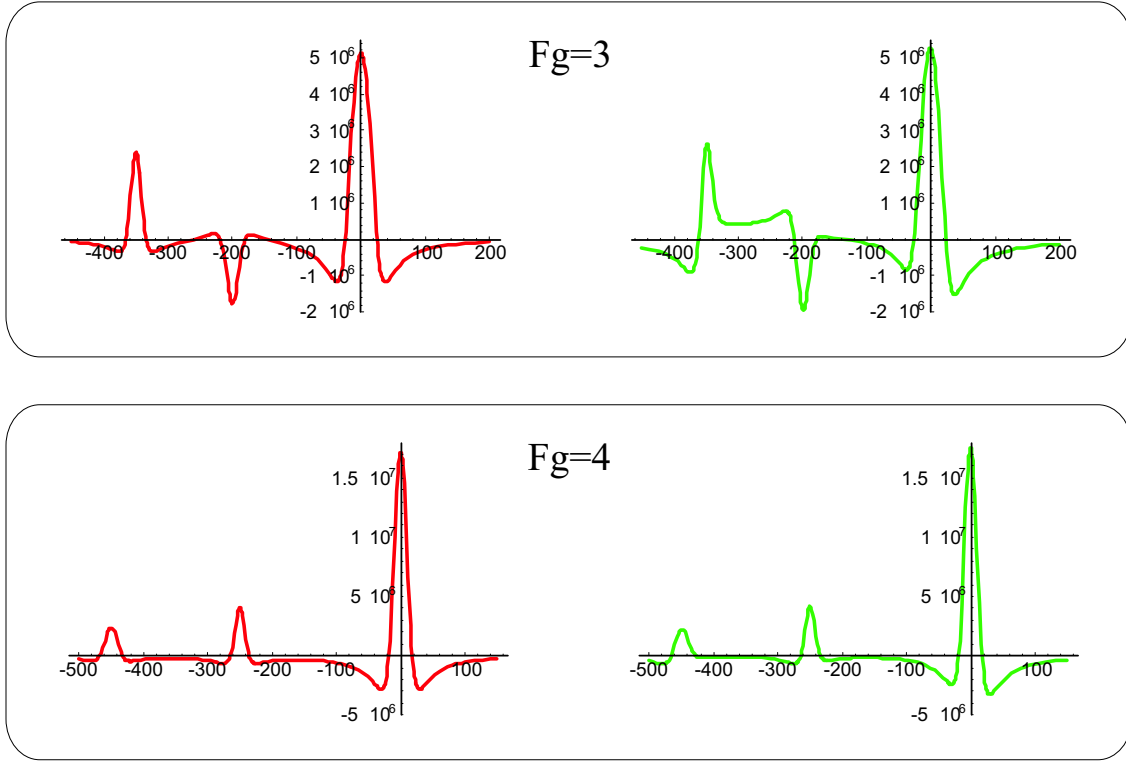


Abbildung 2.5: Theoretische Spektren der Frequenzabhängigkeit des LFE mit (rechts) und ohne (links) Wellenfunktionsmischung für die Übergänge $|F_g = 3\rangle \rightarrow |F_e = 2, 3, 4\rangle$ (oben) und $|F_g = 4\rangle \rightarrow |F_e = 3, 4, 5\rangle$ (unten) für $B = 5 B_0^{LFE}$ ($B_0^{LFE} = 1.79$ G). Der Übergang mit der größten Energie ist jeweils bei $\nu = 0$ MHz gezeichnet.

Aufgrund von Gleichung (2.34) muß $J'_e = J_e$ erfüllt sein, d.h. es tragen in unserem Fall nur die Energieniveaus im $6P_{3/2}$ Zustand bei. Somit wird in Gleichung (2.33) nur eine Summation über $F'_e \neq F_e$ durchgeführt, was eine

Mischung der Wellenfunktionen

bewirkt. Es werden Wellenfunktionen des angeregten Zustandes mit gleichem m_e , aber verschiedenem F_e gemischt.

Setzt man diese Zusammenhänge in Gleichung (2.30) ein, bildet den Realteil und setzt die Endresultate für n_{\pm} in Gleichung (2.6) ein, so erhält man eine Formel für den FARADAY-Winkel, die den Einfluß des B -Feldes auf die Linienstärke (Wellenfunktionsmischung) ebenso berücksichtigt, wie den Einfluß des B -Feldes auf die Linienform (veränderte Frequenzabhängigkeit des LFE). Mit Hilfe der so erhaltenen Formel für den FARADAY-Winkel kann man die Spektren mit einer MATHEMATICA-Anwendung berechnen.

In Abbildung 2.5 sieht man die Abhängigkeit des LFE von der Lichtfrequenz für die Übergänge aus dem $|F_g = 3\rangle$ - und $|F_g = 4\rangle$ -Grundzustand für ein Magnetfeld $B = 5 B_0^{LFE}$ ($B_0^{LFE} = 1.79$ G).

Statt der natürlichen Linienbreite γ wurde eine Breite von $2\pi \cdot 30$ MHz angenommen, was die

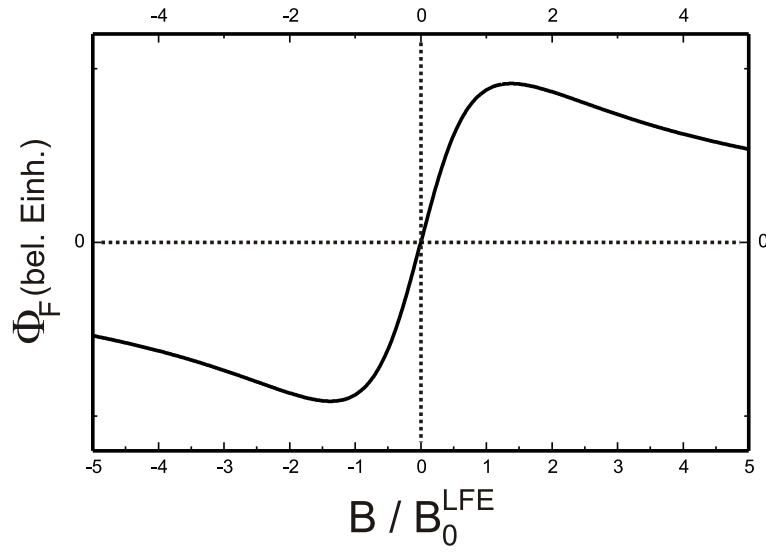


Abbildung 2.6: Magnetfeldabhängigkeit des resonanten LFE für kleine Lichtintensität. Das Skalierungsfeld $B_0^{LFE} = 1.79$ Gauß wird in (2.16) definiert.

Bedingungen (Restdopplerbreite) im Atomstrahl annähert. Die Mischung der Wellenfunktionen führt zu einer mehr (Abbildung 2.5 oben) oder weniger (Abbildung 2.5 unten) ausgeprägten Asymmetrie der Linien. Weitere Beispiele aus Theorie und Experiment werden in Kapitel 5 aufgezeigt.

Betrachtet man die Magnetfeldabhängigkeit des FARADAY-Winkels auf Resonanz, d.h. $x = 0$, so erhält man eine disperse LORENTZ-Kurve der Breite γ . Dies wird in Abbildung 2.6 für kleine Lichtintensität dargestellt.

2.3 Der nichtlineare Faraday-Effekt (NLFE)

Wie wir in Abschnitt 2.2 gezeigt haben, ist der LFE wegen

$$\Phi_{LFE} \propto \text{Re}(N_+ - N_-)$$

eine magnetfeldinduzierte, zirkulare Doppelbrechung. Die Größe von Φ_{LFE} ist von der eingestrahlten Lichtintensität unabhängig, solange die optischen Übergangsraten so klein sind, daß durch optische Pumpvorgänge (siehe Abschnitt 1.2) keine Umverteilung der Besetzungszahlen im Grundzustand erfolgt. Es liegt die Situation vor, wie sie in Abbildung 2.7 skizziert ist.

Erhöht man die eingestrahlte Lichtintensität, so geht die in Abbildung 2.6 skizzierte Magnetfeldabhängigkeit des FARADAY-Winkels auf Resonanz, d.h. für $x = 0$, in eine solche über, wie sie in Abbildung 2.8 zu sehen ist. In der Umgebung von $x_L = 0$ erkennt man eine Struktur, deren Ausprägung sehr wohl von der eingestrahlten Lichtintensität abhängt. Diese Struktur stellt den nichtlinearen FARADAY-Effekt (NLFE) dar. Ihre Breite ist, wie aus den Gleichungen (2.47) bis (2.50) hervorgeht, von der Flugzeit des Atoms durch den Laserstrahl bestimmt.

In unserer Arbeitsgruppe wurde ein anschauliches Modell zur quantitativen Beschreibung des NLFE entwickelt ([WWK93],[KWWH93]). Dieses soll im folgenden Abschnitt dargestellt werden.

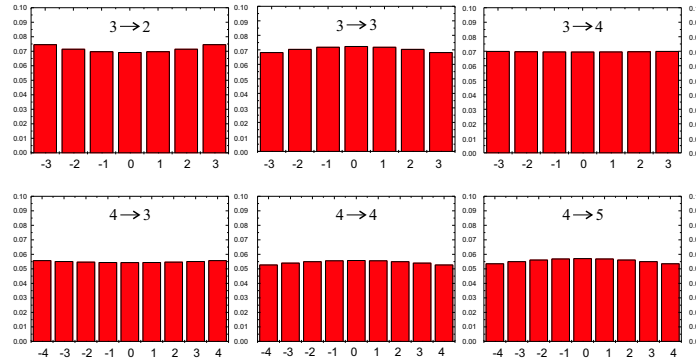


Abbildung 2.7: Populationen in den m_g -Unterniveaus für alle sechs Übergänge der D_2 -Linie von Cäsium nach einem Pumpzyklus mit π -linear polarisiertem Licht, d.h. Übergänge mit $\Delta m = 0$.

2.3.1 Der nichtlineare Faraday-Effekt als Dreistufenprozeß

In diesem Abschnitt wollen wir für die Diskussion zunächst, der Übersichtlichkeit wegen, ein atomares System mit $F_g = 1$ und $F_e = 0$ besprechen.

Das Magnetfeld wollen wir, wie in Abbildung 2.1, längs \hat{z} verlaufen lassen. Der Laserstrahl durchquert parallel zum anliegenden Magnetfeld das Medium. Jedoch soll die lineare Polarisati-on des einfallenden Lichtes längs \hat{y} liegen, um den experimentellen Gegebenheiten Rechnung zu tragen (siehe Abbildung 2.9). Man kann die längs \hat{y} liegende lineare Polarisation des einfallenden Lichtes wieder als Superposition von σ^+ - und σ^- - Licht darstellen.

Bei der genannten Wahl des räumlichen Koordinatensystems ist es angebracht, zur Beschreibung des Atoms im Grundzustand nicht die Basis $\{|m_g\rangle = |-1\rangle, |0\rangle, |+1\rangle\}$ zu wählen (siehe auch Abschnitt 1.2), sondern die Basis aus den drei folgenden kohärenten Superpositionen von

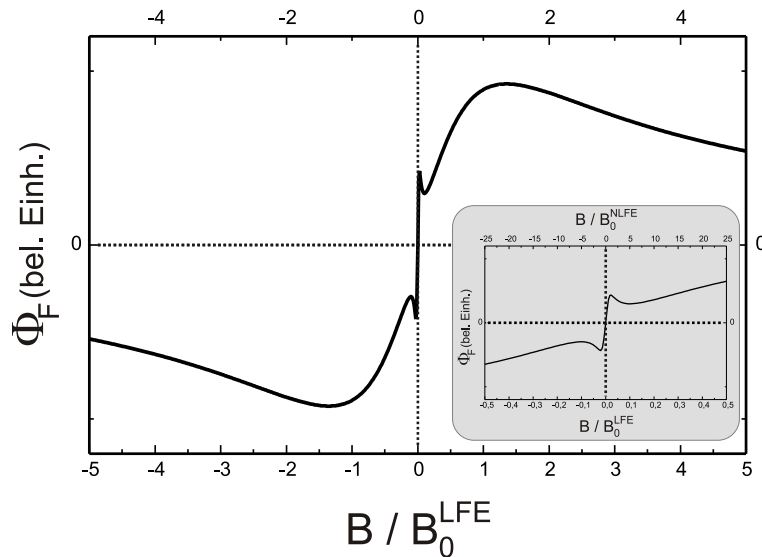


Abbildung 2.8: Abhängigkeit des resonanten LFE vom Magnetfeld für eine Lichtintensität, bei der optisches Pumpen stattfindet. Bei $B = 0$ tritt der NLFE auf; er ist separat sowohl auf der Skala des LFE ($B_0^{LFE} = 1.79$ G) wie auch auf der des NLFE ($B_0^{NLFE} = 34$ mG $\approx \frac{1}{50} B_0^{LFE}$) dargestellt.

$|m_g\rangle$ –Unterniveaus des Grundzustandes

$$\begin{aligned} |\Psi_K\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|-1\rangle + |+1\rangle) \\ |\Psi_{NK}\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|-1\rangle - |+1\rangle) \\ |\Psi_{NK'}\rangle &= |0\rangle. \end{aligned} \quad (2.35)$$

Diese soll im folgenden *Kohärenzbasis* genannt werden, da hier ($\Delta m = 2$)-Kohärenzen auftreten, die für alle Diskussionen, bei denen es um Akkumulation einer Phasendifferenz geht, nützlich sind. Es bezeichnet $|\Psi_K\rangle$ den einzigen an das Lichtfeld koppelnden Zustand, $|\Psi_{NK'}\rangle$ ⁸ und $|\Psi_{NK}\rangle$ sind nichtkoppelnde Zustände. Dies wird klar, wenn man die Matrixelemente der Übergangswahrscheinlichkeiten

$$w(|g\rangle \rightarrow |e\rangle) \propto \left| \langle e | \vec{d} \cdot \vec{E} | g \rangle \right|^2$$

unter Verwendung von (1.2) oder (1.5) mit Hilfe der Zerlegung

$$\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_-$$

berechnet. Wir erhalten nämlich

$$\langle e | \vec{d} \cdot \vec{E} | \Psi_{NK} \rangle = 0 = \langle e | \vec{d} \cdot \vec{E} | \Psi_{NK'} \rangle,$$

während

$$\langle e | \vec{d} \cdot \vec{E} | \Psi_K \rangle \neq 0.$$

Wie in Abschnitt 1.5 besprochen, erhalten die Wellenfunktionen durch das anliegende Magnetfeld eine zusätzliche Phase (siehe Gleichung (1.57)), die von der Larmorfrequenz $\omega_{Larmor} \equiv \omega_L$ abhängt:

$$\phi_Z(m_{F_g}, t) \equiv \phi_{Zeeman}(m_{F_g}) = \frac{1}{\hbar} \int_0^t -\vec{\mu} \cdot \vec{B} dt' = g_{F_g} m_{F_g} |\omega_{Larmor}| t, \quad (2.36)$$

wobei das Atom zur Zeit $t = 0$ präpariert und zur Zeit t analysiert wird. Mit Hilfe von Gleichung (2.36) kann man auch einen *Zeitentwicklungsoperator* definieren, der auf die Zustände $|m_{F_g}\rangle$ wirkt:

$$e^{-i\phi_Z(m_{F_g}, t)} \quad (2.37)$$

An dieser Stelle soll die Larmorfrequenz den g -Faktor beinhalten, da dies die Notationen im folgenden vereinfachen wird. Wir schreiben

$$\widehat{\omega}_L \equiv g_i |\omega_{Larmor}|, \quad (2.38)$$

wobei g_i der g -Faktor des Zustandes $|i\rangle$ ist.

Wird ein Atom zum Zeitpunkt $t = 0$ durch optisches Pumpen im nichtkoppelnden Zustand $|\Psi_{NK}\rangle$ ⁹ präpariert, so lautet dessen Zeitentwicklung, ausgedrückt mit (2.37)

$$\begin{aligned} |\Psi(t)\rangle &= e^{-i\phi_Z(m_g, t)} \frac{1}{\sqrt{2}} [|-1\rangle - |+1\rangle] \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} [e^{i\widehat{\omega}_L t} |-1\rangle - e^{-i\widehat{\omega}_L t} |+1\rangle] \\ &= \frac{1}{2} [e^{i\widehat{\omega}_L t} (|\Psi_K\rangle + |\Psi_{NK}\rangle) - e^{-i\widehat{\omega}_L t} (|\Psi_K\rangle - |\Psi_{NK}\rangle)] \\ &= |\Psi_{NK}\rangle \cos(\widehat{\omega}_L t) + i |\Psi_K\rangle \sin(\widehat{\omega}_L t). \end{aligned} \quad (2.39)$$

⁸ $|\Psi_{NK'}\rangle$ koppelt wegen des transversalen Charakters des Lichtes nicht.

⁹Man bezeichnet $|\Psi_{NK}\rangle$ auch als Dunkelzustand, da bei seiner Beobachtung minimale Fluoreszenz, also maximale Absorption auftritt.

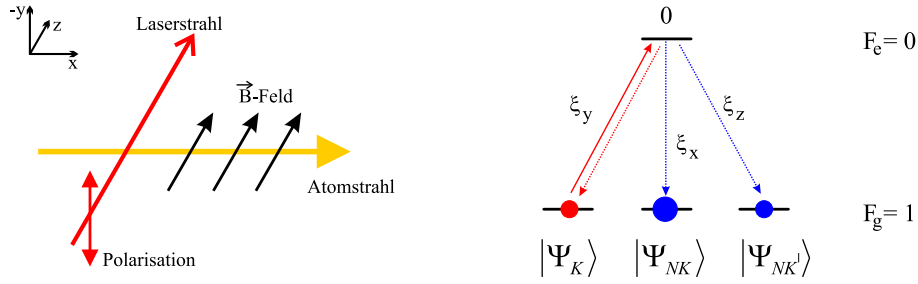


Abbildung 2.9: Der optische Pumpprozess in der *Kohärenzbasis* (2.35) und die zugehörigen räumlichen Koordinatenachsen. Bei jedem Pumpzyklus gibt es Übergänge vom koppelnden in den koppelnden und in die nicht koppelnden Zustände. Nach Ende des Pumpens befinden sich die Atome überwiegend in den nichtkoppelnden Zuständen.

Man sieht, daß das Atom zwischen koppelndem und nichtkoppelndem Zustand mit der Frequenz $\widehat{\omega}_L$ oszilliert. Die Wahrscheinlichkeit, das Atom ausschließlich in einem der beiden Zustände zu finden, oszilliert also mit der Frequenz $2\widehat{\omega}_L$ zwischen Null und Eins. Daher oszilliert auch die Absorptionswahrscheinlichkeit des Atoms mit der Frequenz $2\widehat{\omega}_L$ zwischen Null und Eins. Die Wechselwirkung des atomaren Ensembles mit dem Lichtfeld ist also zeitabhängig.

Zusammenfassend kann man jetzt den NLFE als einen Dreistufenprozess in der Kohärenzbasis beschreiben:

1. Präparation

Durch optisches Pumpen mit längs \hat{y} linear polarisiertem Licht wird das Atom von dem an das Lichtfeld koppelnden Zustand $|\Psi_K\rangle$ in die nicht koppelnden Zustände $|\Psi_{NK}\rangle$ und $|\Psi_{NK'}\rangle$ gebracht. Der Zustand $|\Psi_{NK'}\rangle$ ist für die folgende Diskussion irrelevant. Der Dunkelzustand $|\Psi_{NK}\rangle$ ist eine $(\Delta m = 2)$ -Kohärenz.

2. Präzession

Das präparierte Atom verläßt den Laserstrahl; die $(\Delta m = 2)$ -Kohärenz präzediert in einem Magnetfeld längs \hat{z} mit der Larmorfrequenz $\widehat{\omega}_L$. Nach einer Zeit $T > 0$ hat sich die $(\Delta m = 2)$ -Kohärenz folglich um $\alpha = \alpha(T) = \widehat{\omega}_L T$ gedreht, wenn man

$$\alpha(t) \equiv \widehat{\omega}_L t$$

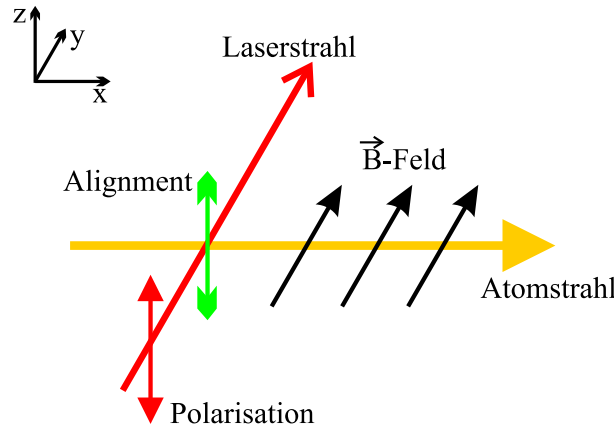
definiert.

3. Nachweis

Das Atom tritt wieder in den Laserstrahl ein. Je nach akkumulierter Phase befinden sich die Atome in einem mehr oder weniger an das Lichtfeld koppelnden Zustand $|\Psi(t)\rangle$. Die Absorption des Laserlichtes durch die Atome ist folglich zeitabhängig. Eine direkte Messung dieser modulierten Transmission bzw. Fluoreszenz bezeichnet man auch als Messung des HANLE-Effekts im Grundzustand oder als eine Dunkelresonanzmethode.

Die bisherige Diskussion knüpft an die Beschreibung des LFE dadurch an, daß sie in denselben räumlichen Koordinaten wie der LFE erfolgt, insbesondere mit $\hat{B} = \hat{z}$.

Allerdings ist es in der damit verbundenen Basis (2.35) für die atomaren Zustände mühsam, aus dem dritten Schritt (Nachweis) den FARADAY-Winkel abzuleiten. Daher werden wir jetzt zu Koordinaten übergehen, wie sie in Abbildung 2.10 angedeutet sind:

Abbildung 2.10: Lage des Koordinatensystems bei Wahl der *Detektionsbasis*.

Das Licht breitet sich wieder parallel zum Magnetfeld aus, das jetzt in y -Richtung gewählt wurde. Die einfallende, lineare Polarisation ist längs \hat{z} . Die hier angemessene Basis für die Zustände im Atom ist

$$\{|m_g\rangle = |-1\rangle, |0\rangle, |+1\rangle\}$$

und soll im folgenden als *Detektionsbasis* bezeichnet werden.

Den NLFE kann man als *lichtinduzierte Doppelbrechung* verstehen, wenn man ihn als Dreistufenprozeß in der Detektionsbasis beschreibt:

1. Präparation

Optisches Pumpen mit längs \hat{z} linear polarisiertem Licht prägt dem atomaren Ensemble eine *einachsige Symmetrie* auf¹⁰; es wird ein Alignment erzeugt. Dieses stellt eine doppelbrechende Achse, eine Anisotropie-Achse des Mediums dar.

2. Präzession

Die präparierten Atome verlassen den Laserstrahl; das Alignment, genau genommen die longitudinale Komponente des Alignments (siehe unten) präzediert in einem Magnetfeld längs \hat{y} mit der Larmorfrequenz $\widehat{\omega}_L$. Nach einer Zeit $T > 0$ hat sich die Achse der Anisotropie folglich um $\alpha = \alpha(T) = \widehat{\omega}_L T$ gedreht, wenn wieder

$$\alpha(t) \equiv \widehat{\omega}_L t$$

gilt.

3. Nachweis

Die Atome treten wieder in den Laserstrahl ein und prägen dem Licht ihre Symmetrie auf. Hierfür sind unterschiedliche Brechungsindizes parallel und senkrecht zur Anisotropie-Achse verantwortlich. Insbesondere sind die Absorptionskoeffizienten für Licht mit Polarisation längs der bzw. senkrecht zur doppelbrechenden Achse unterschiedlich. Die Amplitude der auslaufenden Lichtwelle ist im allgemeinen kleiner als die der einlaufenden, die Polarisation im allgemeinen gegenüber der einfallenden gedreht und elliptisch (siehe Abbildung 2.11).

¹⁰Beim LFE war es das Magnetfeld, das dem Medium eine chirale Symmetrie aufgeprägt hatte, die dann die Wechselwirkung des Mediums mit dem Licht bestimmt hat.

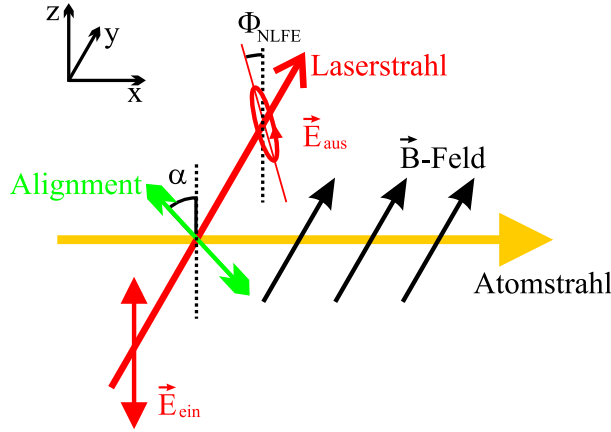


Abbildung 2.11: Zusammenhang zwischen Φ_{NLFE} und dem Drehwinkel α der Anisotropieachse gegenüber der einfallenden Polarisation.

In Kapitel 2.2 hatten wir uns die Phasenfaktoren angeschaut, die die Komponenten des Jones-Vektors längs der Eigenmoden des B -Feldes erhalten. Analog müssen wir im Falle des NLFE die Phasenfaktoren längs der Eigenmoden der doppelbrechenden Achse (Alignment) ermitteln, um eine Formel für den hier auftretenden FARADAY-Winkel Φ_{NLFE} zu erhalten. Wir schreiben für die Phasenfaktoren parallel bzw. senkrecht zur doppelbrechenden Achse

$$A_{\parallel,\perp} = e^{i N_{\parallel,\perp} \frac{\omega_{Licht} L}{c}}. \quad (2.40)$$

Hierin taucht der komplexe Brechungsindex

$$N_{\parallel,\perp} = n_{\parallel,\perp} + i n''_{\parallel,\perp}$$

auf, der durch Gleichung (2.8) mit $q = \parallel$ oder $q = \perp$ definiert wird.

Um hieraus den FARADAY-Winkel zu bestimmen, muß man rechnerisch den einfallenden Jones-Vektor, der mit der Anisotropie-Achse einen Winkel α einschließt, auf diese Achse drehen, ermittelt den Einfluß der Brechungsindizes parallel bzw. senkrecht zu dieser Achse auf den Jones-Vektor und dreht auf die Koordinaten des einfallenden Vektors zurück. Dies schreibt sich in der Form

$$\xi_{aus} = \begin{pmatrix} \cos(\alpha) & \sin(\alpha) \\ -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_{\parallel} & 0 \\ 0 & A_{\perp} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (2.41)$$

Die Argumentation wird hier wieder dadurch erleichtert und verkürzt, daß horizontal polarisiertes, einfallendes Licht benutzt wird. Das Endresultat gilt natürlich auch für die in diesem Kapitel benutzte vertikale Polarisation.

Durch explizites Ausrechnen von (2.41) erhält man

$$\xi_{aus} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} (A_{\perp} + A_{\parallel}) - (A_{\perp} - A_{\parallel}) \cos(2\alpha) \\ (A_{\perp} - A_{\parallel}) \sin(2\alpha) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}. \quad (2.42)$$

Gemäß den Ausführungen in Anhang A kann man den zu (2.42) gehörenden Stokesvektor für ein optisch dünnes Medium berechnen. Er lautet¹¹:

$$\vec{S} = \begin{pmatrix} (n''_{\parallel} - n''_{\perp}) \sin(2\alpha) \frac{\omega_{\text{Licht}} L}{c} \\ (n_{\parallel} - n_{\perp}) \sin(2\alpha) \frac{\omega_{\text{Licht}} L}{c} \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (2.43)$$

Hieraus erhält man mit Hilfe von Gleichung (A.8) wegen

$$2 \Phi_{NLFE} \approx \arctan(2 \Phi_{NLFE}) = \frac{S_x}{S_z}$$

den folgenden Ausdruck für den Drehwinkel des NLFE:

$$\Phi_{NLFE} = \frac{1}{2} S_x = (n''_{\parallel} - n''_{\perp}) \sin(2\alpha) \frac{\omega_{\text{Licht}} L}{2c}. \quad (2.44)$$

An Gleichung (2.43) sieht man sehr schön, daß beim NLFE der FARADAY-Winkel vom Imaginärteil der Brechungsindizes herrührt, und daß die Elliptizität, die durch S_y beschrieben wird (siehe Anhang A), von den Realteilen der Brechungsindizes stammt. Hier beschreibt $S_y = 2 \theta_{LB}$ die lineare Doppelbrechung (siehe Abschnitt 4.1.1). Beim LFE hingegen machen die Realteile der Brechungsindizes den FARADAY-Winkel und die Imaginärteile die Elliptizität aus (siehe Abschnitt 4.1.1 und Abbildung 2.3).

Um $(n''_{\parallel} - n''_{\perp})$ zu ermitteln, nehmen wir Gleichung (2.8) und setzen $q = \parallel$ oder $q = \perp$ ein. Mit Hilfe des WIGNER-ECKART-Theorems (siehe Gleichung (2.18)) spaltet man analog zum Vorgehen in Kapitel 2.2.1 die m -Abhängigkeit des Dipolmatrixelementes ab. Eine algebraische Summation über die m_g -Quantenzahlen des Grundzustandes führt dann zu der in [WWK93] erstmals berechneten Formel

$$N_{\parallel} - N_{\perp} = \frac{\pi}{\hbar} \frac{|d|^2}{\Lambda} K_{ge} \sum_{m_g} \rho_{m_g} [F_g(F_g + 1) - 3m_g^2]. \quad (2.45)$$

Bei den in [WWK93] diskutierten Experimenten mit Atomdampfzellen muß man noch einige Bedingungen an die Pumprate und die Larmorfrequenz stellen, da der oben geschilderte Dreistufenprozeß innerhalb eines Laserstrahles erfolgt. Bei den hier vorgestellten Experimenten am Atomstrahl, wo die drei Schritte räumlich getrennt erfolgen, sind wir lediglich beim Nachweisstrahl auf hinreichend kleine Intensität angewiesen, damit er möglichst kein optisches Pumpen verursacht.

Den Ausdruck in Gleichung (2.45) kann man auch in Abhängigkeit vom Erwartungswert der longitudinalen Komponente des Alignments¹²

$$\langle T_0^{(2)} \rangle = \sum_{m_g} \rho_{m_g} [F_g(F_g + 1) - 3m_g^2]$$

schreiben. Es gilt dann

$$N_{\parallel} - N_{\perp} = \frac{\pi}{\hbar} \frac{|d|^2}{\Lambda} K_{ge} \langle T_0^{(2)} \rangle. \quad (2.46)$$

Somit erhalten wir für den FARADAY-Winkel Φ_{NLFE} in Gleichung (2.44)

¹¹Aufgrund der gemachten Näherungen ist die Normierungsbedingung $|\vec{S}| = 1$ nicht erfüllt, was für die Diskussion jedoch uninteressant ist.

¹²In den Gleichungen (2.45) und (2.46) müßte genaugenommen das Alignment im angeregten Zustand mit berücksichtigt werden. Dies kann man aber bei hinreichend kleiner Rabifrequenz (siehe Gleichung (1.14)) vernachlässigen.

$$\Phi_{NLFE} \propto \langle T_0^{(2)} \rangle$$

In den Gleichungen (2.45) und (2.46) stehen wieder g für den Grundzustand und e für den angeregten Zustand. Desweiteren bezeichnen $|d| = \langle (n_e L_e J_e) F_e \| d \| (n_g L_g J_g) F_g \rangle$ das reduzierte Matricelement des elektrischen Dipoloperators und ρ_{m_g} die Population im Zustand $|F_g, m_g\rangle$. Mit Λ wird der Lorentz-Nenner $\delta - i\gamma_{eg}$ ($\delta = \omega - \omega_0$) abgekürzt. Die Koeffizienten K_{ge} in den Gleichungen (2.45) und (2.46) sind gegeben durch

$$K_{ge}^{-1} = \begin{cases} F_g(2F_g - 1)(2F_g + 1), & \text{falls } F_e - F_g = -1 \\ -F_g(F_g + 1)(2F_g + 1), & \text{falls } F_e - F_g = 0 \\ (F_g + 1)(2F_g + 1)(2F_g + 3), & \text{falls } F_e - F_g = +1 \end{cases}.$$

Diese sind in Tabelle 2.2 für die Übergänge der Cs- D_2 -Linie aufgelistet. In diesem Zusammenhang ist es interessant, sich Abbildung 5.6 anzuschauen, in der die longitudinale Komponente des Alignments ($\langle T_0^{(2)} \rangle$), der Wert von $K_{ge} \langle T_0^{(2)} \rangle$, die relativen Linienstärken sowie der FARADAY-Winkel Φ_F für den Grenzfall hoher Pumprate dargestellt sind. Man sieht, daß die stärkere, optische Linie nicht unbedingt das stärkste NLFE-Signal liefert.

F_g	F_e	K_{ge}^{-1}	rel. Linienstärke
3	2	105	20
3	3	-84	21
3	4	252	15
4	3	252	7
4	4	-180	21
4	5	495	44

Tabelle 2.2: Die Kehrwerte von K_{ge} und die relativen Linienstärken (mit Hilfe von Gleichung (2.19) berechnet) für die möglichen optischen Übergänge vom Niveau $|6S_{1/2}, F_g\rangle$ zum Niveau $|6P_{3/2}, F_e\rangle$ des Cs.

Um aus Gleichung (2.44) die Linienform für $\Phi_{NLFE}(B)$ zu erhalten, muß man berücksichtigen, daß es auch Verlustmechanismen gibt, die zu einer Relaxation des Alignments führen. Daher ist es sinnvoll, für Atome der mittleren GESchwindigkeit $\langle v \rangle$, die einen Laserstrahl mit Durchmesser \varnothing_{Laser} durchqueren, eine Relaxationsrate gemäß

$$\gamma_R := \frac{\langle v \rangle}{\varnothing_{Laser}} \quad (2.47)$$

zu definieren. Diese kann man wie folgt motivieren:

In der obigen Diskussion wird der NLFE als ein Drei-Stufenprozeß innerhalb eines Laserstrahles beschrieben, der sowohl die Präparation des Alignments (Pumpen) als auch dessen Nachweis macht. Der Nachweis erfolgt also über einen Absorptionsvorgang, der das Alignment zerstört. Die Relaxationszeit $\tau_R = \frac{1}{\gamma_R}$ gibt somit die Zeit zwischen dem Pump- und dem Nachweisprozeß an. Sie ist insbesondere gleich der Wechselwirkungszeit der Atome mit dem Lichtfeld:

$$\tau_R = \frac{1}{\gamma_R} = \tau_{WW}$$

Benutzt man nun γ_R , um in Gleichung (2.44) eine Zeitmittelung nach HANLE durchzuführen, so ergibt sich

$$\Phi_{NLFE} = (n_{||}'' - n_{\perp}'') \frac{\omega_{Licht} L}{2c} \gamma_R \int_{-\infty}^0 \sin(2\alpha) e^{-\gamma_R t} dt. \quad (2.48)$$

Das auftretende Integral wertet man wie folgt aus:

$$\gamma_R \int_{-\infty}^0 \sin(2\widehat{\omega}_L t) e^{-\gamma_R t} dt = \text{Im} \left(\gamma_R \int_{-\infty}^0 e^{(i2\widehat{\omega}_L - \gamma_R)t} dt \right) = \frac{\frac{2\widehat{\omega}_L}{\gamma_R}}{\left(\frac{2\widehat{\omega}_L}{\gamma_R}\right)^2 + 1}.$$

Es ergibt sich also eine Resonanz, eine dispersive LORENTZ-Kurve der vollen Breite γ_R . Dies ist die Breite der Resonanz bei $B = 0$ in Abbildung 2.8.

Wir erhalten somit als Endresultat

$$\Phi_{NLFE} = (n_{||}'' - n_{\perp}'') \frac{\omega_{\text{Licht}} L}{2c} \frac{x_R}{x_R^2 + 1}, \quad (2.49)$$

wobei

$$x_R \equiv \frac{2\widehat{\omega}_L}{\gamma_R} = \frac{2g_{F_g}|\omega_L|}{\gamma_R} \equiv \frac{B}{B_0^{NLFE}}. \quad (2.50)$$

das anliegende Magnetfeld B in Einheiten des intrinsischen Magnetfeldes

$$B_0^{NLFE} \equiv \frac{\hbar \gamma_R}{2g_{F_g} \mu_{Bohr}}$$

definiert. Dann liegen die beiden Extrema der Magnetfeldabhängigkeit des NLFE bei $\pm B_0^{NLFE}$ (siehe kleines Fenster in Abbildung 2.8).

Wählt man beispielsweise einen Laserstrahl mit Durchmesser 2 mm, so erhält man für $\langle v \rangle = 300 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $g_{F_g} = \frac{1}{4}$ und $\frac{\mu_{Bohr}}{\hbar} = 1.4 \frac{\text{MHz}}{\text{G}}$ einen numerischen Wert von

$$B_0^{NLFE} = 34 \text{ mG} \approx \frac{1}{50} B_0^{LFE}.$$

Um eine möglichst große magnetometrische Empfindlichkeit zu erhalten, muß man also bestrebt sein, γ_R klein zu machen, was bei einer gegebenen Geschwindigkeitsverteilung wegen (2.47) gleichbedeutend ist mit einem möglichst großen Durchmesser des Laserstrahls, d.h. mit einer langen Wechselwirkungszeit der Atome mit dem Licht. Da dies nicht beliebig möglich ist, verwendet man das von N. F. RAMSEY vorgestellte und 1989 mit dem Nobelpreis ausgezeichnete Prinzip der räumlichen Trennung von Pump- und Nachweisregion, die RAMSEY-Methode ([Ram50],[Ram90]). Deren Übertragung auf den NLFE wird in Abschnitt 2.4 besprochen. Sie wurde in unserer Arbeitsgruppe erfunden ([SKWH93], [WSKH93], [Sch94], [Wei96]).

Zunächst soll jedoch der NLFE etwas quantitativer behandelt werden.

2.3.2 Behandlung des NLFE mit Ratengleichungen

Wir haben in Abschnitt 2.3.1 gesehen, daß es ausreicht, die Populationen ρ_{m_g} der ZEEMAN-Unterkomponenten in den Grundzuständen $|F_g\rangle$ zu kennen, um mit Hilfe von Gleichung (2.45) den FARADAY-Winkel Φ_{NLFE} in Gleichung (2.44) zu ermitteln. Daher kann man inkohärent rechnen, d.h., man kann Ratengleichungen benutzen, um die Populationen in den m_g -Unterkomponenten des Grundzustandes zu erhalten.

Im Rahmen dieser Arbeit entstand eine MATHEMATICA-Anwendung, die es erlaubt, mit Hilfe von Ratengleichungen die zu erwartenden relativen Größen des FARADAY-Winkels Φ_{NLFE} zu berechnen. Diese Vorgehensweise stellt einen sehr anschaulichen Zugang zum Verständnis des NLFE dar und liefert im Grenzfall kleiner Pumpraten dieselben Resultate wie die Rechnungen in [KWWH93].

Dazu benutzt man wieder die Detektionsbasis, für die die räumlichen Koordinaten in Abbildung 2.10 angegeben sind.

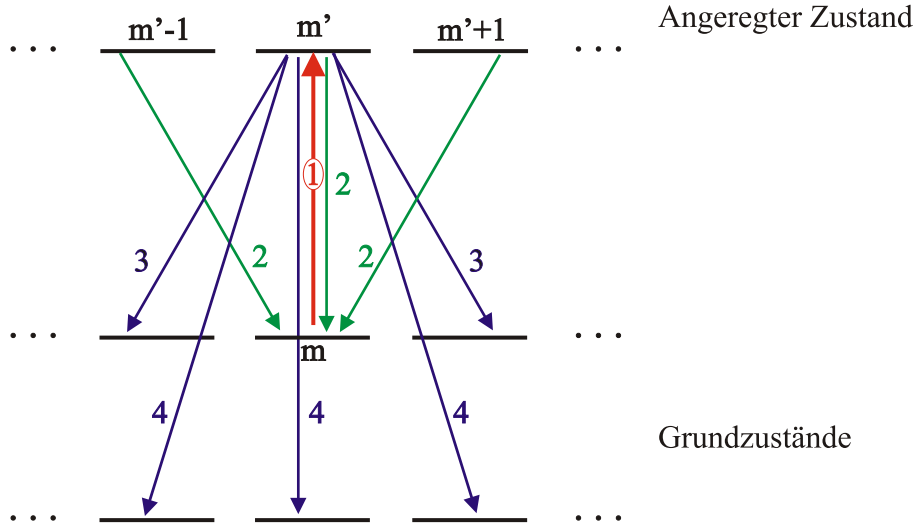


Abbildung 2.12: Ausschnitt aus den ZEEMAN-Unterniveaus der Hyperfeinstruktur des Cs. Für einen speziellen m -Zustand werden die Beiträge angegeben, die ihn entvölkern (1), die ihm wieder Population zurückgeben (2) sowie die Verlustkanäle zu benachbarten Niveaus (3) und der Verlust durch Hyperfeinpumpen (4).

Allerdings muß im konkreten Fall des Cäsiums, da es ein Mehrniveau-Atom ist, die bisher benutzte Basis $\{|-1\rangle, |0\rangle, |+1\rangle\}$ erweitert werden. Wir wollen daher die Zustände $|F_g, m_g\rangle$ in der Basis

$$\{|3, -3\rangle, \dots, |3, 0\rangle, \dots, |3, 3\rangle; |4, -4\rangle, \dots, |4, 0\rangle, \dots, |4, 4\rangle\}. \quad (2.51)$$

beschreiben.

In Abbildung 2.12 ist das in den Rechnungen benutzte Pumpschema für einen Ausschnitt aus der ZEEMAN-Struktur der Hyperfeinniveaus im Grundzustand des Cäsiums skizziert. Hierbei sei der linear längs \hat{z} polarisierte Laserstrahl auf Resonanz mit einem Übergang $|F_g\rangle \rightarrow |F_e\rangle$. Betrachten wir das mittlere Niveau in Abbildung 2.12, dann gibt es vier Beiträge, die dessen Population bestimmen:

1. Das eingestrahelte Licht entleert über Weg 1 das hier diskutierte Niveau m . Je nach Übergangswahrscheinlichkeit werden aber auch alle anderen m_g -Unterniveaus mehr oder weniger stark entleert.
2. Über die Wege 2 gelangt Population vom Niveau m' , aber auch von den benachbarten Niveaus $m' \pm 1$ in das Niveau m .
3. Die Wege 3 stellen für das Niveau m einen Verlustmechanismus dar, da sie Populationen an die Niveaus $m \pm 1$ übertragen. Von dort aus kann allerdings in einem weiteren Pumpzyklus wieder Population in m gelangen.
4. Für den betrachteten F -Grundzustand gehen die Populationen verloren, die über die Wege 4 in den anderen Grundzustand übertragen werden. Sie werden, da sie ein anderes Hyperfeinniveau bevölkern, auch als *Hyperfeinpumpen* bezeichnet.

Um die Populationen, wie sie in Abbildung 2.13 beispielhaft für 200 Pumpzyklen skizziert sind, zu berechnen, geht man wie folgt vor:

Ohne Einschränkungen kann man für die Rechnung annehmen, daß die Atome mit linear längs \hat{z} polarisiertem Licht gepumpt werden. Das B -Feld sei Null, was eine Präzession des Alignments

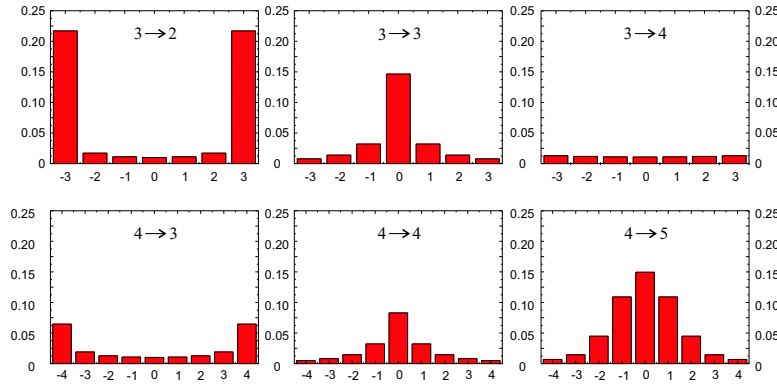


Abbildung 2.13: Populationen in den m_g -Unterniveaus für alle sechs Übergänge der D_2 -Linie von Cäsium nach 200 Pumpzyklen mit linear polarisiertem Licht.

verhindert. Der Nachweis erfolgt mit Licht, das parallel (längs \hat{z}) oder senkrecht (längs \hat{x}) zur Polarisation des Pumplichtes polarisiert ist. Allgemein gilt für die Übergangsrate von einem Zustand $|F\rangle$ zu einem Zustand $|F'\rangle$, wobei die Bezeichnungen $|F\rangle$ und $|F'\rangle$ nichts darüber aussagen, ob der Übergang eine Anregung oder ein Zerfall ist, die Gleichung

$$\gamma_q(m) = \gamma_q(|F, m\rangle \longrightarrow |F', m'\rangle) \propto (2F+1)(2F'+1) \begin{pmatrix} F' & 1 & F \\ -q-m & q & m \end{pmatrix}^2 \cdot \left\{ \begin{matrix} J' & F' & I \\ F & J & 1 \end{matrix} \right\}^2, \quad (2.52)$$

die die aus (2.18) und (2.19) bekannten Formeln für den hier diskutierten Fall darstellt. Es gelten für die beiden, uns interessierenden Raten die Beziehungen

$$\begin{aligned} \gamma_z(m_g) &= \gamma_0(m_g) \\ \gamma_x(m_g) &= \frac{1}{2} (\gamma_{-1}(m_g) + \gamma_{+1}(m_g)), \end{aligned} \quad (2.53)$$

die jeweils Raten für die Übergänge $|F_g, m_g\rangle \longrightarrow |F_e, m_e\rangle$ darstellen. Um nun das Absorptionsverhalten für beide Polarisationsrichtungen zu studieren, muß man n_z'' und n_x'' nach dem Pumpprozeß kennen. Ist $\rho_{m_g}^p$ die Population im Zustand $|F_g, m_g\rangle$ nach Abschluß des Pumpvorganges, so gilt

$$n_{z,x}'' = \sum_{m_g} \rho_{m_g}^p \gamma_{z,x}(m_g). \quad (2.54)$$

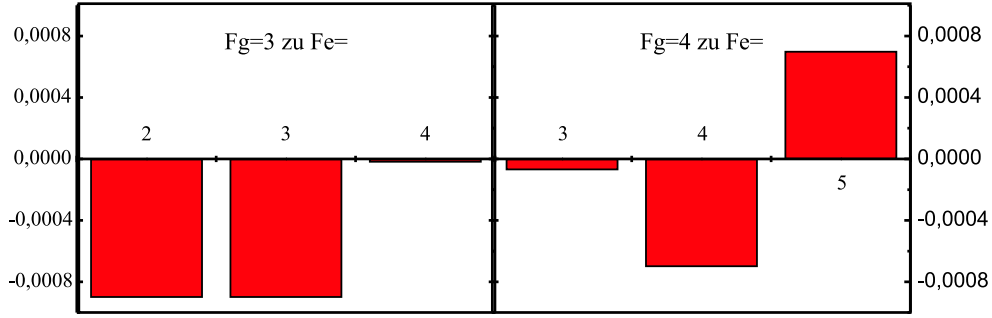
Die Werte für $\rho_{m_g}^p$ erhält man mit Hilfe der Gleichgewichtslösungen¹³ eines Systems von Raten-gleichungen der Gestalt

$$(\mathbf{P} - \mathbf{R}) \cdot \vec{\rho} = -\mathbf{R} \cdot \vec{\rho}^0. \quad (2.55)$$

Im einzelnen bedeuten hierin¹⁴

¹³Nichttriviale Gleichgewichtslösungen gibt es nur, wenn es auch Relaxation gibt.

¹⁴Die Notation ist ρ_{F_g, m_g} .



Abbildungung 2.14: Berechnete Größe des FARADAY-Winkels nach einem Pumpzyklus mit linear polarisiertem Licht für die Übergänge $|F_g = 3\rangle \rightarrow |F_e = 3 \pm 1\rangle$ (links) und $|F_g = 4\rangle \rightarrow |F_e = 4 \pm 1\rangle$ (rechts).

$$\vec{\rho^p} = \begin{pmatrix} \rho_{3,-3}^p \\ \vdots \\ \rho_{3,+3}^p \\ \rho_{4,-4}^p \\ \vdots \\ \rho_{4,+4}^p \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{\rho^0} = \begin{pmatrix} \rho_{3,-3}^0 \\ \vdots \\ \rho_{3,+3}^0 \\ \rho_{4,-4}^0 \\ \vdots \\ \rho_{4,+4}^0 \end{pmatrix},$$

d.h. $\vec{\rho^p}$ ist der Vektor, der die Populationen aller Unterzustände beider Grundzustände nach einer gewissen Anzahl von Pumpzyklen angibt, während $\vec{\rho^0}$ der Vektor ist, der die thermische Besetzung aller ZEEMAN-Unterniveaus vor dem optischen Pumpen angibt. Die Matrizen \mathbf{P} und \mathbf{R} sind jeweils die Pump- und die Relaxationsmatrix. Letztere ist die (16×16) Einheitsmatrix, wenn man die Pumpraten (γ_p) in Einheiten der Relaxationsrate (γ_r) schreibt. Es bleibt somit nur noch zu klären, welche Einträge die Matrix \mathbf{P} hat. Wir schreiben

$$\mathbf{P} = \frac{\gamma_p}{\gamma_r} (\mathbf{S} + \mathbf{N}). \quad (2.56)$$

Der Eintrag $P_F^{F'}(i, j)$ von \mathbf{P} stellt den Beitrag dar, der vom ZEEMAN-Niveau $|F', j\rangle$ des Grundzustandes zum Niveau $|F, i\rangle$ des Grundzustandes übertragen wird.

Die Matrix \mathbf{S} beschreibt die Selbstbeiträge, d.h., das, was aus einem Zustand $|F_g^*, m_g^*\rangle$ herausgepumpt wird und was aufgrund dieser Anregung wieder in ihn zurückfällt. Daher hat \mathbf{S} nur Einträge auf der Hauptdiagonalen. Gleichzeitig erhält der Zustand $|F_g^*, m_g^*\rangle$ auch Population von seinen benachbarten Niveaus $|F_g^*, m_g^* \pm 1\rangle$; diesem Beitrag trägt die Matrix \mathbf{N} Rechnung, deren Einträge $N_F^{F'}(i, j)$ ungleich Null sind, falls $(i = j \pm 1)$ oder $((i = j) \wedge (F \neq F'))$ erfüllt sind.

In den Abbildungen 2.14 und 2.15 sind die zu erwartenden Größen von Φ_{NLFE} für niedrige (ein Pumpzyklus) und hohe Pumpintensitäten (zweihundert Pumpzyklen) angegeben. Man sieht, daß man, wenn möglich, das Experiment mit hohen Pumpleistungen mit dem Übergang $|F_g = 3\rangle \rightarrow |F_e = 2\rangle$ durchführen sollte. In Kapitel 5 wird sich dies experimentell bestätigen. Interessant ist auch der Vergleich der Abbildungen 2.14 und 2.15 mit den Abbildungen 2.7 und 2.13.

Neben diesen beiden Spezialfällen soll noch die Abhängigkeit des FARADAY-Winkels von der Pumprate demonstriert werden. In Abbildung 2.16 sieht man, das Verhalten des FARADAY-Winkels für kleine, mittlere und hohe Pumpraten. Es sticht hervor, daß der Übergang $|F_g = 3\rangle \rightarrow |F_e = 4\rangle$ fast keinen NLFE zeigt; die Struktur, die man bei einhundertfacher Vergrößerung

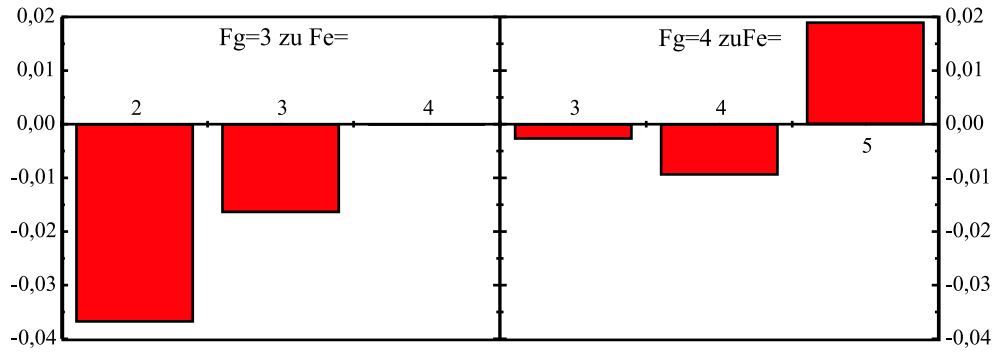


Abbildung 2.15: Berechnete Größe des FARADAY-Winkels nach zweihundert Pumpzyklen mit linear polarisiertem Licht für die Übergänge $|F_g = 3\rangle \rightarrow |F_e = 3 \pm 1\rangle$ (links) und $|F_g = 4\rangle \rightarrow |F_e = 4 \pm 1\rangle$ (rechts).

sieht, zeigt einen interessanten Verlauf: es gibt ein Extremum. Ebenso besitzt die Kurve für den Übergang $|F_g = 4\rangle \rightarrow |F_e = 4\rangle$ einen Wendepunkt, wenngleich auch nicht so ausgeprägt. Alle anderen Graphen zeigen einen monotonen Verlauf, der quasi in Sättigung geht. In Abbildung 2.16 sieht man, wie schon in den Abbildungen 2.14 und 2.15, daß der Übergang $|F_g = 4\rangle \rightarrow |F_e = 5\rangle$ ein anderes Vorzeichen des FARADAY-Winkels aufweist als die anderen.

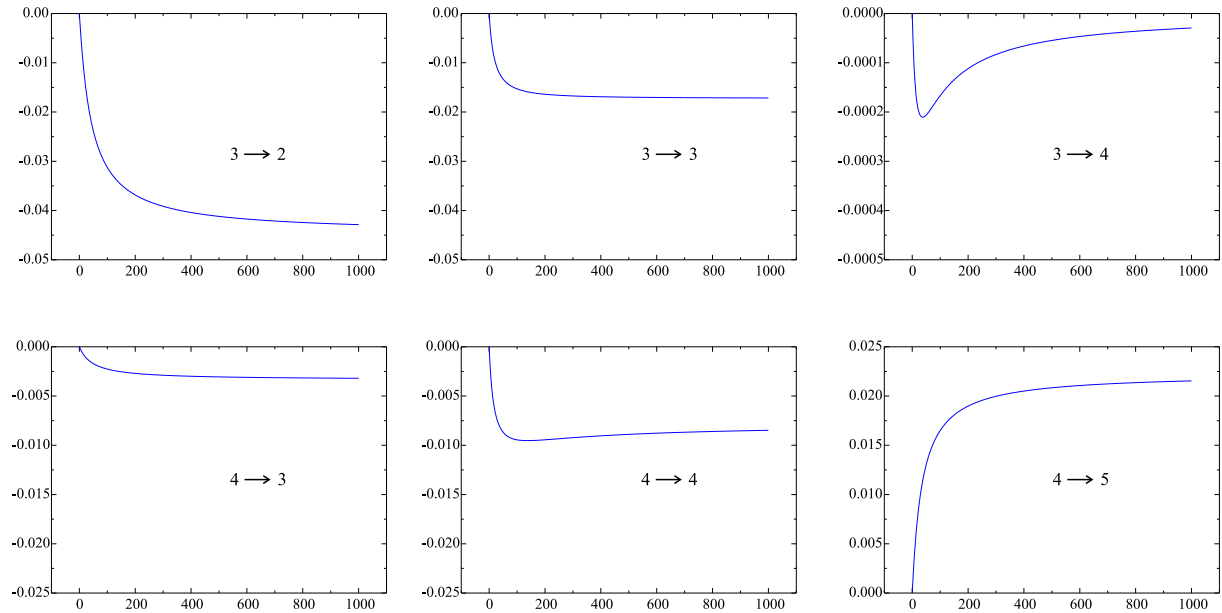


Abbildung 2.16: Abhängigkeit des FARADAY-Winkels von der Pumprate (in Einheiten der Relaxationsrate) für alle Übergänge der D_2 -Linie von Cs, wenn man auf demselben Übergang mit linear polarisiertem Licht pumpt und nachweist. Man beachte die unterschiedlichen Skalierungen der y-Achsen.

2.4 Der nichtlineare Faraday-Effekt in Ramsey-Anordnung

Bislang haben wir die beiden Zusammenhänge

$$B_0^{LFE} \propto \gamma_{optisch} = \gamma$$

und

$$B_0^{NLE} \propto \gamma_R = \frac{1}{\tau_{WW}}$$

diskutiert.

Am Ende von Kapitel 2.3.1 wurde bereits angedeutet, daß man die Magnetfeldempfindlichkeit, d.h. die Steilheit des Nulldurchganges der Struktur bei $B = 0$ durch räumliches Trennen von Pump-, Präzessions- und Nachweisregion erhalten sollte. Wie man dies realisiert, soll in diesem Abschnitt anhand von Abbildung 2.17 erläutert werden.

Dazu gehen wir von der klassischen RAMSEY-Methode ([Ram50],[Ram90]) aus. Das Prinzip wird in Abbildung 2.17a) dargestellt. Die Argumentation erfolgt im Laborsystem:

Atome, deren Spins parallel zu einem statischen Magnetfeld $\vec{B} \parallel \hat{z}$ ausgerichtet sind, treten in ein magnetisches Wechselfeld $\vec{B}_{Rf}(t)$ (in der Regel ein Radiofrequenzfeld) ein, dessen Stärke und räumliche Ausdehnung ℓ so sind, daß die ankommenden Spins um $\frac{\pi}{2}$ gedreht werden und somit in der $x - y$ -Ebene zu liegen kommen. Dort sind sie nun senkrecht zu \vec{B} und präzedieren, während die Atome die Strecke L zurücklegen. Danach treten sie in ein zweites Rf -Feld ein, das mit dem in der ersten Zone identisch ist, insbesondere phasenstarr mit ihm gekoppelt ist. Sie erhalten somit einen weiteren $\frac{\pi}{2}$ -Puls. Falls nun die Oszillationsfrequenz ω_{Rf} von $\vec{B}_{Rf}(t)$ mit der Larmorfrequenz der Atome im Feld \vec{B} übereinstimmt ($\omega_{Rf} = \omega_{Larmor} \equiv \frac{q\mu_B B}{\hbar}$), wird, da das Atom unterwegs keine Phase relativ zu den oszillierenden Feldern angesammelt hat, der Spin nach Passieren der zweiten Rf -Zone antiparallel zum Spin der einlaufenden Atome¹⁵ stehen. Wenn $\omega_{Rf} \neq n \cdot \omega_{Larmor}$ mit $n \in \mathbf{N}$, dann wird die Projektion des Spins auf die z -Achse zwischen Null und dem Maximalwert liegen. Die Wahrscheinlichkeit, daß ein einlaufendes Atom mit $|\uparrow\rangle$ als ein Atom mit $|\downarrow\rangle$ herauskommt, oszilliert mit der doppelten Larmorfrequenz zwischen Eins und Null (zu den Rechnungen vergleiche man die Ausführungen in [Ram50] und [Ram90]). Dies ist in Abbildung 2.18 für den Fall, daß alle Atome dieselbe Geschwindigkeit haben, dargestellt. Man sieht die typischen RAMSEY-Streifen (RAMSEY fringes).

Die Interpretation dessen, was das Atom unterwegs erlebt, ist besonders anschaulich und auch leichter zu berechnen, wenn man (für $\omega_{Rf} = \omega_{Larmor}$) zu einem mit ω_{Larmor} um die z -Achse rotierenden System übergeht (siehe 2.17b)). Dadurch entsteht ein fiktives Magnetfeld¹⁶, das \vec{B} kompensiert; außerdem wird aus dem zeitabhängigen Feld $\vec{B}_{Rf}(t)$ ein statisches Magnetfeld \vec{B}_x , das in x -Richtung steht. Während der Strecke ℓ präzediert somit der einlaufende Spin aus der \hat{z} -Richtung in die $x - y$ -Ebene und nach Passieren der feldfreien Strecke L zurück in die (jetzt negative) z -Richtung. Auch hier werden für $\omega_{Rf} \neq n \cdot \omega_{Larmor}$ wieder intermediäre Zustände erreicht. Man sieht, daß das Endresultat unabhängig davon ist, ob man die Diskussion im Laborsystem oder im rotierenden System führt. Da das rotierende System um die z -Achse rotiert und das Endresultat die Projektion der Spins auf die z -Richtung ist, braucht man keine Rücktransformation mehr zu machen.

¹⁵Der Nachweis, ob ein Atom im Zustand $|\uparrow\rangle$ oder $|\downarrow\rangle$ ist, erfolgt beispielsweise mit einem STERN-GERLACH-Magneten.

¹⁶In der Drehwellennäherung (*rotating wave approximation*) wird das sich mit $2\omega_{Larmor}$ drehende Feld vernachlässigt.

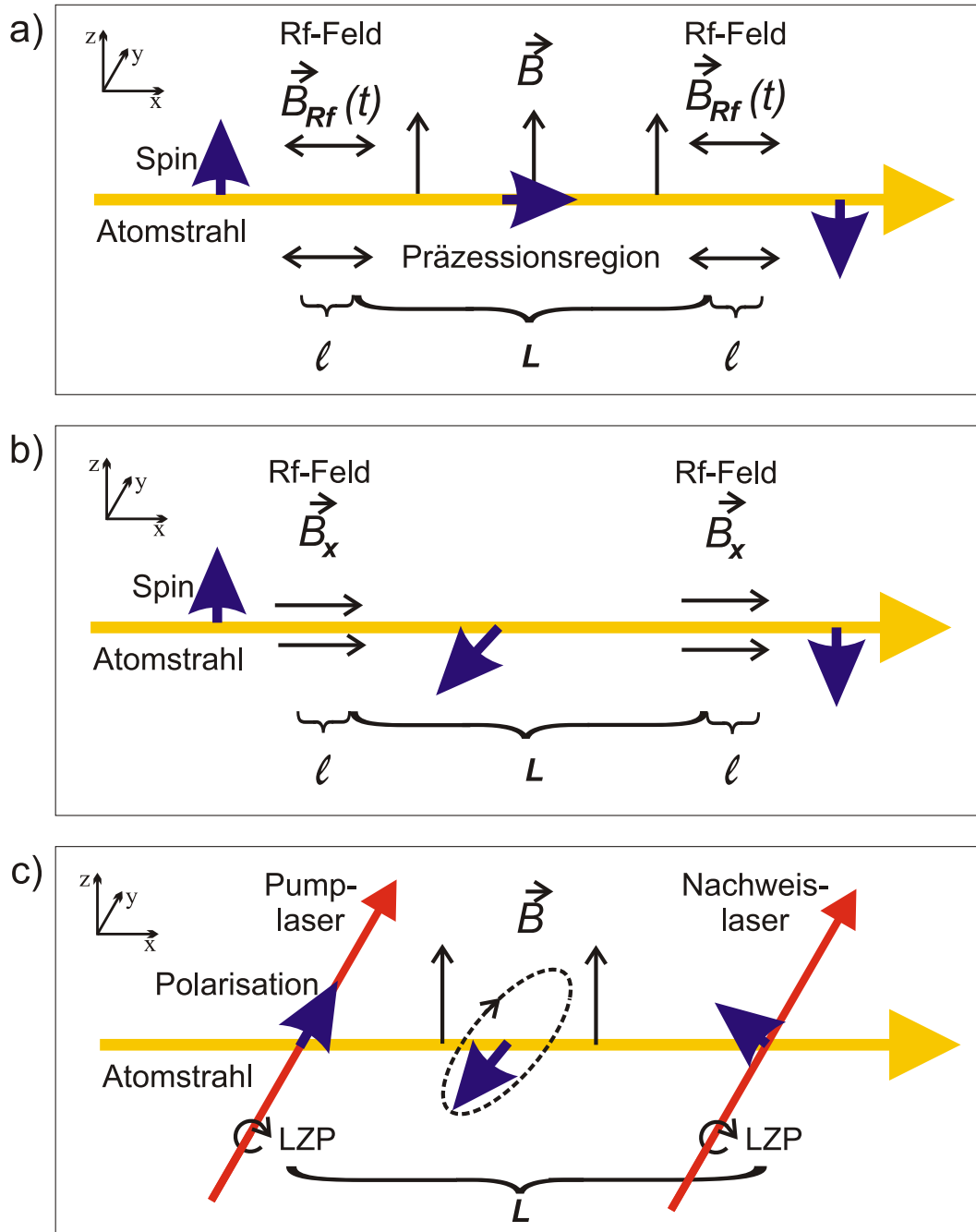


Abbildung 2.17: Von der klassischen RAMSEY-Spektroskopie im Laborsystem(a)) über ihre Interpretation im rotierenden System (b)) zu ihrem Analogon in der Laserspektroskopie (c)). Man beachte, daß in c) zirkular polarisiertes Licht verwendet wird.

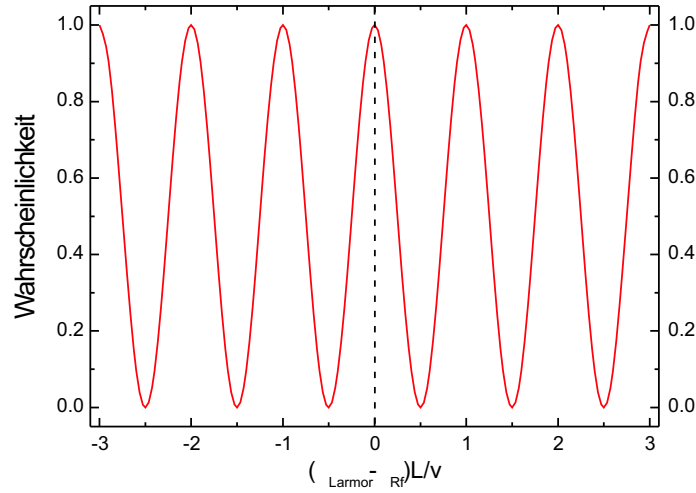


Abbildung 2.18: Die Wahrscheinlichkeit, daß ein einlaufendes Atom mit $|\uparrow\rangle$ als ein Atom mit $|\downarrow\rangle$ herauskommt.

Dies legte es nahe, direkt mit einem Laborsystem zu arbeiten, das nur statische Felder besitzt, also der oben erwähnten Situation des rotierenden Systems entspricht (siehe Abbildung 2.17c)). Den direkten Zusammenhang zwischen der Situation in b) und der in c) sieht man, wenn man zirkular polarisiertes Licht benutzt:

Durch optisches Pumpen (Pumplaser) wird im Atomstrahl eine (Spin)-Polarisation längs \hat{y} erzeugt. Der optische Pumpprozeß ersetzt also den Rf - $\pi/2$ -Puls. Die so erzeugte Magnetisierung (Spin-Polarisation) präzediert um das in z -Richtung stehende, statische Magnetfeld \vec{B} . Nach Passieren dieses B -Feldes wird die Lage der Spinpolarisation von einem zweiten Laserstrahl (Nachweislaser) abgefragt. Der Nachweislaser ersetzt die zweite Rf -Spule in Situation a) und b) und den normalerweise zur Spinanalyse benutzten STERN-GERLACH-Magnet. Bei der konventionellen RAMSEY-Technik mußte man darauf achten, daß die beiden Rf -Felder phasenstarr sind, d.h., daß im rotierenden System

$$\vec{B}_x^{Zone1} \parallel \vec{B}_x^{Zone2}$$

erfüllt ist. Im Falle von Abbildung 2.17c) muß man statt dessen die Bedingung erfüllen, daß die Polarisationen in Zone 1 und Zone 2 parallel stehen bzw. identisch sind. Man könnte also durchaus auch zwei verschiedene Laser für Pumpen und Nachweisen benutzen.

Eine weiterführende Diskussion der Signale für zirkular polarisiertes Licht findet man in Anhang G.

Benutzt man linear statt zirkular polarisiertes Licht, so geschieht sinngemäß das gleiche; es wird dann statt der Spinpolarisation ein Alignment erzeugt, dessen Hauptachse längs \hat{x} oder \hat{z} steht. Diese präzediert mit der Larmorfrequenz, wie bereits in Abbildung 2.10 gesehen, um ein in y -Richtung stehendes B -Feld. Das Signal bei der Messung des FARADAY-Winkels ist dann mit der doppelten Larmorfrequenz moduliert (siehe (2.44)).

Mißt man den Faradaydrehwinkel Φ_{NLFE} in der Nachweisregion so sieht man das in Abbildung 2.19 dargestellte Spektrum. Die breite Struktur kommt vom NLFE innerhalb des Nachweisstrahls, d.h. die in 2.3.1 beschriebenen drei Schritte spielen sich während des Durchflugs der Atome durch den Nachweisstrahl ab. Hingegen tritt die zentrale, um ca. einen Faktor Zwanzig

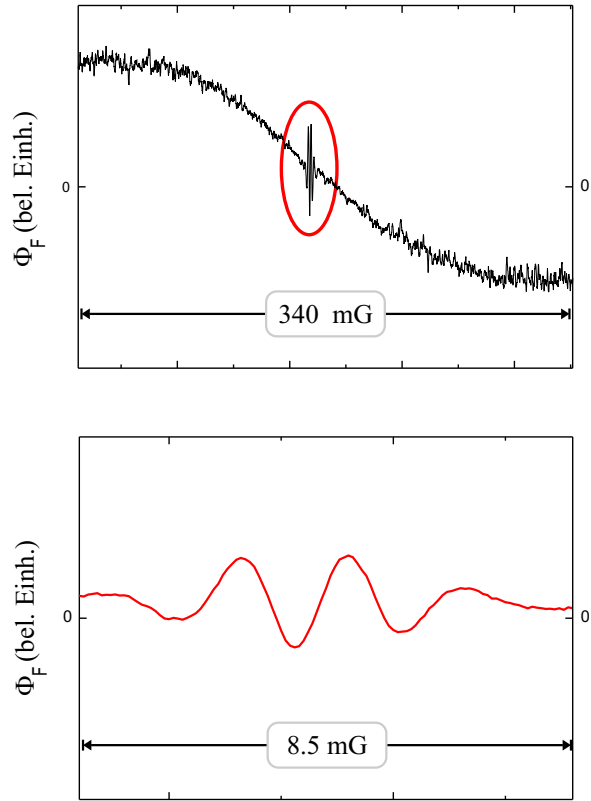


Abbildung 2.19: Experimentelles Spektrum der Magnetfeldabhängigkeit des NLFE in RAMSEY-Geometrie. Man sieht die breite Struktur des NLFE, der vom Nachweisstrahl alleine herrührt, und bei $B = 0$ eine schmalere Struktur aufgrund des NLFE mit räumlich getrennter Pump- und Nachweisregion.

schmalere Struktur nur auf, wenn auch der Pumpstrahl den Atomstrahl kreuzt; die drei Stufen des NLFE erfolgten also räumlich getrennt. Die beiden Teilbilder stammen aus einer Meßkurve, weswegen die zentrale Struktur nicht schön aufgelöst ist.

Man sieht aber noch eine weitere wichtige Tatsache: die Geschwindigkeitsverteilung der Atome im Atomstrahl, die dazu führt, daß nur endlich viele RAMSEY-Streifen zu sehen sind (siehe Abbildung 2.20). Hierauf soll nun eingegangen werden.

Will man das Signal für die hier dargestellte RAMSEY-Anordnung ermitteln, so führt man, ähnlich wie in (2.48) beschrieben, eine Zeitmittelung nach HANLE durch. Hier ist jedoch die Zeitverteilung durch die MAXWELL'sche Geschwindigkeitsverteilung (siehe Gleichung (B.3) und [Ram56])

$$f_{3D}(v) dv = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{v}{v_0} \right)^2 e^{-\left(\frac{v}{v_0} \right)^2} d\left(\frac{v}{v_0} \right)$$

im Ofen (!) bestimmt. In Anhang B wird in Gleichung (B.14) gezeigt, daß man hier nicht die Verteilungsfunktion $f_{Strahl}(v)$ aus Gleichung (B.13) benutzt, da das Signal von der Teilchenzahldichte abhängt, die den Laserstrahl kreuzt. Es sind ferner

$$v_0 = \sqrt{\frac{2 k_B T}{m}}$$

die wahrscheinlichste Geschwindigkeit der Atome im Ofen(Gasvolumen), $k_B = 1.38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}} = 86 \frac{\mu\text{eV}}{\text{K}}$ die BOLTZMANN-Konstante $m = m_{Cs} = 2.2 \cdot 10^{-25} \text{ kg} \approx 133 \frac{\text{GeV}}{c^2}$ die Masse des Cäsium-atoms und T die Ofentemperatur in $\text{K} \equiv \text{Kelvin}$. Wir erhalten somit für den FARADAY-Winkel Φ_F in RAMSEY-Anordnung die Beziehung

$$\Phi_F \propto \int_0^\infty \sin(2\alpha) f_{3D}(v) dv .$$

Mit Hilfe von

$$\alpha \equiv \widehat{\omega}_L t = \widehat{\omega}_L \frac{L}{v}$$

und der dimensionslosen Integrationsvariablen

$$x_v := \frac{v}{v_0}$$

erhalten wir die folgende Proportionalität:

$$\Phi_F \propto \int_0^\infty \sin\left(\frac{\beta}{x_v}\right) x_v^2 e^{-x_v^2} dx_v . \quad (2.57)$$

Diese Beziehung enthält den dimensionslosen Parameter

$$\beta \equiv \frac{B}{B_0^{RAM}} , \quad (2.58)$$

der das Magnetfeld in Einheiten der intrinsischen Magnetfeldskala B_0^{RAM} mißt. Wie aus der Beziehung

$$B_0^{RAM} = \frac{\hbar \sqrt{\frac{k_B T}{2m_{Cs}}}}{g_{F_g} |\mu_{Bohr}| L} = \frac{v_0}{2 \gamma_G L} \quad (2.59)$$

hervorgeht, vereint B_0^{RAM} atomare (m_{Cs} , g_{F_g} bzw. das gyromagnetische Verhältnis γ_G) und apparative (T , L) Größen. Für eine Ofentemperatur von $T=400 \text{ K}$ (oder $v_0 = 224 \frac{\text{m}}{\text{s}}$), $\gamma_G = 2\pi \cdot 350 \frac{\text{kHz}}{\text{G}}$ und $L = 30 \text{ cm}$ erhält man

$$B_0^{RAM} = 170 \mu\text{G} \approx \frac{1}{200} B_0^{NLFE} \approx \frac{1}{10000} B_0^{LFE} .$$

Der NLFE innerhalb des Nachweisstrahls, der sich in einem linearen Untergrund äußert (siehe Abbildung 2.19), kann ein Störfaktor bei quantitativen Messungen sein. Diesen kann man durch Verwendung eines dünnen Laserstrahls für den Nachweis unterdrücken, da hierdurch, wie in Gleichung (2.47) gesehen, die Struktur des NLFE verbreitert wird. Dies hat außerdem den Vorteil, daß das Licht des Nachweislasers das ankommende Alignment weniger (zer)stört. Generell trägt man dem Relaxationsprozeß aufgrund des Nachweises mit einem Faktor

$$e^{-\frac{2\Omega_{Rabi}^2}{\gamma} \frac{\ell}{v}}$$

Rechnung. Diesen kann man wie folgt motivieren:

Die Atome durchqueren während einer Zeit $\tau = \frac{\ell}{v}$ den Nachweislaserstrahl, so daß sie

$$N_p = \gamma_p \tau = \frac{2\Omega_{Rabi}^2}{\gamma} \frac{\ell}{v} \quad (2.60)$$

Pumpzyklen erleben. Es bezeichne hier γ_p die Pump- und γ die spontane Zerfallsrate (siehe Gleichung (1.17)). Dieser Relaxationsprozeß ist also um so kleiner, je schmaler und schwächer der Laserstrahl bei gegebenen Geschwindigkeiten ist.

Im allgemeinen Fall gehorcht das Spektrum also der Beziehung

$$\Phi_F \propto a \cdot \beta + b \cdot \int_0^\infty \sin\left(\frac{\beta}{x_v}\right) e^{-\gamma_P \frac{\ell}{x_v v_0}} x_v^2 e^{-x_v^2} dx_v, \quad (2.61)$$

die die Parameter a , b und γ_p enthält.

Da man mit der hier beschriebenen Technik den nichtlinearen FARADAY-Effekt (NLFE) in RAMSEY-Geometrie, d.h. mit räumlich getrennter Pump-, Wechselwirkungs- und Nachweiszone, mißt, wird sie auch FARADAY-RAMSEY-Spektroskopie (FRS) genannt. Wir wollen den Begriff FRS jedoch auch bei Verwendung von zirkularem Pump- und/oder Nachweislicht benutzen.

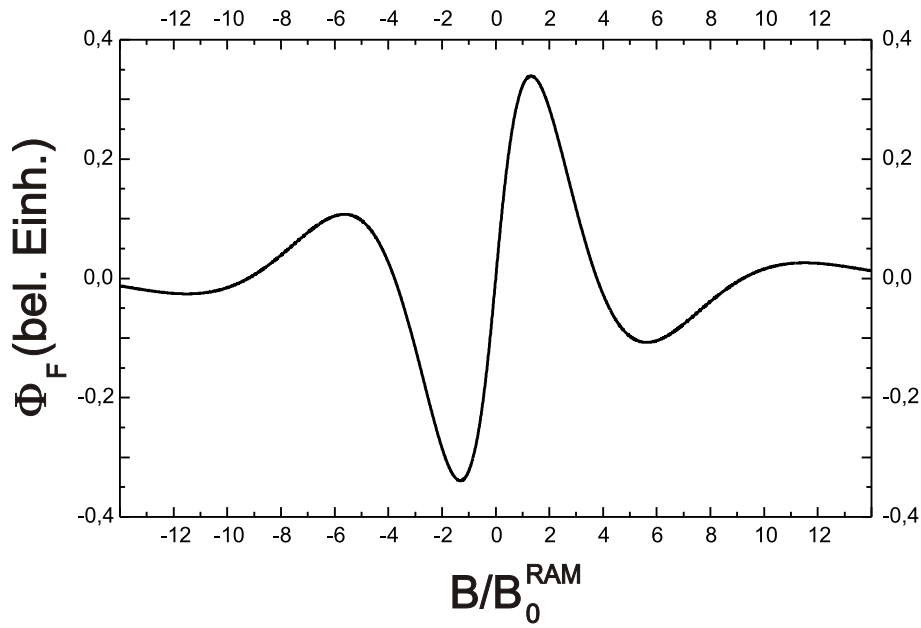


Abbildung 2.20: Das mit Gleichung (2.57) berechnete RAMSEY-Signal ($B_0^{\text{RAM}} = 170 \mu\text{G}$).

Kapitel 3

Die Meßapparatur

In diesem Kapitel werden die zentralen Komponenten zur Durchführung der in dieser Arbeit geschilderten Messungen vorgestellt. Diese sollen in zwei große Klassen eingeteilt werden: die eigentliche Vakuumapparatur und die verwendeten Laser. Die darüberhinaus verwendeten Meßgeräte werden bei den jeweiligen Messungen beschrieben. Die Messungen in RAMSEY-Geometrie wurden an dem in Abbildung 3.1 skizzierten Aufbau durchgeführt. Die Messungen zum LFE (siehe Kapitel 5) wurden an einer zweiten, kleinen Atomstrahlapparatur durchgeführt. Sie ist in Abbildung 5.2 skizziert.

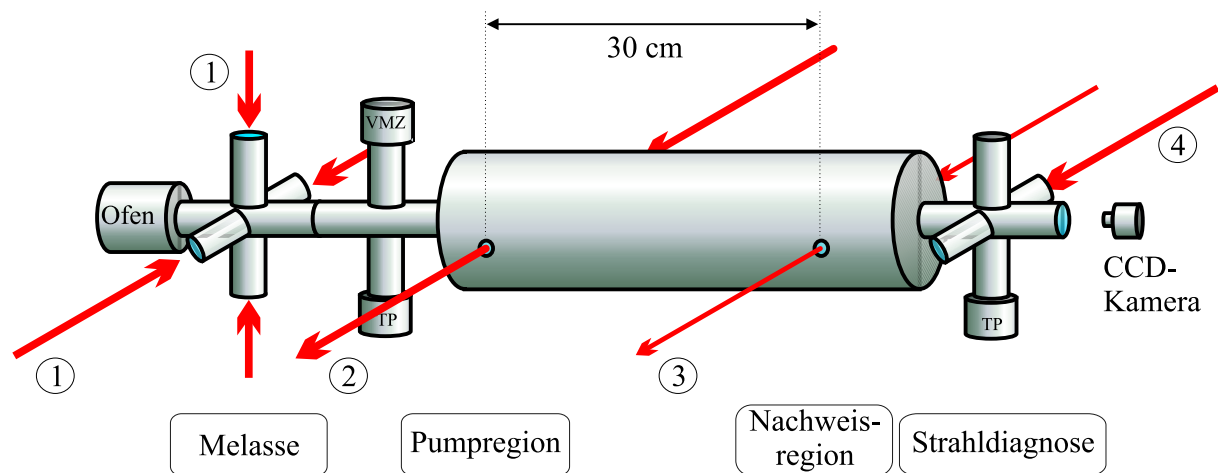


Abbildung 3.1: Skizze der Apparatur für die Messungen in RAMSEY-Geometrie. Der geometrisch vorkollimierte Atomstrahl, verläßt den Ofen und kann dann in einer optischen Melasse weiter kollimiert werden; dazu wird Laser 1 benutzt; die Laserstrahlen 2 und 3 präparieren (Pumpregion) und detektieren (Nachweisregion) Eigenschaften des atomaren Ensembles; mit dem aufgeweiteten Strahl 4 kann man den Atomstrahl resonant beleuchten und die zweidimensionale Fluoreszenzverteilung mit einer CCD-Kamera anschauen ((Atom-)Strahldiagnose). Mit VMZ werden die Vakuummeßzellen, mit TP die beiden Turbomolekularpumpen bezeichnet.

3.1 Die Vakuumapparatur

Die Vakuumapparatur ist weitestgehend aus *CF63*-Flanschkomponenten gefertigt. Die beiden Turbomolekularpumpen (Varian Turbo V70LP) sorgen für ein Vakuum von typisch $2 \cdot 10^{-7}$ Torr. Die mittlere freie Weglänge λ_M der Cäsiumatome beträgt dann

$$\lambda_M = \frac{1}{\rho \cdot \sigma \cdot \sqrt{2}} = 2.30 \text{ m} ,$$

wobei hier

$$\rho[\text{cm}^{-3}] = \frac{p[\text{Torr}]}{k_B T} \frac{101325}{760} \cdot 10^{-6}$$

die Teilchenzahldichte¹, p den Druck und

$$\sigma = \sigma_{\text{Cs-N}_2} = 936 \cdot 10^{-16} \text{ cm}^2$$

den Streuquerschnitt für Cs-N₂-Stöße (vgl. [EFS47]), die im Atomstrahl den dominanten Anteil ausmachen, bezeichnen. In Abbildung 3.2 ist der nach

$$\frac{I(l)}{I_0} = e^{-\frac{l}{\lambda_M}}$$

berechnete, ungestreute Anteil der Atome nach einer Strecke l für N₂-Restgasdrücke von 10^{-6} Torr, 10^{-7} Torr, 10^{-8} Torr und 10^{-9} Torr skizziert. Anders sieht es im Ofen aus, wo Cs-Cs-Stöße dominieren.

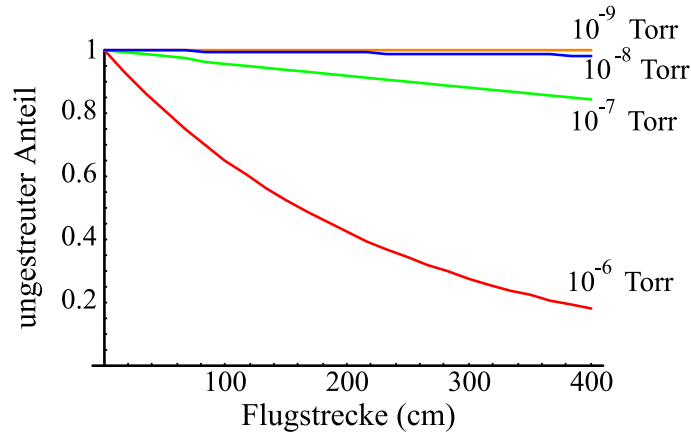


Abbildung 3.2: Die mittlere freie Weglänge für Cäsium, wenn man als Restgas in der Vakuumapparatur Stickstoff annimmt.

3.1.1 Der Ofen

Der für die Messungen verwendete Ofen ist ein sogenannter *Reflux-Ofen*, dessen Prinzip in [SE81] beschrieben wird. Wir haben zwei Ausführungen dieses Ofens, die in Abbildung 3.3 skizziert sind. Der *alte* Ofen, der für die Messungen in RAMSEY-Geometrie benutzt wurde, stammt noch aus der Promotion von A. Weis. Für die Messungen an der kleinen Apparatur in Abbildung 5.2 wurde ein Nachbau dieses Ofens (*neuer* Ofen) im Rahmen meiner Promotion angefertigt.

¹Üblicherweise wird die Anzahl Teilchen pro Volumen in der Gastheorie nicht mit ρ sondern mit n bezeichnet, was hier aus Konsistenzgründen nicht gemacht wurde.

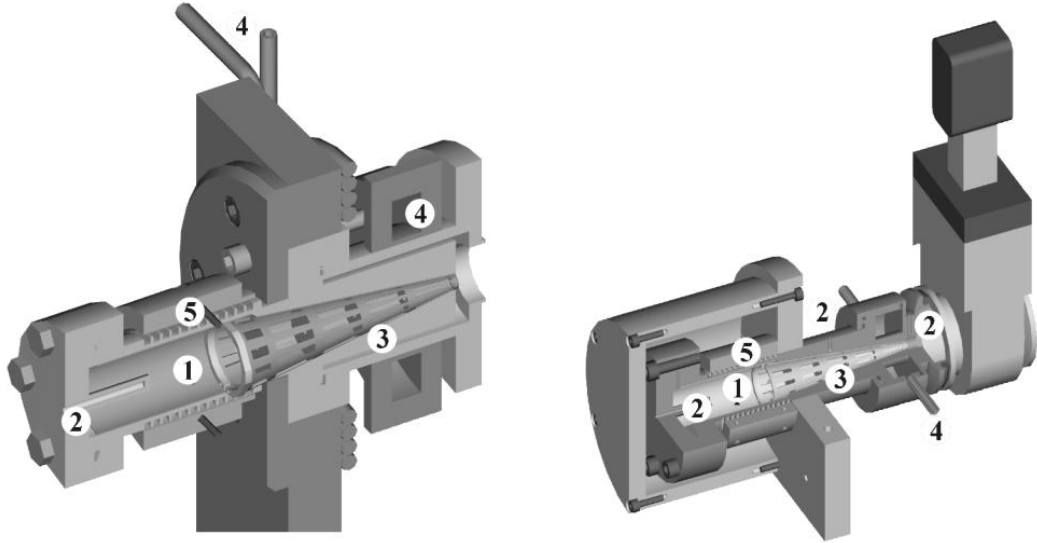


Abbildung 3.3: Der alte (links) und der neue (rechts) Ofen. Es bezeichnen 1: Cs-Reservoir, 2: Bohrung für Temperaturfühler, 3: Kollimations- und Rückflußstrecke, 4: Kühlvorrichtung, 5: Heizdraht.

Das Grundprinzip dieses Reflux-Ofens ist, daß die aus dem Reservoir austretenden Atome innerhalb des Ofens mit 5 Blenden in einem Konus vorkollimiert werden. Alle Atome, die die jeweilige Blendenöffnung nicht passieren, wandern von der Blende zu einem feinmaschigen VA-Stahlnetz (Drahtdurchmesser: $25\mu\text{m}$, Maschenweite: $75\mu\text{m}$), das den Konus und das Reservoir auskleidet. Da nun die letzte Blende kälter ist als das Reservoir², sorgt die Kombination aus Temperaturgradient und Netz dafür, daß das Cäsium, das den Ofen nicht verlassen konnte, über Kapillarkräfte zurück ins Reservoir gelangt. Dadurch erhält man enorm lange Standzeiten von mehr als 1000 Stunden. Nach dieser Zeit sind zwar noch nicht alle Atome der Füllung von 10g aus dem Ofen verschwunden, jedoch wird die Funktion unter Umständen schon dadurch beeinträchtigt, daß das Stahlnetz nicht mehr hinreichend mit Atomen bedeckt ist, um den Rückfluß der Atome ins Reservoir sicherzustellen. Umgekehrt muß man auch nach einer Neubefüllung den Ofen einige Tage bei ca. 100°C laufen lassen, damit das Netz mit hinreichend vielen Atomen getränkt wird.

Bei den klassischen Ofentypen, wie z.B. dem in [LSHM99] benutzten³, handelt es sich um ein Reservoir mit einem⁴ dünnen Schlitz (oder dünnen Loch), aus dem, wie in Anhang B beschrieben, die Atome austreten. Dabei gilt für die Schlitzbreite w (für den Radius r_B der Blende) die Bedingung aus [Ram56]:

$$w \ll \lambda_{M_R} \text{ bzw. } r_B \ll \lambda_{M_R} ,$$

²Bei dem neuen Ofen muß man durch einen leichten Strom von Preßluft die Umgebung der letzten Blende auf ca. 40°C halten.

³Es sei hier angemerkt, daß unser neuer Ofen einige Monate an jener Apparatur sehr erfolgreich eingesetzt wurde, so daß der Bau eines neuen Ofens anhand unserer Konstruktionspläne von der Arbeitsgruppe Meschede in Bonn veranlaßt wurde.

⁴Es gibt auch die Möglichkeit, einen Vielkanalofen zu realisieren, wie er beispielsweise in [MTPW93] benutzt wird. Hierbei werden viele dünne Kanäle statt eines Loches / Schlitzes benutzt, wodurch man bei sehr hohen Ofentemperaturen arbeiten kann und einen effusiven Strahl hoher Dichte erhält.

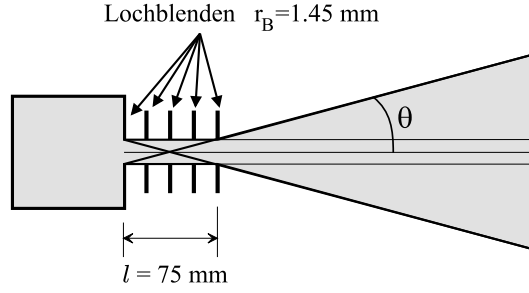


Abbildung 3.4: Skizze zur Geometrie des Reflux-Ofens.

wobei man laut [Ram56] sehr effektiv bei

$$w \sim \lambda_{M_R} \text{ bzw. } r_B \sim \lambda_{M_R}$$

arbeitet. Es ist λ_{M_R} die mittlere freie Weglänge im Reservoir. Mit diesen Beziehungen berechnet man üblicherweise die ideale Temperatur, d.h. die Temperatur, bei der Cs-Cs-Stöße gerade noch nicht auftreten, die Strömung also noch *effusiv* ist.

Bei dem in dieser Arbeit verwendeten Reflux-Ofen scheint es auf den ersten Blick angebracht, die in [Ram56] diskutierte Geometrie des *langen Kanals* statt der der *dünnen Blende* zu benutzen (siehe Abbildung 3.4). Jedoch zeigen Untersuchungen das Gegenteil (siehe auch [Kur98]). Die folgenden Überlegungen sollen helfen, den von uns verwendeten Ofen besser zu verstehen:

Bezeichnet l die Länge des Kanals, so muß

$$\lambda_{M_R} \gtrsim r_B \quad (3.1)$$

für eine effusive Strömung erfüllt sein. Durch den Kanal wird die Gesamtzahl der austretenden Atome vermindert, die Anzahl der in Richtung des Kanals austretenden jedoch bleibt unvermindert. Gleichung (B.9) wird jetzt modifiziert zu

$$Q_{Kanal} = \frac{1}{\kappa_K} \frac{1}{4} \bar{\rho} \bar{v} A_R, \quad (3.2)$$

wobei für $l \gg r_B$ die Beziehung

$$\frac{1}{\kappa_K} = \frac{8}{3} \frac{r_B}{l} \quad (3.3)$$

gilt ([Ram56]). Mit den Werten für unseren Ofen ($l = 75 \text{ mm}$, $r_B = 1.45 \text{ mm}$) erhalten wir somit $\frac{1}{\kappa_K} = 0.05$. Wir sehen also, daß nur 5% der Atome in Richtung des Kanals austreten. Die restlichen 95% werden innerhalb des Konus' aufgefangen und zurück ins Reservoir befördert. Dies erklärt die deutlich längere Standzeit verglichen mit den konventionellen Öfen (siehe [Lis98]), die wöchentlich bis täglich neu befüllt werden müssen.

Um nun aus Gleichung (3.1) die Temperatur zu berechnen, ab der der effusive Charakter des Atomstrahls verloren geht, müssen wir den Dampfdruck des Cs im Reservoir kennen. Diesen erhalten wir aus der empirischen TAYLOR-LANGMUIR-Formel ([TL37]):

$$\log p_{Cs} = A - B \log T - \frac{C}{T}, \quad (3.4)$$

wobei die Konstanten

$$A = 11.0531, B = 1.35 \text{ und } C = 4041$$

in Gleichung (3.4) einzusetzen sind; die Temperatur T muß in Kelvin eingesetzt werden. Das Ergebnis ist der dekadische Logarithmus des Drucks p_{Cs} in Torr. Aus Gleichung (3.4) erhält man mit der idealen Gasgleichung

$$p = \rho k_B T$$

die Teilchendichte. Diese ist zusammen mit dem Dampfdruck in Abbildung 3.5 gegen die Temperatur in °C halblogarithmisch aufgetragen.

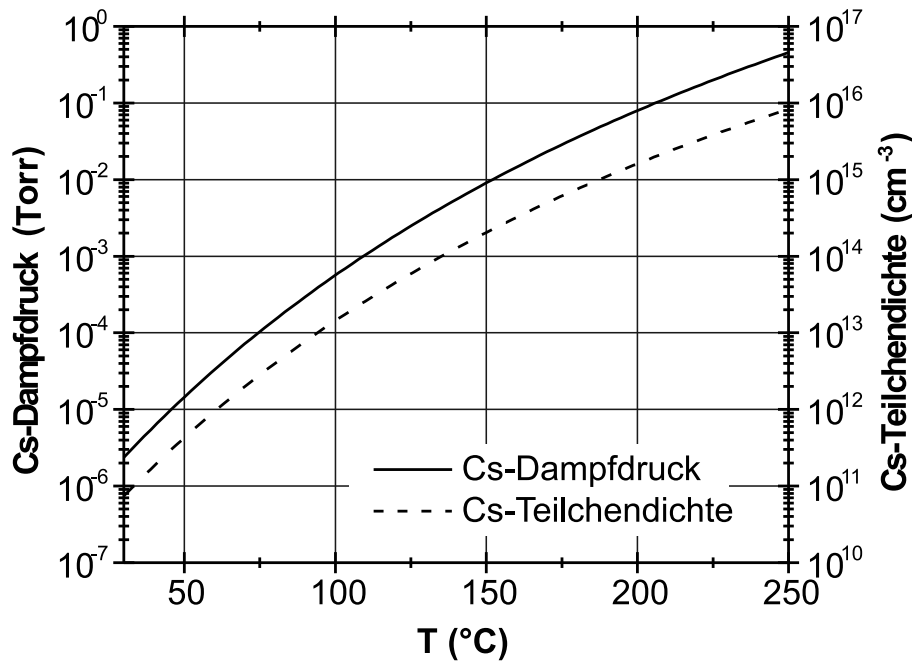


Abbildung 3.5: Dampfdampfdruck und Teilchen(zahl)dichte von Cäsium.

Aus den Beziehungen (3.1) und (3.4) erhalten wir mit $\sigma_{Cs-Cs} = 2350 \cdot 10^{-16} \text{ cm}^2$ ([EFS47]) für die kritische Temperatur

$$T_{krit} = 322 \text{ K} = 49^\circ\text{C}.$$

Dieser Wert ist sehr klein und widerspricht dem experimentellen Befund, wo der sogenannte Effusivitätsknick bei 155°C beobachtet wurde ([Kur98]), und den Angaben in [SE81]. Diese Temperatur ist mit der kompatibel, die man für $\lambda_{MR} = r_B = 1.45 \text{ mm}$ erhält. Eine mögliche Erklärung ist die folgende:

Wenngleich die Richtung für die das Reservoir verlassenden Atome durch die Kollimationsblenden so vorgegeben ist, wie bei einem entsprechenden Kanal, so ist die Kollimationsstrecke im vorliegenden Fall aber nicht von einem engen Zylinder umgeben. Hierdurch wird der Störfaktor Atom-Wand-Stöße, wie er im Kanal auftritt, durch Atom-Blendenöffnungs-Stöße ersetzt. Wegen der Dünnheit der Blenden ist dieser Störfaktor deutlich geringer. Ebenso sind Atom-Atom-Stöße weniger schädlich für die Austrittsmöglichkeit der Atome aus dem Ofen. Stoßen nämlich Atome zwischen je zwei Blenden, so können sie den virtuellen, d.h. den allein durch die Blenden definierten, Austrittskanal verlassen, um auf die Blenden- oder Konuswand zu treffen, von wo sie wegtransportiert werden. Außerdem ist der Dampfdruck zwischen je zwei aufeinanderfolgenden

Blendenpaaren um so geringer, je näher das Blendenpaar am eigentlichen Ofenausgang liegt, wodurch weniger potentielle Stoßpartner vorhanden sind. Dies ist bei dem langen (massiven) Kanal nicht gegeben, da man dort die Reservoirtemperatur längs des gesamten Austrittsweges annimmt.

Der Reflux-Ofen kombiniert also die Vorzüge eines Ofens mit langem Austrittskanal und die hohe Effusivitätstemperatur eines Ofens, der nur eine dünne Blende als Austrittsöffnung besitzt. Somit ist er als intensive Quelle für einen vorkollimierten Atomstrahl geeignet.

Mit dem von uns verwendeten Ofen erreicht man ein Kollimationsverhältnis \mathcal{K} von (siehe Gleichung (1.29) und [Dem96])

$$\mathcal{K} = \frac{\frac{1}{2}(\varnothing_{\text{erste Blende}} + \varnothing_{\text{letzte Blende}})}{\text{Blendenabstand}} = \frac{2.9 \text{ mm}}{75 \text{ mm}} = 1 : 26. \quad (3.5)$$

Das Kollimationsverhältnis \mathcal{K} kann man durch weitere Blenden in der Apparatur verbessern, um eine möglichst kleine Restdopplerbreite zu erlangen; man verliert dadurch jedoch Atome. Betrachtet man Abbildung 3.4, so sieht man mit Hilfe von Gleichung (3.5), daß die gesamte Restdivergenz

$$2\theta = 2 \cdot \mathcal{K} = 77 \text{ mrad} \hat{=} 4.4^\circ \quad (3.6)$$

beträgt. Das entspricht einer Restdopplerbreite (siehe Gleichung (1.28)) von

$$\Gamma_{\text{Strahl}}^{\text{FWHM}} = 2 \sqrt{\ln 2} \frac{2\pi}{\lambda_{D_2}} v_0 \mathcal{K} \approx 2\pi 18 \text{ MHz} \quad (3.7)$$

für $v_0 = 240 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ und $\lambda_{D_2} = 852 \text{ nm}$. Für den neuen Ofen erhält man, da der Blendendurchmesser 3 mm statt 2.9 mm beträgt, eine Restdopplerbreite von $2\pi 19 \text{ MHz}$.

3.1.2 Das Strahlrohr

Das eigentliche Experiment wurde innerhalb eines mit einer doppelten μ -Metall-Abschirmung versehenen Teil des Strahlrohres durchgeführt. Einen Schnitt durch diesen Teil sieht man in Abbildung 3.6 skizziert.

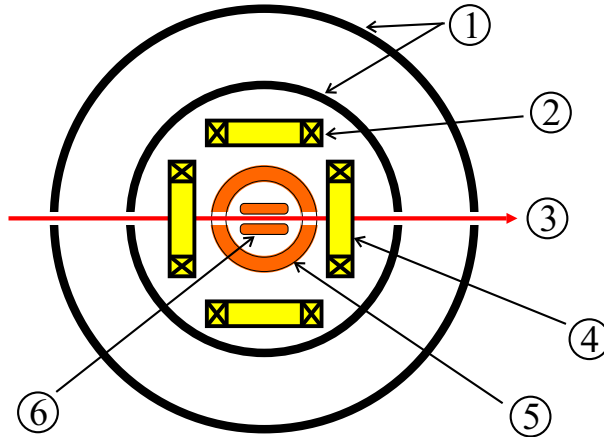


Abbildung 3.6: Der Schnitt durch die Abschirmung samt Strahlrohr zeigt: (1) die doppelte μ -Metall-Abschirmung, (2) das vertikale Spulenpaar, (3) die Durchtrittsöffnungen für den Laserstrahl, (4) das horizontale Spulenpaar, (5) das eigentliche Strahlrohr samt Solenoiden und (6) die Elektroden.

Durch das μ -Metall, das ein sehr weichmagnetisches Metall mit ca. 80% Nickelanteil ist, werden (quasi-) statische Magnetfelder, die die Messungen stören würden, abgeschirmt. Nach den

Ausführungen in [VAC88], [Bor87] und [BB91] kann man einen Schirmfaktor S für zwei konzentrische Zylinder der Längen L_1 und L_2 ($L_1 < L_2$) mit Durchmessern D_1 und D_2 ($D_1 < D_2$) berechnen. Hierfür braucht man neben der Blechdicke d und der Permeabilitätszahl μ_r noch einen Eichfaktor N , den sogenannten Entmagnetisierungsfaktor, den man beispielsweise in einer Eichkurve auf Seite 7 in [VAC88] findet. Bezeichnet nun

$$S_{1,2} = \mu_r \frac{d}{D_{1,2}}$$

den Schirmfaktor eines einzelnen Zylinders für Felder senkrecht zur Zylinderachse (Querfelder), so erhält man den gesamten Schirmfaktor für Querfelder S_q (siehe [VAC88]) gemäß

$$S_q = S_1 S_2 \left[1 - \left(\frac{D_1}{D_2} \right)^2 \right] + S_1 + S_2 + 1. \quad (3.8)$$

Für die Längsschirmung S_l eines Einzelzylinders erhält man laut [VAC88] die Formel

$$S_l = \frac{4 N (S_q - 1)}{1 + \frac{D}{2L}} + 1 \quad (3.9)$$

mit dem oben genannten Eichfaktor N , der vom Verhältnis $\frac{L}{D}$ abhängt. Wir können diesen Ausdruck verwenden, um die Längsschirmung unseres Zylinderpaares abzuschätzen, wenn wir $D = \frac{1}{2}(D_1 + D_2)$ und $L = \frac{1}{2}(L_1 + L_2)$ setzen. Eine empirische Formel für unseren Fall gibt es nicht.

Mit den konkreten Zahlen für unsere Abschirmung

$$D_1 = 185 \text{ mm}, L_1 = 612 \text{ mm}; D_2 = 250 \text{ mm}, L_2 = 640 \text{ mm},$$

$\mu_r = 25000$, $d = 1.5 \text{ mm}$ und $N = 0.12$ erhalten wir aus den Gleichungen (3.8) und (3.9) die Werte

$$S_q \approx 14000 \text{ und } S_l \approx 5800.$$

Dies bedeutet, daß die Abschwächungen ($A_{q,l}$) für Quer- bzw. Längsfelder

$$A_q \equiv \frac{1}{S_q} \approx 7 \cdot 10^{-5} \text{ bzw. } A_l \equiv \frac{1}{S_l} \approx 2 \cdot 10^{-4}$$

betragen. Die Querschirmung wird etwas schlechter sein, als die hier berechnete, da in der Pump- und in der Nachweisregion (siehe Abbildung 3.1) je zwei diametral gegenüberliegende Löcher mit einem Durchmesser von 10 mm vorhanden sind. Die Längsschirmung wird dadurch verbessert, daß an beiden Enden der Zylinder Endkappen aus μ -Metall befestigt sind, die lediglich eine Öffnung von 70 mm haben.

Insgesamt werden die Felder auf der Sub-Milli-Gauß Skala passiv abgeschwächt, allerdings mit Felderhöhungen in der Pump- und Nachweisregion wegen der dort vorhandenen Durchtrittsöffnungen für die Laserstrahlung (siehe Abbildung 3.7).

Um eine möglichst effiziente Abschirmung sicherzustellen, empfiehlt es sich, regelmäßig (am besten täglich) die sich aufbauende Magnetisierung der Abschirmung durch ein starkes, magnetisches Wechselfeld zu neutralisieren. Dazu wurden um die beiden μ -Metall Zylinder 16 Windungen parallel zur Zylinderachse gelegt, durch die man bis zu 12A schicken kann. Dreht man den Strom schnell hoch (es muß brummen!) und langsam wieder auf Null (siehe z.B. [Sum79]), erreicht man, daß die Elementarmagnete statistisch orientiert werden, die Abschirmung also wieder viele Magnetfeldlinien in sich aufnehmen kann.

Um nun für das Experiment gezielt Magnetfelder anlegen zu können, befinden sich innerhalb der Abschirmung ein horizontales und ein vertikales Rechteckspulenpaar in Helmholtz-Anordnung

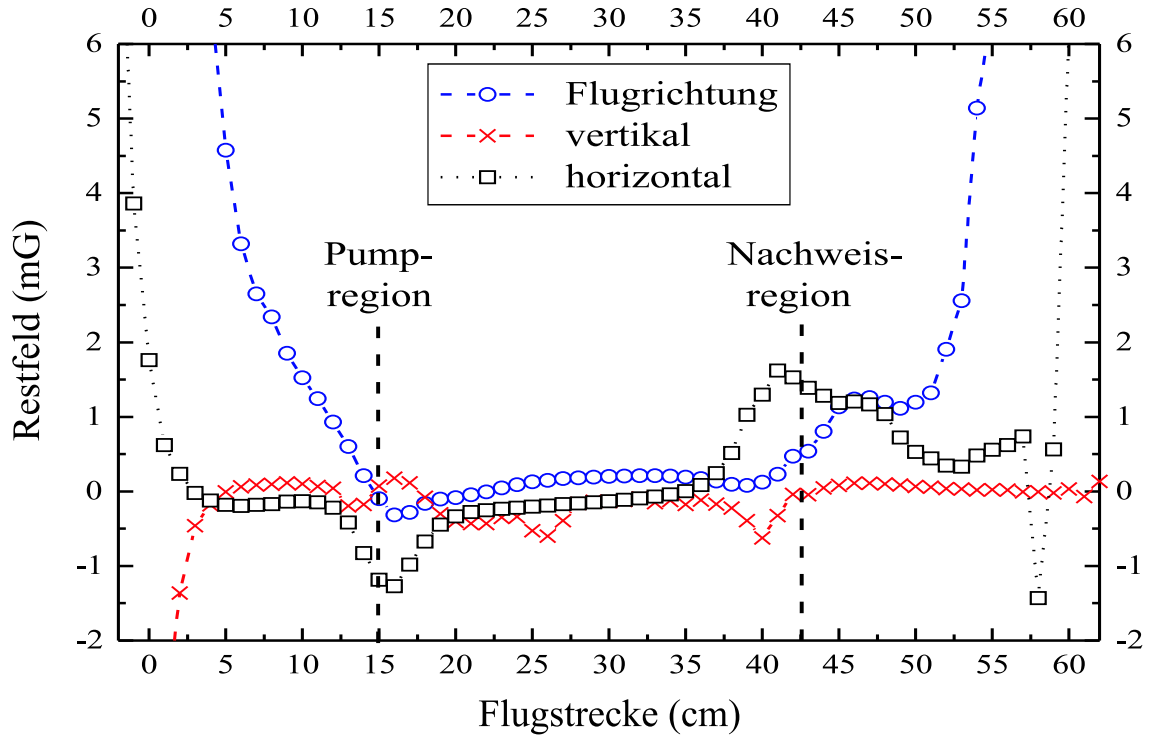


Abbildung 3.7: Eine typische Restfeldverteilung innerhalb des Strahlrohres. Die Messung wurde nach Entmagnetisieren der μ -Metallabschirmung mit Hilfe eines dreiachsigen Magnetometers der Fa. Bartington durchgeführt.

sowie ein Solenoid, der direkt auf das Strahlrohr aus Kupfer aufgewickelt ist. Er ermöglicht das Anlegen eines Magnetfeldes längs der Flugrichtung der Atome (siehe Abbildung 3.6). Die in Tabelle 3.1 angegebenen Eichfaktoren wurden mit einem dreiachsigen Magnetometer der Fa. Bartington in der Mitte der Apparatur ermittelt. Diese kann man jedoch nicht für Auswertungen von Hochpräzisionsexperimenten benutzen. Daher wurde, wenn es wichtig war, die Magnetfeld Eichung aus Kapitel 7 benutzt.

Mit Hilfe der Spulen können Restfelder in der Apparatur kompensiert werden oder Felder durchgestimmt werden. Hierfür ist eine extrem rauscharme Stromquelle nötig. Wir benutzen eine in Zusammenarbeit mit J.-L. Schenker weiterentwickelte Variante des in [Bis00] vorgestellten Prototyps. Ein Schaltplan des in dieser Arbeit verwendeten Stromtreibers ist in Anhang C abgebildet.

Im Strahlrohr selbst befindet sich ein Paar von Rechteck-Elektroden, die 26 cm lang und 5 cm

		horizontale Spulen	vertikale Spulen	Solenoid
R	(Ω)	7.8	7.8	7.4
L	(μH)	563	528	102
Eichfaktor	($\frac{\text{mG}}{\text{mA}}$)	3.905(7)	-3.726(5)	8.29(2)

Tabelle 3.1: Kenngrößen und Eichfaktoren der Spulen. Die angegebenen Fehler stammen aus der Kurvenanpassung an die Eichkurve.

breit sind. Ihr Abstand beträgt etwa 9 mm. Mit ihnen können Felder bis zu $20 \frac{\text{kV}}{\text{cm}}$ angelegt werden. Die Eichung dieser Elektroden, genauer gesagt, des elektrischen Feldes, wurde mit Hilfe des AHARONOV-CASHER-Effektes in Verbindung mit einer Rechnung (*Randelemente Methode*) durchgeführt. Dies wird in Kapitel 7 näher erläutert. Abbildung 7.4 zeigt den berechneten Verlauf des elektrischen Feldes senkrecht zur Ausbreitungsrichtung der Atome und senkrecht zu \vec{k} von Pump- und Nachweislicht.

3.2 Die Laser

In der vorliegenden Arbeit wurden in der Regel gitterstabilisierte Diodenlaser (siehe [WH91] und [KL66]) in LITTROW-Anordnung verwendet. In Abbildung 3.8 ist der Aufbau eines solchen Laserkopfes skizziert.

Das sehr divergente, vertikal polarisierte Licht, das die Laserdiode verläßt, wird kollimiert und trifft auf ein Gitter (typisch 1400 mm^{-1}). Von dort wird die erste Ordnung zurück in die Laserdiode reflektiert (externer Resonator), die nullte Ordnung verläßt den Laserkopf. Den Winkel des Gitters kann man grob von Hand und fein mit Hilfe eines Piezoelementes verändern. Die spektrale Breite des Laserlichtes wird durch das Gitter auf weniger als 1 MHz verringert. Durch Wahl eines geeigneten Stromes durch die Laserdiode und einer geeigneten Temperatur kann man die gewünschte Wellenlänge einstellen. Da diese aber mit der Zeit, vorallem durch thermische Drifts im Labor, nicht erhalten bleibt, muß man für die Experimente eine aktive Frequenzstabilisierung des Laserlichtes durchführen. Von den möglichen Methoden sollen in den folgenden Abschnitten diejenigen diskutiert werden, die für die Experimente der vorliegenden Arbeit benutzt wurden. Die meisten Methoden benutzen eine Frequenzmodulationstechnik (*FM*), d.h. der Laserstrom wird moduliert und ein geeignetes Signal mit einem Lock-In Verstärker bei der Modulationsfrequenz phasenempfindlich nachgewiesen. Hierbei erhält man die Ableitung des gegebenen Signals nach der Wellenlänge, so daß man mit Hilfe eines PID-Reglers auf einen geeigneten Nulldurchgang des Lock-In Ausgangssignals regeln kann. Man kann aber auch ohne *FM* auskommen (siehe Abschnitt 3.2.1 und 3.2.5). Allen Methoden gemeinsam ist jedoch, daß die Position des Gitters (siehe Abbildung 3.8) als Stellgröße im Regelkreis verwendet wurde.

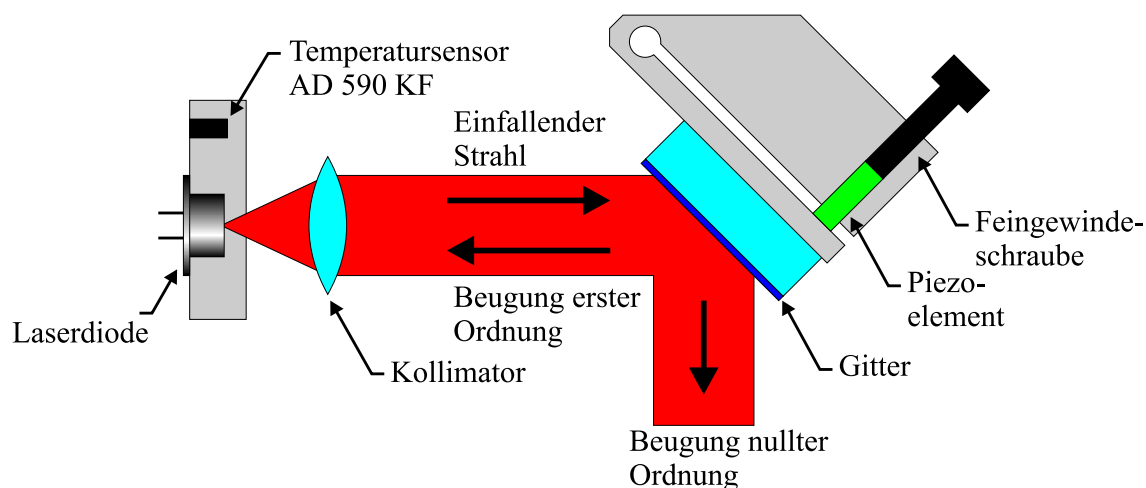


Abbildung 3.8: Schematischer Aufbau der verwendeten Diodenlaser (LITTROW-Anordnung).

Für die vorliegende Arbeit war es wichtig, die Laserfrequenz auf einen gewünschten Hyperfeinübergang (siehe Abbildungen 2.4 und 3.9) stabilisieren zu können. Dies kann man am

leichtesten mit den in den Abschnitten 3.2.1, 3.2.2 und 3.2.3 beschriebenen Sub-Doppler Techniken bewerkstelligen. Die beiden Methoden aus den Abschnitten 3.2.4 und 3.2.5 erlauben dies zwar ebenfalls, doch ist man weniger flexibel.

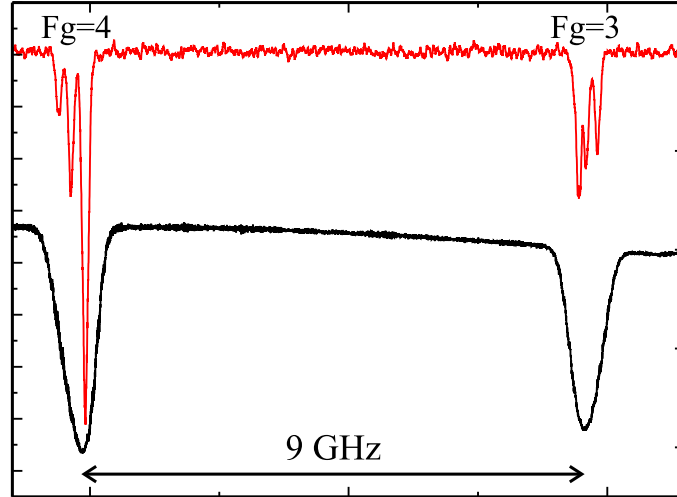


Abbildung 3.9: Spektren des D_2 -Überganges von Cs. Oben: Subdoppler-Spektrum, das in Fluoreszenz mit einem spektral sehr breiten ($\delta\nu \approx 75$ MHz) Laser am Atomstrahl gemessen wurde. Unten: Doppler verbreitertes Absorptionsspektrum aus einer Dampfzelle, das gleichzeitig mit aufgenommen wurde.

3.2.1 Frequenzstabilisierung auf den Atomstrahl

Eine naheliegende Methode, auf Hyperfeinübergänge zu stabilisieren, ist die Verwendung eines Atomstrahls, da die entsprechenden Resonanzen (fast) keine Dopplerverbreiterung haben. Die in dieser Arbeit verwendete Methode lehnt sich an die in [WD88] beschriebene an. Das Prinzip soll nun anhand von Abbildung 3.10 erläutert werden.

Aus dem Hauptlaserstrahl wird ein Teilstrahl (etwa 4%) ausgekoppelt und trifft auf einen Spiegel, der mit Hilfe eines Galvomotors verdreht werden kann. Der Auftreffpunkt des Laserstrahls auf dem Spiegel ist im Brennpunkt der ersten Zylinderlinse ($f=100$ mm); die zweite Zylinderlinse ($f=200$ mm) fokussiert den ankommenden Lichtstrahl auf einen Strich in der Mitte des Atomstrahls, dessen Fluoreszenz mit einem Photomultiplier (PMT) beobachtet wird. Wird nun der Galvospiegel verdreht, so bewirkt die erste Zylinderlinse eine horizontale Translation auf der zweiten Linse, die ihrerseits die Translation in eine Winkeländerung transformiert. Man kann also kontinuierlich den Winkel zwischen dem \vec{k} -Vektor des Lichtes und den Geschwindigkeiten \vec{v} im divergenten Atomstrahl einstellen.

Wie wir in Kapitel 1.3 gesehen haben, sieht ein Atom, das sich mit der Geschwindigkeit \vec{v} bewegt, die Frequenz ω einer elektromagnetischen Welle, die sich längs \hat{k} ausbreitet, gemäß

$$\omega' = \omega - \vec{k} \cdot \vec{v}$$

verschoben, wobei $|\vec{k}| = \frac{\omega}{c}$ gilt. Insbesondere ist der Absorptionskoeffizient aus Gleichung (1.22) vom Betrag der Geschwindigkeitskomponente längs \vec{k} abhängig. Somit sehen die Atome Licht, das auf Weg 1 in Abbildung 3.10 den Atomstrahl durchquert, blau verstimmt, d. h. sie sehen

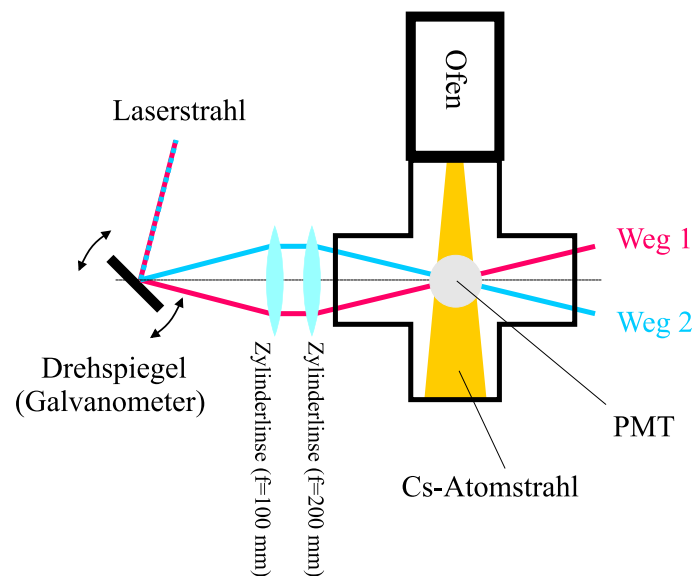


Abbildung 3.10: Aufbau, um die Laserfrequenz auf den Atomstrahl stabilisieren zu können. Gleichzeitig kann man eine kontinuierliche Verstimmung von ± 20 MHz erreichen.

die Lichtfrequenz zu einer höheren Frequenz verschoben. Dies bedeutet, daß das Laserlicht auf Weg 1 rot verstimmt sein muß, damit es mit einem atomaren Übergang auf Resonanz ist. Führt man eine Frequenzmodulation (*FM*) des Laserlichtes durch, erhält man, wenn man das Photomultiplier-Signal mit einem Lock-In Verstärker phasenempfindlich bei der Modulationsfrequenz nachweist, die Ableitung der absorptiven Fluoreszenzlinien aus Abbildung 3.9 (oben), auf deren Nulldurchgänge mit einem Regelkreis aktiv stabilisiert werden kann. Analog sieht man, daß, wenn der Laserstrahl auf Weg 2 in Abbildung 3.10 den Atomstrahl durchquert, eine Stabilisierung der Laserfrequenz auf eine blau verstimmte Frequenz bewirkt, wenn der oben erwähnte Regelkreis benutzt wird.

Eine interessante Option bei dieser Stabilisierungsmethode ist, daß man statt einer *FM* auch den Galvospiegel wobbeln kann, um eine Modulation des PMT-Signals zu erreichen. Hierdurch kann der manchmal störende Effekt der Linienverbreiterung durch *FM* vermieden werden.

Bei der in diesem Abschnitt vorgestellten Stabilisierungsmethode führt die Geschwindigkeitsverteilung im Atomstrahl (siehe Anhang B) und die endliche Divergenz zu einer Linienbreite, die vom Einfallswinkel des Laserstrahles bezüglich der Symmetrieachse des Atomstrahls abhängt, was aber in einem Bereich von ± 20 MHz nicht zu Beeinträchtigungen des Regelkreises führt. Daher konnte diese Stabilisierungsmethode bei den ersten Experimenten zur transversalen Kühlung des Atomstrahl mit eines optischen Melasse (siehe Abschnitt 9.3) erfolgreich eingesetzt werden, um die für die Kühlung erforderliche Verstimmung der Lichtfrequenz zu erhalten.

Um die Stabilisierung der Laserfrequenz mit dieser Methode möglichst unabhängig vom eigentlichen Experiment zu gestalten, empfiehlt es sich, eine zweite Atomstrahlapparatur zu benutzen, wie z.B. die in Abbildung 5.2 skizzierte; allerdings legt man dann keine Magnetfelder an. Diese Apparatur kann Tag und Nacht laufen, ohne mit der Zeit einen Doppleruntergrund unter den Subdopplersignalen zu erhalten, da eine Kühlfalle mit eingebaut wurde. Der asymmetrische Doppleruntergrund würde nämlich zu einer Verschiebung der Linienmitten führen.

3.2.2 Frequenzstabilisierung mittels Selektiver Reflexion

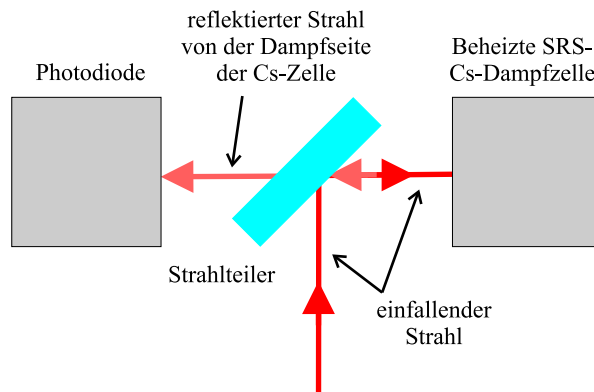


Abbildung 3.11: Schematischer Aufbau, um Selektive Reflexions-Spektroskopie betreiben zu können.

Eine in unserer Gruppe beliebte Art der Frequenzstabilisierung auf einzelne Hyperfeinübergänge ist die Selektive Reflexionsspektroskopie (SRS), die in [Mü98] und [MW98] vorgestellt wird. In Abbildung 3.11 ist ein kompakter Prototyp für einen geeigneten Aufbau skizziert. Auch diese Methode gehört zu den Subdoppler-Techniken, obwohl eine auf ca. 140°C geheizte Cs-Dampfzelle benutzt wird. Auf diese Hornförmige Zelle mit einem Fenster in Keilform trifft ein schwacher Strahl, der aus dem Hauptlaserstrahl oder einem seiner Teilstrahlen ausgekoppelt werden kann. Da das Licht senkrecht auf die Fensterfläche trifft, die die Grenzschicht zwischen Glas und Cs-Dampf ausmacht, gilt für den frequenzabhängigen Reflexionskoeffizient die Bezie-

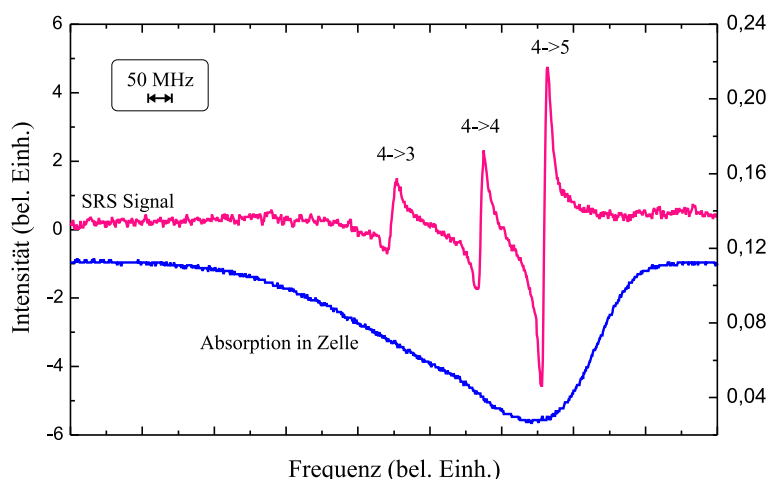


Abbildung 3.12: Experimentelles Lock-In-Signal des SRS-Spektrums für die $|F_g = 4\rangle \rightarrow |F_e = 4 \pm 1\rangle$ Übergänge (oben). Man sieht sehr schön die Asymmetrie des Dopplerprofils aus der Zelle (unten), die in Abbildung 3.15 erläutert wird. Daß der Abstand der Hyperfeinniveaus nicht korrekt ist, liegt an Nichtlinearitäten des Piezos, mit dem der Scan gemacht wurde.

hung (siehe [Sch76])

$$R(y) \propto \operatorname{Re} \left[\int_0^\infty \frac{e^{-u^2}}{(u - y) - i a} du \right], \quad (3.10)$$

wenn die Dichte der Atome in der Zelle deutlich kleiner als $\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^3$ ist. Hierin wurden, wie schon in Gleichung (1.27), die Definitionen

$$y \equiv \frac{\omega - \omega_0}{\Gamma_D}, \quad a \equiv \frac{\gamma}{2\Gamma_D} \quad \text{und} \quad \Gamma_D = \omega_0 \frac{v_0}{c}$$

aus (1.26) und (1.24) benutzt. Interessant ist der Vergleich von Gleichung (3.10), wo das Zellenfenster dafür sorgt, daß das Integral von Null statt von $-\infty$ läuft, mit dem VOIGT-Integral aus Gleichung (1.27). Man kann nun zeigen, daß man mit Hilfe einer FM und der Verwendung eines Lock-In Verstärkers aus den durch Gleichung (3.10) beschriebenen asymmetrischen Linien dispersive Lorentz-Kurven erhält, wie sie in Abbildung 3.12 für die Übergänge mit $|F_g = 4\rangle$ der D_2 -Linie von Cäsium dargestellt sind. Ist nämlich die Modulationsamplitude deutlich kleiner als die homogene Linienbreite γ , so gilt für das Ausgangssignal des Lock-In Verstärkers S_{FM} , das man bei der Modulationsfrequenz detektiert:

$$S_{FM} \propto \frac{\omega - \omega_0}{(\omega - \omega_0)^2 + \left(\frac{\gamma}{2}\right)^2}.$$

Anhand des Nenners sieht man, daß es sich hierbei um eine dispersive Lorentz-Kurve der vollen Breite γ , also um eine Subdoppler-Linie, handelt.

Bei den ersten Experimenten zur FARADAY-RAMSEY-Spektroskopie wurde die Laserfrequenz mit dieser Methode stabilisiert.

Ein Nachteil dieser Stabilisierungsmethode ist, daß sich die Positionen der Linien abhängig vom Dampfdruck verschieben (siehe [Mü98]).

3.2.3 Frequenzstabilisierung mittels Sättigungsspektroskopie

Die Sättigungsspektroskopie (siehe z.B. [SKWM94], [IJO⁺01] und [Dem96]) gehört ebenfalls zu den Sub-Doppler-Techniken. Sie basiert auf der geschwindigkeitsabhängigen (*velocity-selective*) Sättigung von Doppler-verbreiterten, atomaren Übergängen; sie wird auch als *Lamb-dip*-Spektroskopie bezeichnet. Um Sättigungsspektroskopie betreiben zu können, braucht man eine Vakuumzelle mit atomarem Dampf und zwei gegenläufige Lichtstrahlen. In Abbildung 3.13 ist eine Variante für einen solchen Aufbau skizziert.

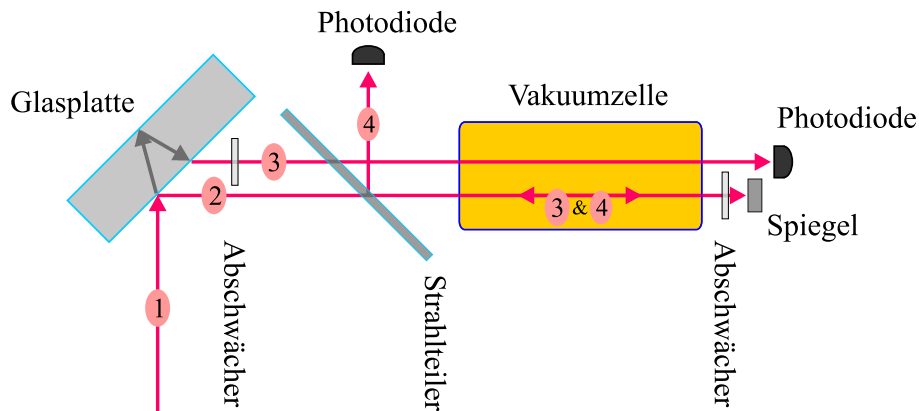


Abbildung 3.13: Aufbau für die Sättigungsspektroskopie. Strahlen (2)&(4) liefern das Sättigungsspektrum, Strahl (3) dient als Referenzstrahl. Näheres siehe Text.

Hat das verwendete Laserlicht die Frequenz $\omega_{\text{Laser}} \equiv \omega$, so sieht ein Atom, das sich mit der Geschwindigkeit \vec{v} bewegt, die Frequenz ω gemäß

$$\omega' = \omega - \vec{k} \cdot \vec{v}$$

verschoben, wobei $|\vec{k}| = \frac{\omega}{c}$ gilt (siehe Abschnitt 1.3). Somit sehen die Atome, die mit Laserstrahl 2 bzw. Laserstrahl 4 wechselwirken, d.h. die Atome, die das Sättigungsspektrum liefern, die Frequenzen

$$\begin{aligned} \omega'_2 &= \omega - \vec{k} \cdot \vec{v} = \omega - k v_z \\ \omega'_4 &= \omega + \vec{k} \cdot \vec{v} = \omega + k v_z \end{aligned} \quad (3.11)$$

wenn man $\vec{k} = \vec{k}_2 = -\vec{k}_4$ und $\vec{k} \parallel \hat{z}$ benutzt. Anhand von Gleichung (3.11) sieht man, daß Atome mit $v_z = 0$ mit beiden Laserstrahlen in Resonanz sind. Man erhält folglich für jeden atomaren Übergang, der bei der Resonanzfrequenz ω^{at} liegt, eine Linie. Dies sind die mit 1, 4, 6 und 7, 10, 12 nummerierten Linien in Abbildung 3.14. Die dispersive Form kommt daher, daß sie mit Hilfe von *FM* und einem Lock-In Verstärker aufgenommen wurden.

Jedoch sieht man genau in der Mitte zwischen zwei atomaren Übergängen sogenannte Cross-over-Linien (2, 3, 5 und 8, 9, 11). Diese entstehen in unserem Fall dadurch, daß atomare Übergänge mit gemeinsamem, unterem Niveau innerhalb ihrer Dopplerbreite überlappen. Es gilt also

$$|\omega_a^{at} - \omega_b^{at}| < \Gamma_D, \quad (3.12)$$

wenn $\omega_{a,b}^{at}$ die Mittenfrequenzen zweier Übergänge und Γ_D die Dopplerbreite aus Gleichung (1.24) bezeichnen. Gilt nun für das die Zelle durchquerende Licht $\omega = \omega_{CO} = \frac{\omega_a^{at} + \omega_b^{at}}{2}$, so sieht man anhand von Gleichung (3.11), daß hier ebenfalls eine Resonanz auftritt. Wegen Bedingung (3.12) kann nämlich die Situation auftreten, wo

$$\omega'_2 = \omega_a^{at} \pm k v_z = \omega_b^{at} \mp k v_z = \omega'_4$$

erfüllt ist⁵. Dies bedeutet, daß Geschwindigkeitsklassen, die von Strahl 2 bei der Frequenz $\omega_{a,b}^{at}$ gesättigt werden, von Strahl 4 bei der Frequenz $\omega_{b,a}^{at}$ detektiert werden. Für hinreichend kleine Intensitäten von Pump- und Nachweisstrahl ist die Linienbreite somit auch hier durch die natürliche Linienbreite γ gegeben. Es handelt sich also um Sub-Doppler Linien, deren Ursache der Dopplereffekt ist.

Abhängig von den relativen Polarisationszuständen von Pump- und Nachweislicht kommt es mitunter zum Umkehren einzelner Linien ([SKWM94], [IJO⁺01]), wie z.B. der Linie 11 in Abbildung 3.14.

Zur Frequenzstabilisierung wurde in dieser Arbeit der Aufbau für die Sättigungsspektroskopie realisiert, der in Abbildung 3.13 skizziert ist.

Ein Teil des Hauptstrahls wird ausgekoppelt und trifft auf eine dicke Glasplatte (1); der Reflex von der Vorderseite der Glasplatte (2) durchquert die mit Cs gefüllte Vakuumzelle (Pumpstrahl), wird abgeschwächt in sich zurückreflektiert (Nachweisstrahl) und wird, nachdem er die Zelle wieder verlassen hat, auf eine Photodiode gelenkt (4). Die Strahlen 2 und 4 liefern somit die Sättigungsspektren. Um von diesem Spektrum den Doppler-Unteground subtrahieren zu können, der zu einer Verschiebung der Mittenfrequenzen führt, durchquert

⁵Da diese Bedingung den Schnittpunkt (die Überkreuzung) zweier Geraden in einem ω vs. v Diagramm widerspiegelt, spricht man von Cross-over-Linien.

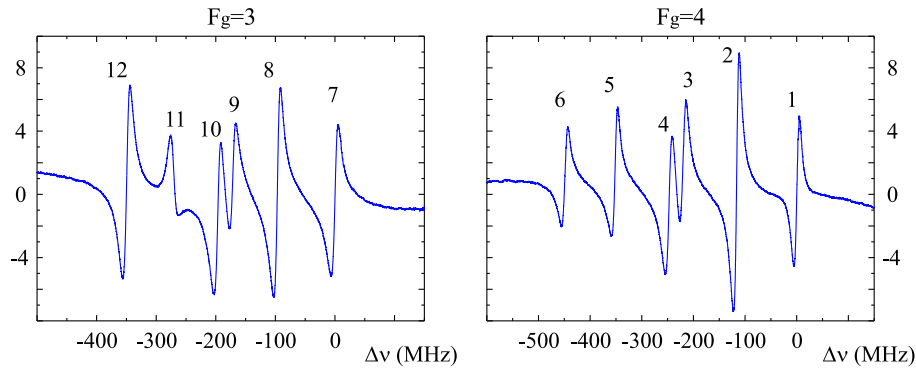


Abbildung 3.14: Experimentelle, mit Hilfe von FM und Lock-In Verstärker aufgenommene Sättigungsspektren für die Übergänge mit $|F_g = 3\rangle$ (links) und $|F_g = 4\rangle$ (rechts) der D_2 -Linie von Cäsium bei parallel stehender, linearer Polarisation von Pump- und Nachweisstrahl. Die Linien mit der jeweils größten Frequenz sind bei $\Delta\nu = 0$ eingezeichnet. Man sieht die Hyperfeinlinien (1, 4, 6 und 7, 10, 12) und sogenannte Cross-over-Linien (2, 3, 5 und 8, 9, 11). Einzelheiten finden sich im Text.

Strahl (3) die Vakuumzelle und trifft danach direkt⁶ auf eine Photodiode. Die beiden Photodiodensignale werden von einer im Rahmen der Diplomarbeit von C. Ospelkaus entwickelten Vorverstärkerelektronik (siehe [Osp01]) voneinander subtrahiert, nachdem sie geeignet verstärkt worden sind. Moduliert man die Laserfrequenz (FM) und speist das entstandene Differenzsignal in einen Lock-In Verstärker, so liefert er Spektren, wie sie in Abbildung 3.14 dargestellt sind.

Mit dieser Stabilisierungsmethode wurden die in den Kapiteln 5, 7 und 8 beschriebenen Messungen durchgeführt.

3.2.4 Frequenzstabilisierung auf ein Signal aus der Absorptionszelle

Bildet man mit Hilfe einer FM und eines Lock-In Verstärkers die Ableitung des Transmissionssignals durch eine Vakuum dampfzelle, so erhält man eine sehr einfache Methode der Laserfrequenzstabilisierung mit einem großen Empfangsbereich⁷. Wie man anhand von Abbildung 3.15 sieht, erhält man bei der Ableitung der Absorptionslinie mit Dopplerverbreiterung je einen Nulldurchgang in der Nähe der Übergänge $|F_g = 3\rangle \rightarrow |F_e = 3\rangle$ und $|F_g = 4\rangle \rightarrow |F_e = 5\rangle$. Allerdings muß man, im Gegensatz zu den bisher beschriebenen Methoden, einen Sollwert ungleich Null wählen, um auf das Zentrum des Hyperfeinüberganges stabilisieren zu können. Die Stabilität dieser Methode ist somit von der Stabilität der Spannungsreferenz, die den Sollwert im PID-Regler liefert, limitiert.

Im Experiment zeigte sich, daß die vorhandenen Drifts des Sollwertes diese Stabilisierungsmethode für die FARADAY-RAMSEY-Spektroskopie unbrauchbar machten. Außerdem kann man, mit Ausnahme des Überganges $|F_g = 3\rangle \rightarrow |F_e = 2\rangle$ keine weiteren Linien anfahren, wodurch Untersuchungen auf anderen Hyperfeinübergängen unmöglich sind.

Zur Stabilisierung der Frequenz des Lasers, der beim Studium der optischen Melasse, den Lichtteppich (siehe Abschnitt 9.3) erzeugte, war diese Methode hinreichend gut und vorallem robust,

⁶Besser, aber deutlich aufwendiger ist der in [Ber00] beschriebene Aufbau, wo auch der Referenzstrahl zweimal die Zelle, jedoch an unterschiedlichen Stellen, durchquert.

⁷Mit Empfangsbereich wird hier der Frequenzabstand der beiden Extrema einer dispersiven Kurve bezeichnet, da innerhalb dieses Intervalls der Regelkreis stets auf die Null bei der Linienmitte regeln kann.

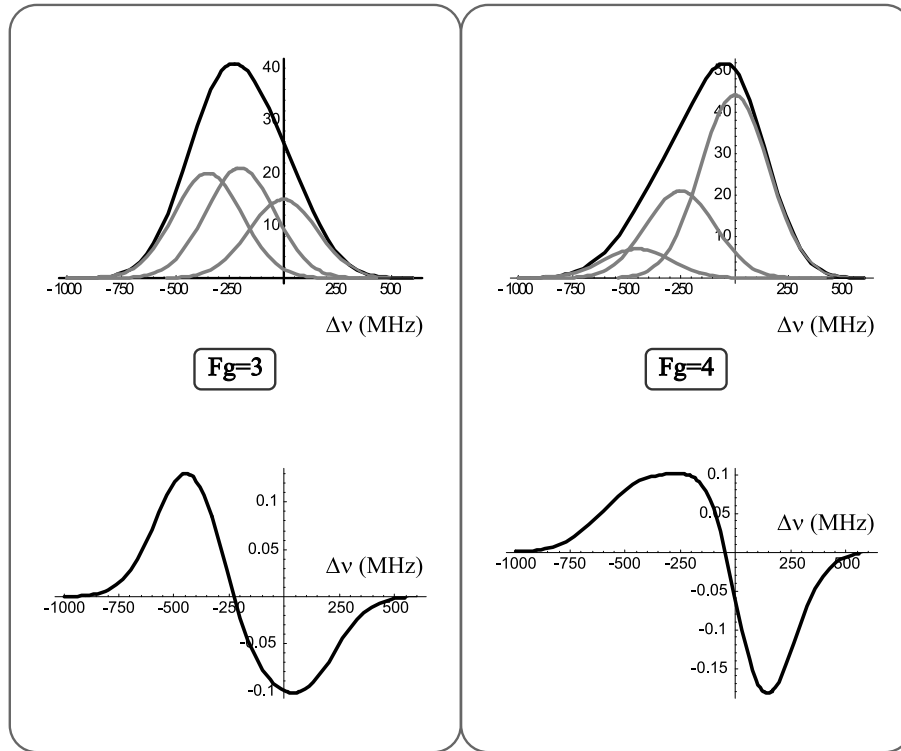


Abbildung 3.15: Dopplerverbreiterte Absorptionslinien für die Übergänge mit $F_g = 3$ (links) und $F_g = 4$ (rechts). Die Linien mit der jeweils größten Frequenz sind bei $\Delta\nu = 0$ eingezeichnet. Die GesamtabSORPTIONSlinien (oben) setzen sich aus den drei dopplerverbreiterten Hyperfeinlinien zusammen. Die Ableitung der GesamtlInie ist unten gezeigt.

was bei Verwendung des selbstgebauten Lasers sehr wichtig war.

3.2.5 Frequenzstabilisierung mittels eines DAVLL

Eine Methode, die einen noch größeren Einfangbereich als die in Abschnitt 3.2.4 beschriebene aufweist und gleichzeitig ohne FM und Lock-In Verstärker auskommt, ist die Verwendung eines sogenannten *Dichroic Atomic Vapor Laser Lock (DAVVL)*. Diese Methode wurde erstmals in [CLH⁺98] vorgestellt und vielfach kopiert und modifiziert ([YBD00]). Anhand der Ausführungen zum FARADAY-Effekt in Kapitel 2 kann man leicht das Prinzip des DAVLL verstehen.

Koppelt man einen schwachen Teil des Hauptstrahles aus, so passiert dieser, wie in Abbildung 3.16 gezeigt, einen Polarisator, eine in einem Magnetfeld liegende Dampfzelle, eine unter 45° zum Eingangspolarisator stehende $\lambda/4$ -Platte, die um kleine Winkel η verdreht werden kann, und einen weiteren Polarisator, der parallel oder senkrecht zum ersten steht. Detektiert man die Intensitäten der beiden Ausgänge des Polarisators und subtrahiert die Signale der beiden Photodioden PD1 und PD2, so erhält man einen dispersiven Kurvenverlauf (siehe mittleres Bild in Abbildung 3.17), auf dessen Nulldurchgang man aktiv mit Hilfe eines PID-Reglers stabilisieren kann. Den Nulldurchgang dieser Kurve kann man durch Einstellen der Verstärkungsfaktoren G1 und G2 der beiden Photodioden auf die Mittenfrequenz des gewünschten Hyperfeinüberganges schieben.

Da das Magnetfeld in der Zelle längs der Ausbreitungsrichtung des Laserstrahles steht, kann man, wie in Kapitel 2.2, das auf die Zelle treffende, linear polarisierte Licht schreiben als

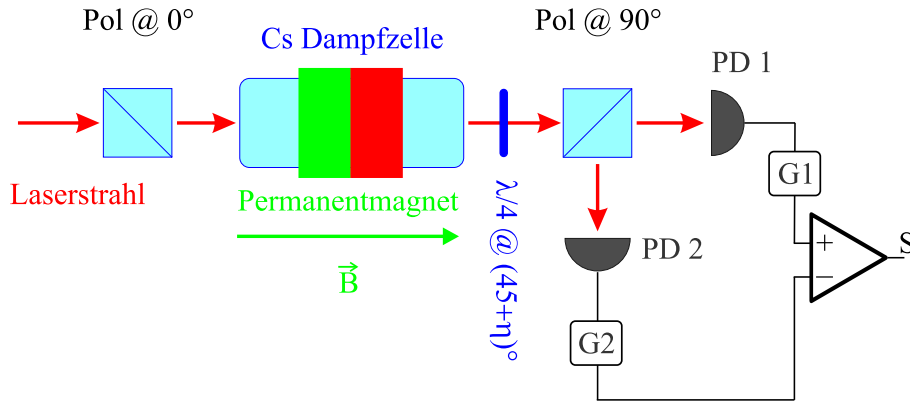


Abbildung 3.16: Eine Möglichkeit, einen DAVLL zu realisieren.

$$\xi_{\text{ein}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix},$$

wobei die beiden Vektoren jeweils eine Phase

$$\varphi_{\pm} = N_{\pm} \cdot k_{\text{Licht}} \cdot L = N_{\pm} \cdot \frac{\omega_{\text{Licht}} L}{c}$$

erhalten, die vom komplexen Brechungsindex (2.2)

$$N_{\pm} = n_{\pm} + in''_{\pm}$$

abhängt. Genauso, wie die Realteile (n_{\pm}) aufgrund des ZEEMAN-Effekts (siehe Abschnitt 1.5) verschoben werden, kann man ein zu Abbildung 2.2 analoges Bild für die Imaginärteile (n''_{\pm}) zeichnen. Subtrahiert man naiv die beiden um $\pm \omega_{\text{Larmor}}$ gegenüber der Linienmitte (ω_0) verschobenen absorptiven Lorentzkurven voneinander, so erhält man eine disperse Kurve, deren volle Breite, abhängig vom anliegenden B -Feld, um $2\omega_{\text{Larmor}}$ größer als die optische Breite ist. Insbesondere bedeutet das für eine Dampfzelle, in der die Linien wegen der Dopplerverbreiterung (siehe Abschnitt 1.3) Gaußkurven der Breite (FWHM) von 400 MHz sind, daß man einen Einfangbereich des Regelkreises von etwa 800 MHz erhält! Dies ist ein bedeutender Vorteil gegenüber den hier vorgestellten Sub-Doppler Techniken, da dort der Einfangbereich maximal 30 MHz betragen kann. Außerdem erlaubt dieser große Bereich ein Verstimmen der Laserfrequenz in einem sehr großen Bereich. Wie man an den folgenden Formeln und an Abbildung 3.17 sieht, kann man das durch Verdrehen der $\lambda/4$ -Platte erreichen:

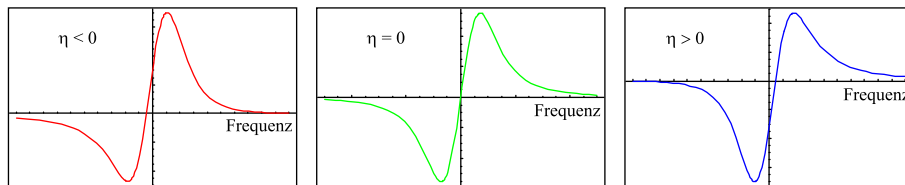


Abbildung 3.17: Verschieben des DAVLL-Signals durch Verdrehen der $\lambda/4$ -Platte um Winkel $\eta < 0$ (links), $\eta = 0$ (mitte) und $\eta > 0$ (rechts).

Bezeichnet η die Verdrehung der $\lambda/4$ -Platte gegenüber der 45° -Richtung (siehe Abbildung 3.16), so kann man mit Hilfe des in Anhang A beschriebenen Jones-Formalismus zeigen, daß für die

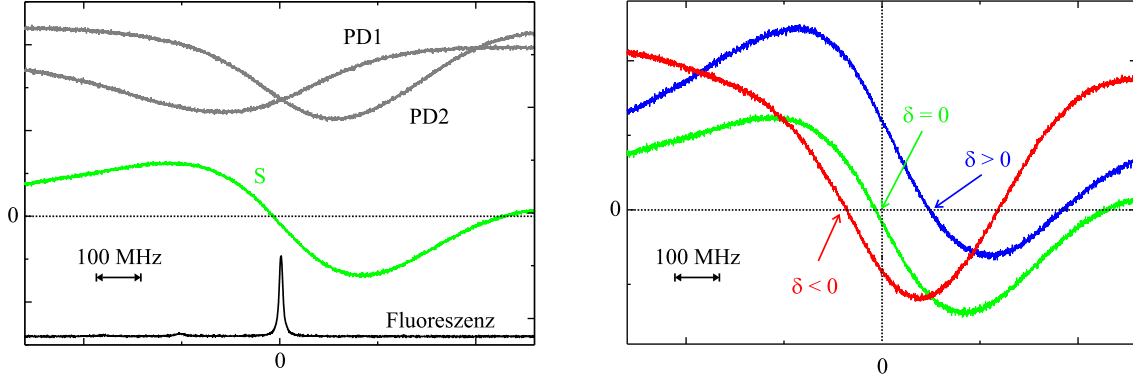


Abbildung 3.18: Experimentelle Kurven für die Ausgangssignale der beiden Photodioden und deren Differenz zusammen mit der Linie des Überganges $|F_g = 4\rangle \rightarrow |F_e = 5\rangle$ (links) und mögliche Verschiebungen des Differenzsignals (rechts).

Differenz S der beiden Photodiodensignale der Ausdruck

$$S = S_{DAVLL} = \frac{1}{2} + \frac{\omega_{Licht} L}{c} (n''_- - n''_+) + \eta \frac{2\omega_{Licht} L}{c} (n_- - n_+) \quad (3.13)$$

gilt, wenn man von einem optisch dünnen Medium ausgeht. In Abbildung 3.17 ist die Verschiebung des Nullpunktes von S für $\eta < 0$ (links), $\eta = 0$ (mitte) und $\eta > 0$ (rechts) skizziert.

In Abbildung 3.18 (links) sind die beiden experimentelle Photodiodensignale (PD1 und PD2) abgebildet, die ein Differenzsignal ergeben, das (fast) auf der Mittenfrequenz des Übergangs $|F_g = 4\rangle \rightarrow |F_e = 5\rangle$ (siehe Fluoreszenzspektrum⁸) durch Null geht. Dreht man nun an der $\lambda/4$ -Platte, so erhält man entweder eine sogenannte

$$\text{Rotverstimmung: } \delta = (\omega - \omega_0) < 0$$

oder eine

$$\text{Blauverstimmung: } \delta = (\omega - \omega_0) > 0.$$

Wie man im rechten Teilbild der Abbildung 3.18 sieht, kann man eine Verstimmung um etwa ± 100 MHz erreichen; dies korrespondiert bei dem realisierten Aufbau mit einer Verdrehung der $\lambda/4$ -Platte um $\pm 5^\circ$.

Ein Nachteil dieser Stabilisierungsmethode ist, daß man die Parameter nur für einen Übergang optimieren kann; man kann also nicht ohne Anstrengung jede Hyperfeinkomponente anfahren, um den Einfluß des jeweiligen Übergangs auf das jeweilige Signal zu studieren. Ferner empfiehlt es sich, das Magnetfeld gut abzuschirmen, damit die magnetometrischen Experimente nicht gestört werden, und die Temperatur der Zelle aktiv zu stabilisieren.

Mit dieser Methode wurde die Frequenz des Lasers für die optische Kollimation des Atomstrahles stabilisiert und verstimmt (siehe Abschnitt 9.3).

⁸Die anderen Hyperfeinlinien sind praktisch nicht sichtbar, da der Laserstrahl sehr stark war, es also zu optischem Pumpen gekommen ist.

3.2.6 Leistungsstabilisierung des Lasers und Verwendung einer optischen Faser

Wenngleich bei den Messungen in RAMSEY-Geometrie im Grenzfall hoher Pumpleistungen gearbeitet wurde, so ist es dennoch wichtig, unter stabilen Bedingungen zu arbeiten, damit systematische Effekte aufgrund von Schwankungen in der Laserleistung unterdrückt werden. Daher wurde die im Experiment verwendete Laserleistung aktiv stabilisiert. Hierzu wird ein Teil des Lichtes, das zum Experiment geht, ausgekoppelt und auf eine Photodiode (PD) gelenkt, wobei der zweite Reflex des Auskopplers geblockt werden muß. Die von der Photodiode kommende Spannung wird mit dem Sollwert eines PID-Reglers verglichen, dessen Stellgröße die Steuerspannung an einem Akusto-Optischen Modulator (AOM) ist. Je nach anliegender Spannung ist die Transmission des AOM mehr oder weniger groß. Man beachte, daß wir in unserem Experiment die Nullte Ordnung des AOM benutzen müssen, da diese die unveränderte Wellenlänge des ankommenden Lichtes beinhaltet.

Durch die Stabilisierung der Laserleistung können insbesondere Messungen, bei denen die Lichtfrequenz mit Hilfe des Gitters im Laser (siehe Abbildung 3.8) durchgestimmt wird, ohne die damit verbundene Leistungsvariation erfolgen.

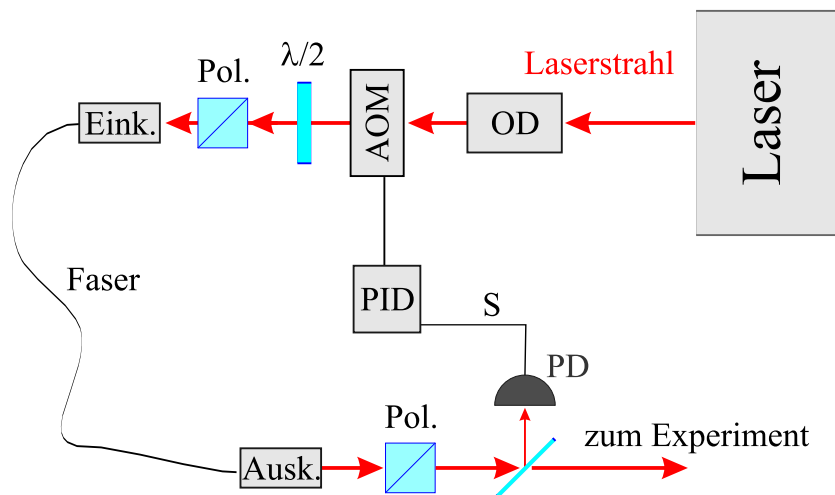


Abbildung 3.19: Die wichtigsten Komponenten für die aktive Stabilisierung der Laserleistung.

Im Experiment wurde ferner eine polarisationserhaltende Singlemode-Faser verwendet, um mechanische Verkippungen während des Strahlenganges zu eliminieren und um eine gaußförmige Intensitätsverteilung innerhalb des Laserstrahles zu erlangen. Um das Licht mit möglichst reiner Linearpolarisation in die schnelle Achse der Faser einkoppeln zu können (siehe Abbildung 3.19), befindet sich vor der Einkoppeleinheit (Eink.) eine Kombination aus $\lambda/2$ -Platte und Polarisator (Pol.). Die beiden Polarisatoren stehen längs der schnellen Achse der Faser; mit Hilfe der $\lambda/2$ -Platte kann man die senkrecht zur Zeichenebene stehende Linearpolarisation des Lasers gegebenenfalls auf die Richtung maximaler Transmission des Polarisators bringen. Allerdings wird, abhängig von der Güte des Polarisators (Extinktion und evtl. doppelbrechende Antireflexbeschichtung), stets mehr oder weniger Licht mit Polarisation längs der zweiten Achse in der Faser eingekoppelt. Um diesen Beitrag am Ausgang der Faser zu unterdrücken, wird auch dort ein Polarisator, der längs der schnellen Achse orientiert ist, eingesetzt. Wichtig ist, daß man bei Verwendung einer Faser den Laser durch eine optische Diode (OD) vor Rückreflexionen aus dem Faserauskoppler (Ausg.) schützt.

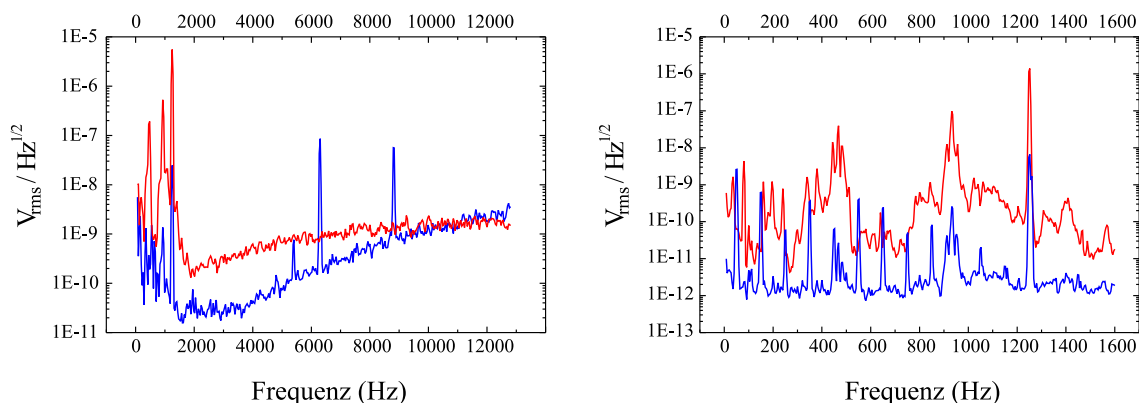


Abbildung 3.20: Rauschspektren ohne (oben) und mit (unten) aktiver Leistungsstabilisierung. Das rechte Bild ist der niederfrequente Ausschnitt aus dem linken.

Ein Nachteil der Faser ist nun, daß Licht in der schnellen mit Licht in der langsamen Achse interferiert, und daß diese Interferenz durch Erschütterungen an der Faser die Ausgangsleistung beeinflusst. Diesem negativen Nebeneffekt kann man durch den Einsatz einer aktiven Leistungsstabilisierung, wie sie in Abbildung 3.19 skizziert ist, entgegenwirken. Man erhält relative Stabilitäten von 10^{-6} bei einer bzw. von 10^{-5} bei tausend Sekunden Meßzeit. Die beiden Rauschspektren in Abbildung 3.20 zeigen sehr deutlich daß mit aktiver Leistungsstabilisierung das Rauschniveau um bis zu zwei Größenordnungen vermindert wird. Im niederfrequenten Bereich (Abbildung 3.20 rechts) bleiben lediglich die Vielfachen von 50 Hz übrig. Der starke Beitrag bei 1250 Hz kommt von Erschütterungen durch die Turbomolekularpumpen, die mit 75000 Umdrehungen pro Minute drehen. Die bei eingeschalteter Leistungsstabilisierung auftretenden zusätzlichen hochfrequenten Beiträge (siehe Abbildung 3.20 links) kommen durch Regelschwingungen zustande.

Kapitel 4

Detektionsmethoden

In diesem Kapitel werden einige Techniken vorgestellt, die die Messung des FARADAY-Winkels ermöglichen. Sie beruhen entweder auf Polarisationsanalyse des das Medium passierenden Lichtes oder auf direkter Messung von Absorption / Absorptionsunterschieden zweier komplementärer Polarisationszustände des einfallenden Lichtes.

4.1 Modulationsfreie Techniken

4.1.1 Faradays Methode der gekreuzten Polarisatoren

Die naheliegendste Methode, den linearen FARADAY-Effekt zu messen, ist es, die Probe zwischen zwei gekreuzte Polarisatoren (Polarisator und Analysator) zu stellen (siehe Abbildung 4.1).

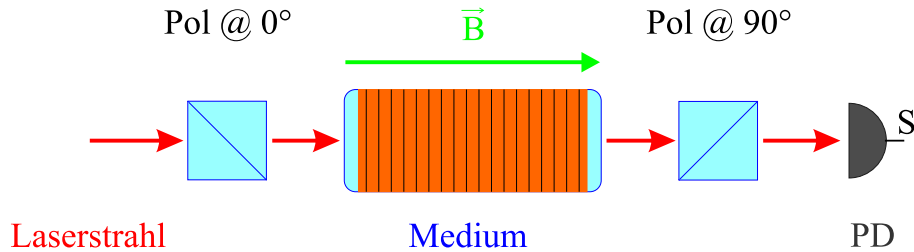


Abbildung 4.1: Skizze zur Methode der gekreuzten Polarisatoren.

Dies war die Methode, die FARADAY ursprünglich benutzt hatte. Legt man dann ein B -Feld an, so wird Licht den Analysator passieren können. Auf der Photodiode hinter dem Analysator sieht man das Betragsquadrat der Komponente des Jones-Vektors, die parallel zur Analysatorachse liegt:

$$S = \frac{I_0}{4} \left| e^{i N_+ k_{Licht} L} - e^{i N_- k_{Licht} L} \right|^2. \quad (4.1)$$

Hier wurde, anders als in (2.1) und (2.3) I_0 explizit hingeschrieben, da im allgemeinen I_0 nicht auf Eins normiert ist. Ferner wurde der komplette komplexe Brechungsindex $N_{\pm} = n_{\pm} + i n''_{\pm}$ verwendet. Dies ergibt im Falle eines optisch dünnen Mediums das Resultat:

$$S_{LFE} = I_0 e^{-(n''_+ + n''_-) k_{Licht} L} \left[\sinh^2 \left(\frac{(n''_+ - n''_-) \omega_{Licht} L}{2 c} \right) + \sin^2 \left(\frac{(n_+ - n_-) \omega_{Licht} L}{2 c} \right) \right], \quad (4.2)$$

oder in Kleinwinkelnäherung¹

$$S_{LFE} = I_0 e^{-(n''_+ + n''_-) k_{Licht} L} [\theta_{CD}^2 + \Phi_{LFE}^2] \propto \Phi_{LFE}^2. \quad (4.3)$$

Das Signal ist also proportional zum Quadrat des FARADAY-Winkels (also der *zirkularen Doppelbrechung*) und abhängig vom *zirkularen Dichroismus* (siehe auch Abbildung 2.3):

$$\theta_{CD} \equiv (n''_+ - n''_-) \frac{\omega_{Licht} L}{2c}.$$

Dies ist meßtechnisch von Nachteil, da eine ohnehin kleine Größe ($\Phi_F \ll 1$) quadratisch auftritt, wodurch sie noch kleiner wird und außerdem die Information über das Vorzeichen verlorengeht. Die Exponentialfunktion in (4.2) bzw. (4.3) gibt die Absorption an. Schreibt man nämlich

$$2n'' \equiv n''_+ + n''_-,$$

so erhält man mit Gleichung (1.11) den aus dem LAMBERT-BEER'schen Gesetz bekannten Ausdruck

$$e^{-(n''_+ + n''_-) k_{Licht} L} = e^{-2 \frac{\omega_{Licht}}{c} n'' L} = e^{-\kappa L}$$

Interessant ist es nun, sich das mit dieser Methode gemessene Signal für den NLFE anzuschauen, weil hier nochmals exemplarisch die Symmetrien und Unterschiede von LFE und NLFE beim Vergleich der Beziehungen (4.2) und (4.4) hervortreten.

Sei die Situation wie in (2.41) gegeben. Für den Fall des NLFE bildet man das Betragsquadrat der zweiten Komponente des Jones-Vektors in (2.42) und erhält nach etwas Algebra:

$$\frac{S_{NLFE}}{\sin^2(2\alpha)} = I_0 e^{-(n_{\parallel} + n_{\perp}) k_{Licht} L} \left[\sinh^2 \left(\frac{(n_{\parallel} - n_{\perp}) \omega_{Licht} L}{2c} \right) + \sin^2 \left(\frac{(n''_{\parallel} - n''_{\perp}) \omega_{Licht} L}{2c} \right) \right], \quad (4.4)$$

oder in Kleinwinkelnäherung

$$S_{NLFE} = I_0 e^{-(n_{\parallel} + n_{\perp}) k_{Licht} L} (\theta_{LB}^2 + \Phi_{NLFE}^2) \propto \Phi_{NLFE}^2. \quad (4.5)$$

Das Signal ist also, wie beim LFE, proportional zum Quadrat des FARADAY-Winkels (hier aber als *linearer Dichroismus*) und abhängig von der *linearen Doppelbrechung*:

$$\theta_{LB} \equiv (n_{\parallel} - n_{\perp}) \frac{\omega_{Licht} L}{2c} \sin(2\alpha).$$

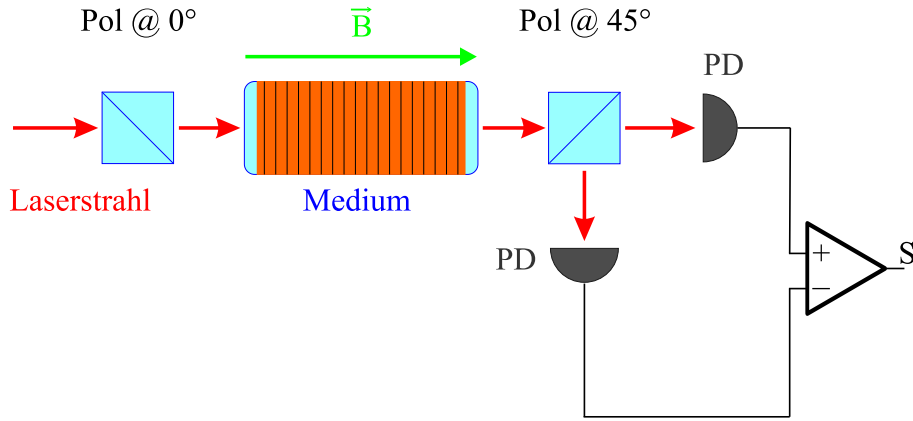
4.1.2 Methode der um 45° gegeneinander verdrehten Polarisatoren

Dem in 4.1.1 beschriebenen Informationsverlust kann man dadurch entgegenwirken, daß man Polarisator und Analysator um 45° statt um 90° gegeneinander verdreht und die Differenz der Intensitäten an beiden Ausgängen des Analysators mißt. Dies ist in Abbildung 4.2 skizziert.

Diese Methode mißt den Stokes-Parameter S_x . Das Signal S ist hier auf das Vorzeichen empfindlich, da gilt:

$$S \propto S_x \propto \Phi_F.$$

¹Man darf bei optisch dünnen Medien die Kleinwinkelnäherungen $\sin u = u = \sinh u$ benutzen. Allerdings muß man bei $\cos u$ und $\cosh u$ alle Glieder bis einschließlich $\mathcal{O}(u^2)$ mit berücksichtigen.

Abbildung 4.2: Methode der um 45° gegeneinander verdrehten Polarisatoren.

4.2 Modulationstechniken

In diesem Kapitel sollen die Detektionsmethoden nur noch für den NLFE bzw. für die FARADAY-RAMSEY-Spektroskopie dargestellt werden.

4.2.1 Benutzung eines Faraday-Modulators

Bei der in Abbildung 4.3 dargestellten Methode wird die Polarisation des Nachweislasersstrahles entweder vor oder nach dem Durchgang durch den Atomstrahl mit einem FARADAY-Modulator moduliert. Dieser besteht aus einem Stab mit hohem Verdet-Koeffizienten, bei uns aus SF58 (siehe Tabelle 2.1), der in einem Solenoid liegt. Man kann somit ein magnetisches Wechselfeld um den Stab anlegen, wodurch dieser aufgrund des LFE die Polarisationsrichtung des Lichtes periodisch moduliert. Der Modulator und das atomare Ensemble befinden sich zwischen gekreuzten Polarisatoren.

Um einen Ausdruck für das zu erwartende Signal zu erhalten, stellen wir uns vor, der Modulator würde, wie in Abbildung 4.3 gezeigt, die Polarisation des das Medium verlassenden Laserstrahles modulieren, da dies die Rechnung erleichtert. Für das Signal selbst liefern beide Möglichkeiten dasselbe Resultat, da die auftretenden Drehungen um eine Achse, nämlich die längs \hat{k} verlaufende, erfolgen. Den Jones-Vektor aus Gleichung (2.42), der das Licht nach Durchqueren des Atomstrahls beschreibt, schreiben wir in der Form

$$\xi_{aus} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}.$$

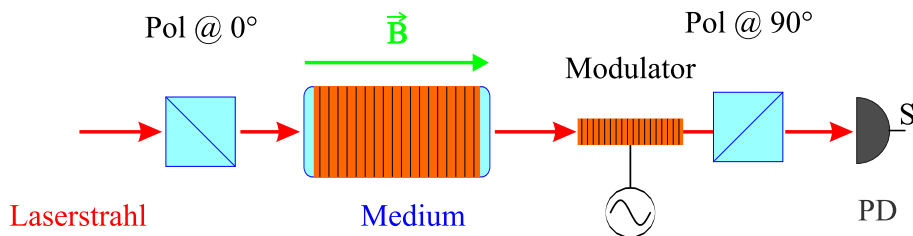


Abbildung 4.3: Skizze zur Polarisations-Modulations-Methode (PMM), bei der ein FARADAY-Modulator benutzt wird. Es ist hierbei egal, ob der Modulator vor oder hinter dem Medium positioniert ist.

Bezeichnen nun φ_m die Modulationsamplitude, die im Experiment typisch 1° betrug, und ω_m die Modulationsfrequenz, so gilt für den zeitabhängigen Modulationswinkel

$$\phi(t) = \varphi_m \sin(\omega_m t). \quad (4.6)$$

Für die den FARADAY-Modulator beschreibende Jones-Matrix ergibt sich folglich

$$\begin{pmatrix} \cos(\phi(t)) & -\sin(\phi(t)) \\ \sin(\phi(t)) & \cos(\phi(t)) \end{pmatrix}.$$

Da ein Polarisator, der für $\xi = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ in Sperrichtung steht durch die Matrix $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ beschrieben wird, gilt für den Jones-Vektor, der das Licht unmittelbar vor der Photodiode beschreibt, der Ausdruck

$$\begin{aligned} \xi_{PMM}^{PD} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos(\phi(t)) & -\sin(\phi(t)) \\ \sin(\phi(t)) & \cos(\phi(t)) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 0 \\ a \sin(\phi(t)) + b \cos(\phi(t)) \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (4.7)$$

Für das von der Photodiode detektierte Signal der Polarisations-Modulations-Methode (PMM) erhält man somit

$$S_{PMM}^{PD} = I_0 [|a|^2 \sin^2(\phi(t)) + |b|^2 \cos^2(\phi(t)) + (a b^* + a^* b) \sin(\phi(t)) \cdot \cos(\phi(t))]. \quad (4.8)$$

Dieses Photodiodensignal kann man phasenempfindlich mit einem Lock-In Verstärker nachweisen, der als Referenz die Modulationsfrequenz erhält. Dieser detektiert im $1f$ -Modus die Komponente von S_{PMM}^{PD} aus Gleichung (4.8), die mit ω_m schwingt. Typische Werte für ω_m liegen im Bereich einiger kHz. Wegen

$$\sin(\phi(t)) \cdot \cos(\phi(t)) = \frac{1}{2} \sin(2\phi(t)) \approx \phi(t) = \varphi_m \sin(\omega_m t)$$

lautet das Endresultat der ω_m -Komponente in Kleinwinkelnäherung somit

$$\begin{aligned} S_{PMM}^{\omega_m} &= I_0 (a b^* + a^* b) \varphi_m \\ &= I_0 2 \operatorname{Re}(a b^*) \varphi_m \\ &= I_0 S_x \varphi_m \\ &= 2 I_0 \varphi_m \Phi_F. \end{aligned} \quad (4.9)$$

Man ist bei dieser Detektionsmethode also einerseits, wie in Abschnitt 4.1.2, auf das Vorzeichen von Φ_F empfindlich, andererseits nutzt man einen *Heterodyneffekt* aus, d.h. der kleine Winkel Φ_F wird mit Hilfe des Modulationswinkels φ_m verstärkt.

Will man absolute Messungen des FARADAY-Winkels durchführen, muß man eine Eichung des Modulators vornehmen. In Anhang D werden Methoden vorgestellt, mit denen man φ_m bestimmen kann.

Die Problematik beim Einsatz dieser Detektionsmethode aufgrund von magnetischen Streufeldern wird in Abschnitt 7.3 deutlich.

4.2.2 Magnetfeldmodulation

Magnetfeldmodulation und Polarisationsanalyse

Mit der in Abschnitt 4.2.1 vorgestellten Polarisations-Modulations-Methode (PMM) eng verwandt ist die Magnetfeld-Modulations-Methode (MMM), die in diesem Abschnitt besprochen

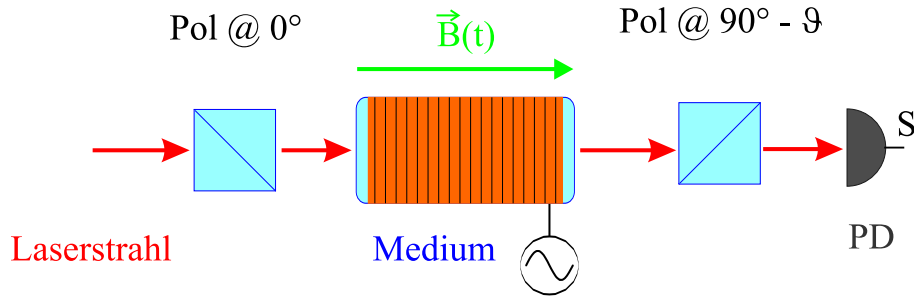


Abbildung 4.4: Skizze zur Magnetfeld-Modulations-Methode mit Polarisationsanalyse (MMM).

wird. Ein möglicher Aufbau ist in Abbildung 4.4 skizziert. Im Gegensatz zu den anderen, hier beschriebenen Methoden wird zusätzlich zu dem konstanten Magnetfeld $B = B_1 = \text{const.}$ noch ein mit der Frequenz ω_m oszillierendes Magnetfeld der Amplitude B_m angelegt:

$$B(t) = B_1 + B_m \cos(\omega_m t), \quad (4.10)$$

oder in dimensionslosen Einheiten gemäß Gleichung (2.58)

$$\beta(t) = \beta_1 + \beta_m \cos(\omega_m t). \quad (4.11)$$

Hierdurch wird die Lage der induzierten, doppelbrechenden Achse im Atomstrahl moduliert. Außerdem wird bei der MMM der Analysator um einen kleinen Winkel ϑ entkreuzt, da man dann das Signal-zu-Rauschen-Verhältnis (SNR) verbessern kann (siehe [Kir81]). Um dies zu verstehen, wollen wir das Signal herleiten, das man bei phasenempfindlicher Verstärkung des Photodiodensignals S in Abbildung 4.4 erhält.

Zunächst schauen wir uns das Signal an, das man ohne Modulation auf der Photodiode erwartet. Den Jones-Vektor aus Gleichung (2.42), der das Licht nach Durchqueren des Atomstrahls beschreibt, schreiben wir wieder in der Form

$$\xi_{aus} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}.$$

Ein für $\xi = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ um ϑ entkreuzter Polarisator wird durch die Matrix

$$\begin{pmatrix} \cos \vartheta & \sin \vartheta \\ -\sin \vartheta & \cos \vartheta \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos \vartheta & -\sin \vartheta \\ \sin \vartheta & \cos \vartheta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin^2 \vartheta & \sin \vartheta \cos \vartheta \\ \sin \vartheta \cos \vartheta & \cos^2 \vartheta \end{pmatrix}$$

beschrieben. Daher erhalten wir für den Jones-Vektor, der die auf die Photodiode treffende Lichtwelle charakterisiert, den Ausdruck

$$\xi_{\vartheta}^{PD} = \begin{pmatrix} \sin^2 \vartheta & \sin \vartheta \cos \vartheta \\ \sin \vartheta \cos \vartheta & \cos^2 \vartheta \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \sin^2 \vartheta + b \sin \vartheta \cos \vartheta \\ b \cos^2 \vartheta + a \sin \vartheta \cos \vartheta \end{pmatrix}. \quad (4.12)$$

Für das von der Photodiode detektierte Signal erhält man somit

$$\begin{aligned} S_{\vartheta}^{PD} &= I_0 |\xi_{\vartheta}^{PD}|^2 \\ &= I_0 [(|a|^2 + |b|^2) \sin^2 \vartheta \cos^2 \vartheta + (a b^* + a^* b) \sin \vartheta \cos^3 \vartheta + \mathcal{O}(\vartheta^3)] \\ &\approx I_0 [2 \operatorname{Re}(a b^*) \vartheta + \vartheta^2] \\ &= 2 I_0 [\Phi_F \vartheta + \vartheta^2]. \end{aligned} \quad (4.13)$$

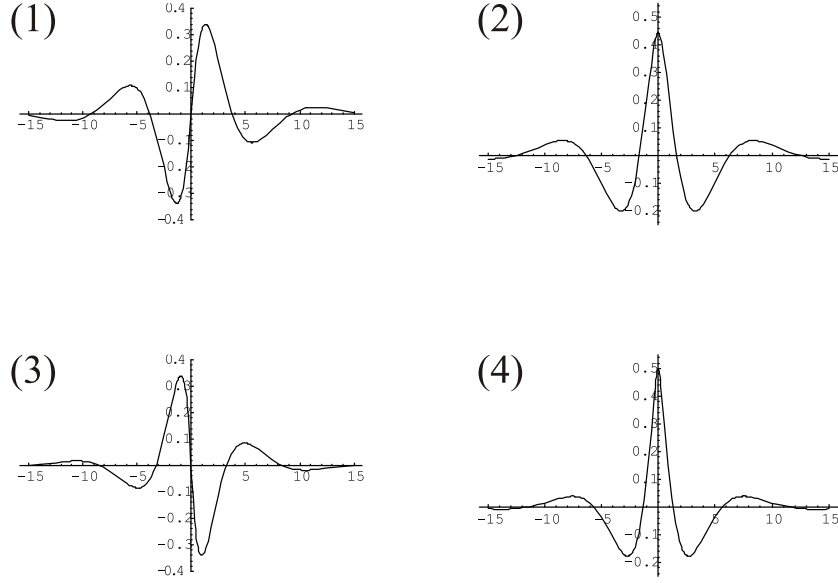


Abbildung 4.5: Dispersiver (1) RAMSEY-Streifen und dessen Ableitung (4) sowie absorptiver (2) RAMSEY-Streifen und dessen Ableitung (3) in Abhängigkeit von B/B_0^{RAM} ($B_0^{RAM} = 170 \mu\text{G}$).

Berücksichtigt man nun in Gleichung (4.13) die Modulation, so kann man mit den dimensionslosen Größen $\beta(t)$ aus Gleichung (4.11) und $x_v = \frac{v}{v_0}$ aus Kapitel 2.4 die folgende Proportionalität schreiben

$$\Phi_F \propto \sin\left(\frac{\beta(t)}{x_v}\right) = \sin\left(\frac{\beta_1 + \beta_m \cos(\omega_m t)}{x_v}\right). \quad (4.14)$$

Mit Hilfe eines Lock-In Verstärkers, der bei ω_m detektiert, erhält man daraus

$$\Phi_F^{\omega_m} \propto \sin\left(\frac{\beta_1 + \beta_m \cos(\omega_m t)}{x_v}\right)_{\omega_m} \approx 2 \beta_m \left. \frac{d \sin\left(\frac{\beta}{x_v}\right)}{d \beta} \right|_{\beta=\beta_1} = \frac{2}{x_v} \beta_m \cos\left(\frac{\beta_1}{x_v}\right). \quad (4.15)$$

Setzt man diese Beziehungen in Gleichung (4.13) ein, so erhält man als Ausgangssignal des Lock-In Verstärkers

$$S_{MMM}^{\omega_m} = 2 I_0 \Phi_F^{\omega_m} \vartheta = 2 I_0 (n_{\parallel}'' - n_{\perp}'') \frac{2}{x_v} \beta_m \cos\left(\frac{\beta_1}{x_v}\right) \frac{\omega_{\text{Licht}} L}{2 c} \vartheta. \quad (4.16)$$

Man sieht anhand von Gleichung (4.16) (und auch von Gleichung (4.19)), daß das Signal proportional zu β_m ist, d.h. auch in diesem Fall nutzt man, wie bei der PMM, einen Heterodyneffekt aus.

Die hier gemachten Rechenschritte gelten jedoch nur, solange $B_m < B_0^{RAM}$ aus Gleichung (2.59) bzw. $\beta_m < 1$ erfüllt ist, d.h. solange um weniger als die Breite des zentralen RAMSEY-Streifens moduliert wird. Für diesen Fall ist die entstehende RAMSEY-Struktur die Ableitung des Signals aus Gleichung (2.57) nach dem Magnetfeld bzw. nach β :

$$\Phi_F^{MMM} = \frac{d \Phi_F}{d \beta} \propto \int_0^\infty \cos\left(\frac{\beta}{x_v}\right) x_v e^{-x_v^2} dx_v. \quad (4.17)$$

Man beachte, daß der Integrand in Gleichung (4.17) von x_v und nicht mehr von x_v^2 abhängt. In Abbildung 4.5 sind in (1) die nach Formel (2.57) berechneten RAMSEY-Streifen (dispersive Struktur) und in (2) die RAMSEY-Streifen, die man erhält, wenn man den Ausdruck $\sin\left(\frac{\beta}{x_v}\right)$

in Formel (2.57) durch $\cos\left(\frac{\beta}{x_v}\right)$ ersetzt (absorptive Struktur), dargestellt. In (3) von Abbildung 4.5 sieht man die Ableitung des Streifens aus (2) und in (4) die Ableitung des Streifens aus (1). Man beachte die Unterschiede, vorallem die sich ändernde Lage der Nullstellen, zwischen (1) und (3) sowie zwischen (2) und (4).

An dieser Stelle wollen wir das Signal-zu-Rauschen-Verhältnis (SNR) für die MMM diskutieren. Einerseits sieht man, daß das Signal in Formel (4.16) linear mit dem Entkreuzungswinkel wächst. Andererseits wird aber auch der Rauschbeitrag größer, da mehr Licht, das mit ω_m schwingende Beiträge beinhalten kann, auf die Photodiode trifft. Deren Beitrag wächst wie ϑ^2 . Bezeichnet ε die Extinktion des Analysators, so erhält man für das Rauschen bei der Modulationsfrequenz

$$R \equiv R^{\omega_m} = I_0 (\vartheta^2 + \varepsilon).$$

Somit gilt

$$SNR \equiv \frac{S^{\omega_m}}{R^{\omega_m}} = \frac{2 \Phi_F^{\omega_m} \vartheta}{\vartheta^2 + \varepsilon}. \quad (4.18)$$

Der Zusammenhang (4.18) wird in Abbildung 4.6 dargestellt. Man sieht ein experimentelles Signal S^{ω_m} , das dazu gehörende Rauschen R^{ω_m} und das SNR für verschiedene Entkreuzungswinkel ϑ .

Außerdem wurde eine Kurvenanpassung gemäß Gleichung (4.18) vorgenommen. Es ergibt sich ein idealer Entkreuzungswinkel von

$$\vartheta \approx 90 \text{ mrad} \approx 5^\circ.$$

Ein gravierender Nachteil dieser Detektionsmethode ist, daß man $\omega_m < 2\pi 60 \text{ Hz}$, idealerweise $\omega_m = 2\pi 25 \text{ Hz}$ (entsprechend einer Periodendauer von 40 ms), wählen muß (siehe [Rex99]), damit die Atome in der Präzessionsregion (siehe Abbildung 2.17) ein quasi-konstantes Magnetfeld spüren². Man arbeitet also mit einer Modulationsfrequenz in der Nähe der Netzfrequenz, was ebenso von Nachteil ist, wie der relativ große Beitrag des $1/f$ -Rauschens.

Magnetfeldmodulation und Dunkelresonanzmessung

Wie wir in Abschnitt 2.3 an verschiedenen Stellen gesehen haben, ändern sich die Absorptionskoeffizienten des Mediums, wenn es optisch gepumpt ist. Man erhält qualitativ das gleiche Signal wie in Gleichung (4.16); jedoch ist man nicht mehr auf $(n_{||}'' - n_{\perp}'')$ empfindlich, sondern detektiert nur einen der beiden Fälle

$$S_{DR, ||, \perp}^{\omega_m} = 2 I_0 n_{||, \perp}'' \frac{2}{x_v} \beta_m \cos\left(\frac{\beta_1}{x_v}\right) \frac{\omega_{\text{Licht}} L}{2c} \vartheta. \quad (4.19)$$

Dieser Sachverhalt veranschaulicht die Beschreibung des NLFE in der Kohärenzbasis (siehe Abschnitt 2.3.1). Der Aufbau für diese Messungen entspricht dem aus Abbildung 4.4, wenn man dort den Analysator ausbaut.

²Die Flugzeit durch die Präzessionsregion der Länge $L = 30 \text{ cm}$ des in dieser Arbeit benutzten Aufbaus beträgt 1 ms, wenn man eine mittlere Geschwindigkeit von $300 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ zugrundelegt.

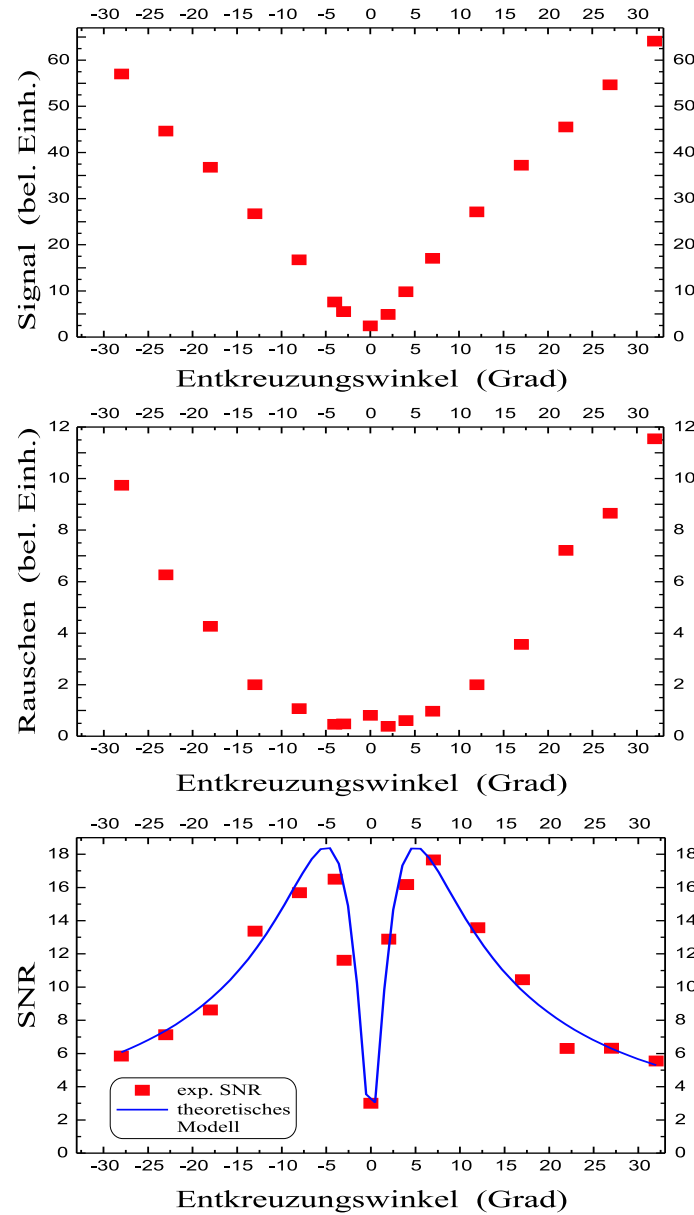


Abbildung 4.6: Das Signal S^{ω_m} , das Rauschen R^{ω_m} und das SNR (experimentell und theoretisch) für verschiedene Entkreuzungswinkel ϑ .

4.2.3 Benutzung eines Photoelastischen Modulators (PEM)

In den Abbildungen 4.8 und 4.10 werden Detektionsmethoden skizziert, die einen Photoelastischen Modulator (PEM) benutzen. Im wesentlichen besteht dieser Modulator aus einem doppelbrechenden Quarzblock, dessen Dicke d mit Hilfe eines Piezoelementes sinusförmig bei einer festen Frequenz von $\omega_m = 2\pi 50\text{ kHz}$ moduliert wird. Dadurch wird die in Gleichung (A.5) angegebene Dephasierung zwischen ordentlichem und außerordentlichem Strahl zeitabhängig:

$$\frac{\Delta\delta(t)}{k_0} = (n_o(t) - n_e(t)) \cdot \Delta d(t) = \frac{\lambda}{b} \cos(\omega_m t). \quad (4.20)$$

Das Steuergerät des in dieser Arbeit benutzten PEM der Fa. HINDS erlaubt es, eine Wellenlänge λ zu wählen und beliebige Bruchteile b der gewählten Wellenlänge, mit denen die Modulation erfolgen soll. Für den Fall $b = 2$, beispielsweise, moduliert der PEM mit einer Frequenz von 50 kHz zwischen einer Verzögerung von $+\frac{\lambda}{2}$ und $-\frac{\lambda}{2}$, wenn die Polarisation des einfallenden Lichtes weder parallel noch senkrecht zur optischen Achse des PEM steht. Abbildung 4.7 zeigt die wichtigsten Polarisationszustände von Licht, das unter einem Winkel von 45° zur optischen Achse den PEM durchquert hat. Schon an diesem Bild erkennt man, daß die beiden linearen Polarisationszustände zweimal während einer Modulationsperiode durchlaufen werden. Wegen des cosinusförmigen Verlaufs werden auch zirkulare Polarisationszustände (LZP und RZP) durchlaufen, die aber die Messungen i.A. nicht beeinflussen, da LZP und RZP nicht abwechselnd periodisch auftreten.

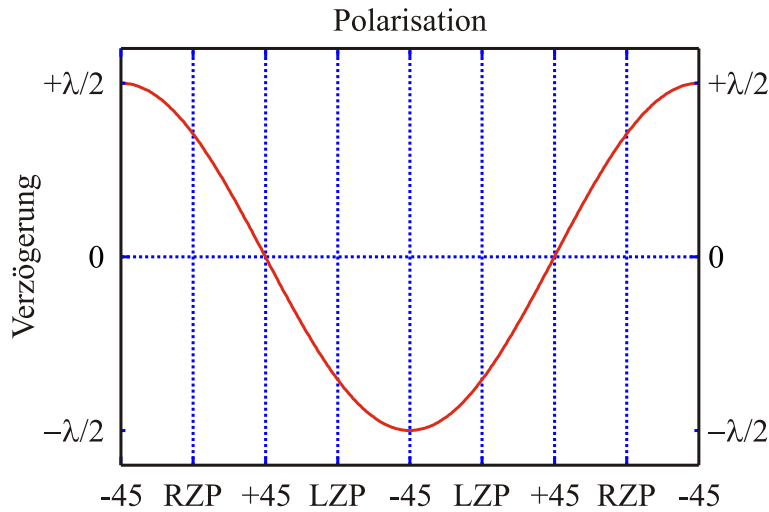
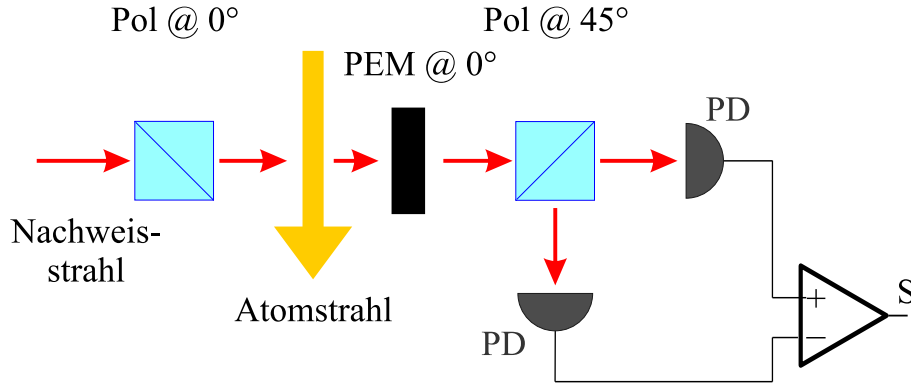


Abbildung 4.7: Polarisationszustände für linear polarisiertes Licht, das einen PEM, der mit $\frac{\lambda}{2} \cos(\omega_m t)$ moduliert, unter 45° zu dessen optischer Achse passiert.

Diverse Einsatzmöglichkeiten für einen PEM werden in [BLP79], [Dra86] und [MDKLH89] beschrieben.

Messung des Faraday-Winkels mit Hilfe eines PEM

In Abbildung 4.8 ist ein Aufbau skizziert, mit dem man durch Polarisationsanalyse des den Atomstrahl passierenden Lichtes den FARADAY-Winkel Φ_F bestimmen kann. Der (Eingangs-) Polarisator steht so, daß das ihn verlassende Licht parallel oder senkrecht zur optischen Achse des PEM polarisiert ist. Der PEM ist zwischen dem Atomstrahl und einem unter 45° stehenden Analysator positioniert. An beiden Ausgängen des Analysators kann das Licht mit einer Photodiode detektiert werden. Die Signale der beiden Photodioden werden voneinander subtrahiert,

Abbildung 4.8: Das Polarimeter zur direkten Messung von S_x .

so daß ihr Differenzsignal Null ist, solange keine Drehung der Polarisation im Atomstrahl erfolgt. Mit diesem polarimetrischen Aufbau mißt man direkt den Stokes-Parameter S_x (siehe Anhang A) und somit (siehe Gleichung (2.44)) den FARADAY-Winkel Φ_F . Dies sieht man anhand der folgenden Berechnung des zu erwartenden Signals.

Bezeichne \mathbf{A} die aus Gleichung (2.41) bekannte Matrix, die den Einfluß eines doppelbrechenden Mediums auf die Polarisation des passierenden Lichtes angibt, also

$$\mathbf{A} \equiv \begin{pmatrix} \cos(\alpha) & \sin(\alpha) \\ -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_{\parallel} & 0 \\ 0 & A_{\perp} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{pmatrix}.$$

Für den PEM, der $\pm \frac{\lambda}{2}$ moduliert und parallel zur einfallenden Polarisation steht, schreiben wir die Jones-Matrix in der Form

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} e^{-i \frac{\pi}{2} \cos(\omega_m t)} & 0 \\ 0 & e^{+i \frac{\pi}{2} \cos(\omega_m t)} \end{pmatrix}, \quad (4.21)$$

wobei wir den Zusammenhang aus Gleichung (4.20) verwendet haben. Man muß also folgenden Ausdruck berechnen:

$$\xi_{aus} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{A} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}.$$

Nach längerer Rechnung erhält man für das Signal S_{PEM} die Beziehung

$$\begin{aligned} S_{PEM} &= I_0 2 \operatorname{Re}(a b^*) \\ &\approx 2 I_0 \left[(n_{\parallel} - n_{\perp}) \sin(2\alpha) \frac{\omega_{Licht} L}{2c} \sin(\pi \cos(\omega_m t)) \right. \\ &\quad \left. - (n''_{\parallel} - n''_{\perp}) \sin(2\alpha) \frac{\omega_{Licht} L}{2c} \cos(\pi \cos(\omega_m t)) \right] \\ &= 2 I_0 [\theta_{LB} \sin(\pi \cos(\omega_m t)) - \Phi_F \cos(\pi \cos(\omega_m t))] . \end{aligned} \quad (4.22)$$

Wie in Abbildung 4.9 gezeigt wird, detektiert ein Lock-In Verstärker, der im $2f$ -Modus betrieben wird, ein Signal, das proportional zum FARADAY-Winkel Φ_F ist. Den Beitrag der linearen Doppelbrechung θ_{LB} kann man mit $1f$ -Technik nachweisen. Dies sieht man auch, wenn man eine FOURIER-Zerlegung der in Gleichung (4.22) vorkommenden trigonometrischen Funktionen vornimmt:

$$\begin{aligned} \sin(\pi \cos(\omega_m t)) &= 2 J_1(\pi) \cos(\omega_m t) - 2 J_3(\pi) \cos(3 \omega_m t) + \dots \\ &\approx 0.569231 \cos(\omega_m t) - 0.666917 \cos(3 \omega_m t) + \dots \end{aligned}$$

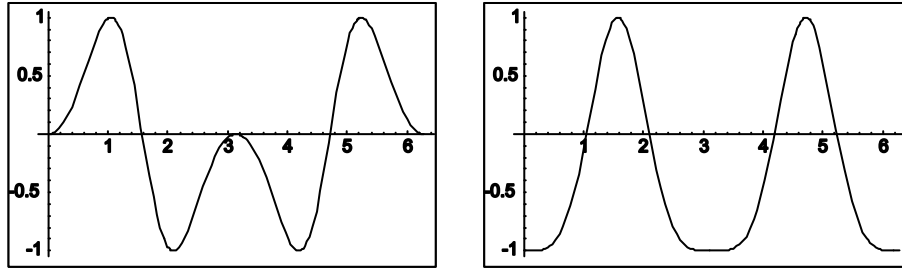


Abbildung 4.9: Der Verlauf von $\sin(\pi \cos(\omega_m t))$ (links) und $\cos(\pi \cos(\omega_m t))$ (rechts) für $(\omega_m t) \in [0, 2\pi]$. Man sieht, daß die Funktion im rechten Bild eine dominante Fourierkomponente bei $2\omega_m$ hat.

und

$$\begin{aligned} \cos(\pi \cos(\omega_m t)) &= J_0(\pi) - 2J_2(\pi) \cos(2\omega_m t) + \dots \\ &\approx -0.304242 - 0.970868 \cos(2\omega_m t) + \dots \end{aligned}$$

Hierin bezeichnet

$$J_n(z) = \frac{i^{-n}}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{i(nu + z \cos(u))} du$$

die *Besselfunktion* der Ordnung n .

Messung des linearen Dichroismus mit Hilfe eines PEM

Man kann mit Hilfe eines Photoelastischen Modulators auch direkt den linearen Dichroismus messen, d.h. ohne Polarisationsanalyse. Der hierfür benutzte Aufbau ist in Abbildung 4.10 dargestellt.

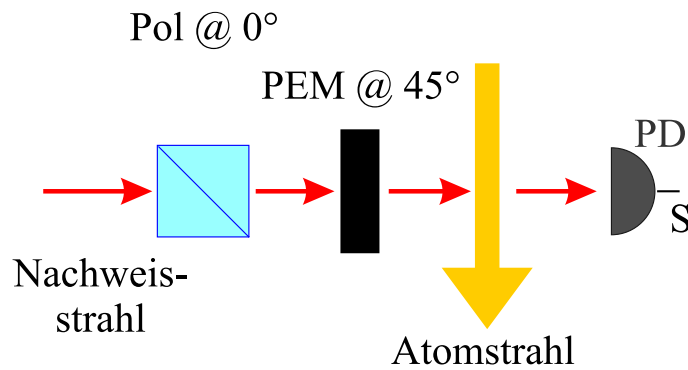


Abbildung 4.10: Aufbau, um mit Hilfe eines PEM den linearen Dichroismus (LiDi) direkt zu messen.

Der PEM steht hierbei unter 45° zur linearen Polarisation des Nachweisstrahles und wird durch die Jones-Matrix

$$\mathbf{P}_{45^\circ} = \mathbf{R}^{-1}(\varphi = 45^\circ) \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{R}(\varphi = 45^\circ) = \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{\pi}{2} \cos(\omega_m t)\right) & -i \sin\left(\frac{\pi}{2} \cos(\omega_m t)\right) \\ -i \sin\left(\frac{\pi}{2} \cos(\omega_m t)\right) & \cos\left(\frac{\pi}{2} \cos(\omega_m t)\right) \end{pmatrix} \quad (4.23)$$

beschrieben, wobei \mathbf{P} die Matrix aus Gleichung (4.21) und $\mathbf{R}(\varphi)$ die in Anhang A definierte Drehmatrix sind. Somit wird die vertikale Polarisation des einfallenden Lichtes während einer

Periode des PEM zweimal (siehe Abbildung 4.7) sinusförmig zwischen horizontal und vertikal geschaltet. Nach Passieren des PEM durchquert das Licht den Atomstrahl und trifft auf eine Photodiode. Das Photodiodensignal wird dann einem Lock-In Verstärker zugeführt, der bei $2\omega_m$ detektiert. In der einfachsten Beschreibung subtrahiert ein Lock-In Verstärker, wenn die Phase zwischen Eingangs- und Referenzsignal korrekt gewählt ist, die Signale, die bei den beiden Extrema des sinusförmigen Referenzsignals am Eingang liegen, voneinander. In unserem Fall wird also das Signal, das proportional zur Absorption parallel zur doppelbrechenden Achse ist, von dem, das proportional zur Absorption senkrecht zur doppelbrechenden Achse ist, subtrahiert. Somit erhalten wir für das Signal $S_{LiDi}^{2\omega_m}$, das der Lock-In Verstärker bei $2\omega_m$ detektiert:

$$S_{LiDi}^{2\omega_m} \propto 2(n_{\parallel}'' - n_{\perp}'') \cos(2\alpha) \frac{\omega_{Licht} L}{2c}. \quad (4.24)$$

Man erhält also wieder eine absorptive Form der RAMSEY-Struktur, wenn Pump- und Nachweispolarisierung parallel stehen.

Ein großer Nachteil dieser Methode ist, daß man modulierte Intensitätsänderungen messen will, aber gleichzeitig die Dickenmodulation $d(t)$ des Quarzblocks wegen Interferenzeffekten ebenfalls zu einer Intensitätsmodulation führt. Dies liefert einen störenden Offset-Signal am Lock-In Verstärker.

Der Vollständigkeit halber sei erwähnt, daß man mit dem Aufbau in Abbildung 4.10 auch den zirkularen Dichroismus (siehe z.B. (4.2)) messen kann. Dies ist eine mögliche Detektionsmethode bei den Messungen zur Bestimmung der Tensorpolarisierbarkeit, wenn man in RAMSEY-Geometrie mit zirkularem Licht pumpt und nachweist; der PEM moduliert dann die Polarisierung des Nachweislichts mit $\pm \lambda/4$.

4.3 Doppelmodulationstechniken

Trotz eines Höchstmaßes an mechanischer Stabilität kommt es bei der Benutzung eines PEM zu Langzeitdrifts des Signals, die sich darin äußern, daß die RAMSEY-Streifen einen konstanten Untergrund erhalten.

Die Benutzung eines PEM, der eine Modulation des Signals von $\nu_{PEM} = 50$ kHz oder 100 kHz ermöglicht, bietet jedoch eine interessante Option, um Langzeitdrifts zu eliminieren. Dies ist eine Doppelmodulationstechnik. Hierbei wird zusätzlich mit Hilfe einer Magnetfeldmodulation im Bereich $\nu_{MMM} = 30$ Hz – 60 Hz gearbeitet, d.h. mit einer Frequenz, die deutlich kleiner ist, als die Modulationsfrequenz des PEM. Das sich ergebende Signal kann man mit zwei hintereinander geschalteten Lock-In Verstärkern demodulieren, wenn der erste Verstärker bei ν_{PEM} und einer Zeitkonstanten von 1 ms detektiert. Dadurch ist das Eingangssignal des zweiten Lock-In Verstärkers, der bei ν_{MMM} detektiert, moduliert. Erzeugt man also für die Detektion mit Hilfe eines PEM durch geeignete Wahl der relativen Phase zwischen Pump- und Nachweispolarisierung einen absorptiven RAMSEY-Streifen, so erhält man wegen der Magnetfeldmodulation dessen Ableitung nach dem Magnetfeld als Ausgangssignal des zweiten Lock-In Verstärkers.

Man kann aber auch einen dispersiven RAMSEY-Streifen benutzen und mit dem zweiten Lock-In Verstärker bei $2\nu_{MMM}$ detektieren. Die so entstehenden größeren Langzeitstabilitäten kommen sehr schön in Abbildung 6.3 zum Ausdruck.

Kapitel 5

Messungen zum LFE und NLFE

In diesem Kapitel werden einige experimentelle Resultate zusammengestellt, die die Physik auf dem Weg vom linearen FARADAY-Effekt bis hin zum nichtlinearen FARADAY-Effekt in RAMSEY-Geometrie dokumentieren. In Abbildung 5.1 ist dieser Weg anhand typischer Spektren aufgezeigt. Man sieht sehr schön das Auftreten immer schärferer Resonanzen in den Teilbildern (a) bis (d) in der Umgebung von $B = 0$.

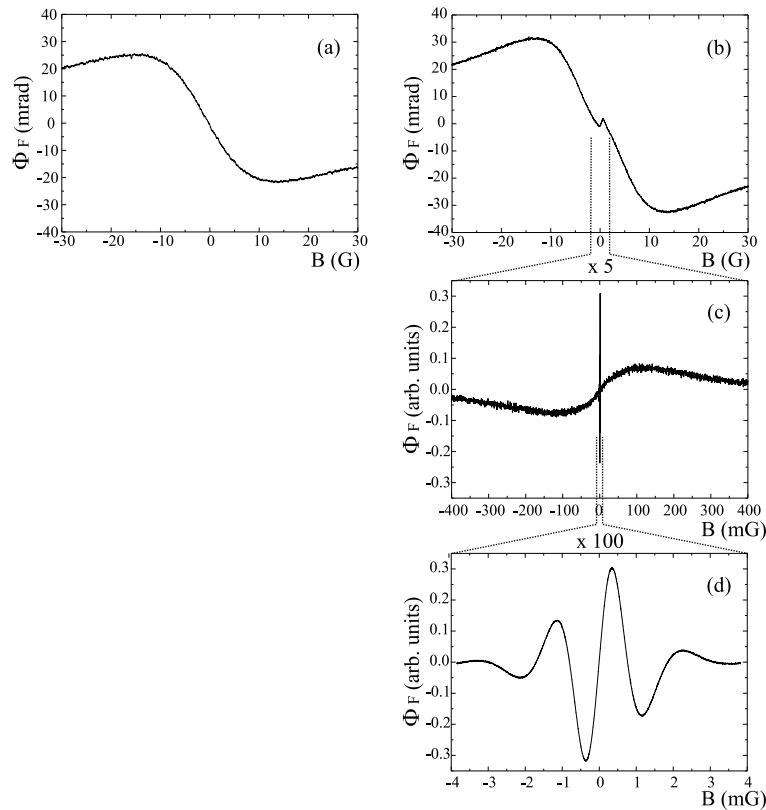


Abbildung 5.1: Zusammenstellung von typischen Spektren zur Magnetfeldabhängigkeit des LFE bei niedriger Laserintensität(a), Auftreten des NLFE (b), wenn in (a) die Intensität erhöht wird; NLFE und Ramseystreifen aus der Nachweisregion bei Messung in RAMSEY-Geometrie (c), (d): Vergrößerung der scharfen, zentralen Struktur aus (c). Die Spektren (a) und (b) wurden an der Apparatur aus Abbildung 5.2, die aus (c) und (d) an der aus Abbildung 3.1 gemessen.

5.1 Messungen mit einem Laserstrahl

Die Messungen zum LFE und zum NLFE, bei denen der Pumpstrahl identisch ist mit dem Nachweisstrahl, wurden an einer zweiten Atomstrahlapparatur (siehe Abbildung 5.2) durchgeführt. Hier wurde der neue Ofen verwendet, der einen Cs-Atomstrahl liefert, an dem typisch 5% Absorption von resonantem Laserlicht auf dem jeweils stärksten Hyperfeinübergang beobachtet wird.

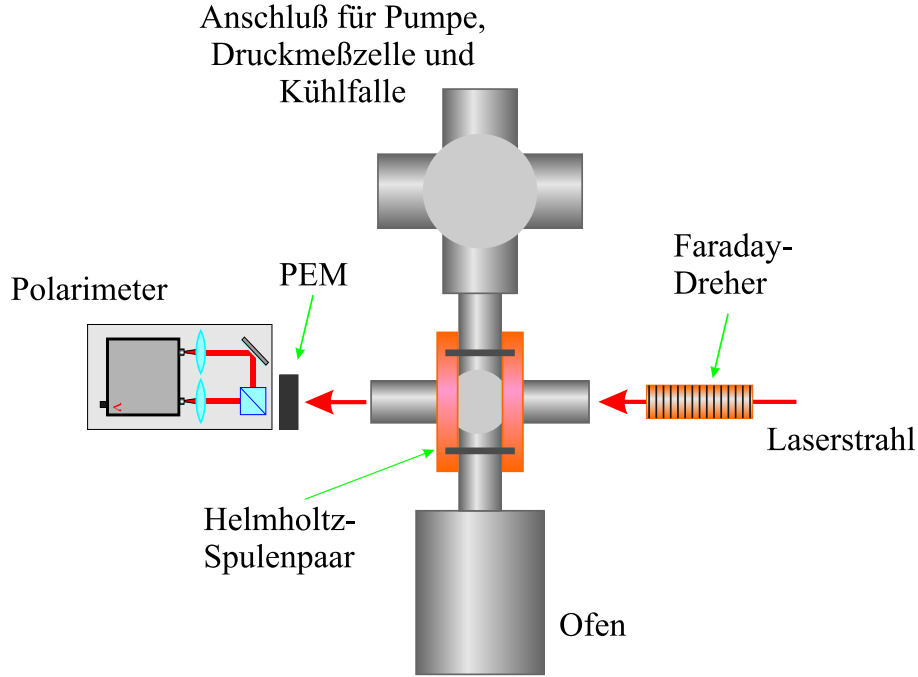


Abbildung 5.2: Experimenteller Aufbau zur Messung des LFE. Hier wurde der neue Ofen verwendet. Diese Apparatur erlaubt auch das Anflanschen einer mit flüssigem Stickstoff gefüllten Kühlfalle.

Wie wir bei der Diskussion des LFE und des NLFE in Kapitel 2 gesehen haben, ist der FARADAY-Winkel (Φ_{LFE} oder Φ_{NLFE}) im allgemeinen durch den Stokesparameter S_x gegeben:

$$\Phi_F \equiv \Phi_{Faraday} = \frac{1}{2} S_x,$$

da für die Stokesvektoren gemäß den Gleichungen (2.7) und (2.43) die Beziehungen

$$\vec{S}_{LFE} = \begin{pmatrix} (n_+ - n_-) \frac{\omega_{Licht} L}{c} \\ (n_+'' - n_-'') \frac{\omega_{Licht} L}{c} \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{S}_{NLFE} = \begin{pmatrix} (n_{||}'' - n_{\perp}'') \sin(2\alpha) \frac{\omega_{Licht} L}{c} \\ (n_{||} - n_{\perp}) \sin(2\alpha) \frac{\omega_{Licht} L}{c} \\ 1 \end{pmatrix}$$

gelten. Daher bietet es sich an, die in Abschnitt 4.2.3 diskutierte polarimetrische Technik zu benutzen, mit der man S_x bestimmen kann. Um direkt eine Eichung der Spektren in $mrad$ zu erhalten, wurde ein FARADAY-Dreher¹ benutzt, der die lineare Polarisation des einfallenden Laserlichtes dreht. Schließt man nun den in Abbildung 5.2 eingezeichneten FARADAY-Dreher über einen Regelkreis an den Ausgang des Polarimeters an, so stabilisiert man das Polarimetersignal aktiv auf Null und mißt den Steuerstrom ($I_{feedback}$) durch den Solenoiden des Drehers. Die

¹Dies ist der in Abschnitt 4.2.1 beschriebene Modulator, der hier im quasi-DC Betrieb verwendet wird.

Beziehung zwischen $I_{feedback}$ und der damit verbundenen Drehung erhält man mit Methode 4 aus Anhang D.

In den Abbildungen 5.3 und 5.4 ist die Frequenzabhängigkeit des LFE für verschiedene Magnetfelder dargestellt. Die magnetfeldinduzierte chirale Symmetrie des Mediums (LFE) wurde mit einem sehr schwachen Laserstrahl ($S \approx 10^{-3}$) detektiert, um Störeffekte durch optisches Pumpen zu vermeiden. Die theoretischen Spektren wurden sowohl mit Hilfe von Gleichung (2.24) berechnet, d.h., ohne die Wellenfunktionsmischung (WFM) zu berücksichtigen, als auch mit Berücksichtigung der WFM, wie sie in Abschnitt 2.2.2 diskutiert wird. Bei den theoretischen Spektren wurden Lorentzkurven der vollen Breite von 30 MHz angenommen, da diese die experimentellen Linienformen sehr gut approximieren.

Man sieht sehr deutlich, daß man die experimentellen Spektren nur beschreiben kann, wenn man die WFM berücksichtigt. Dies gilt insbesondere für die dispersive Form des $3 - 2$ Überganges. Generell sieht man aber auch, daß der Effekt der WFM für die Übergänge mit $F_g = 4$ weniger spektakulär ist. Dies kommt daher, daß die Nenner in Formel (2.28) größer sind als bei den Übergängen mit $F_g = 3$.

In beiden Fällen ist die WFM weniger ausgeprägt als bei Spektren in einer Dampfzelle (vgl. [CTW87]), da der direkte Überlapp der Linien in den hier beschriebenen Subdoppler-Messungen nicht gegeben ist.

Die hier vorgestellten Resultate sind die bislang ersten und einzigen publizierten ([ROW01]) Messungen zur Hyperfein-Wellenfunktionsmischung mit Sub-Doppler Spektren an einem Atomstrahl. Bislang wurde die WFM lediglich an Cs-Dampfzellen studiert: [CTW87], [WSH93], [WSH92] und [PWS⁺94].

5.2 Messungen mit zwei Laserstrahlen

Die Behandlung des NLFE mit Ratengleichungen in Abschnitt 2.3.2 liefert eine Information darüber, welcher Übergang für Hochpräzisionsspektroskopie der geeignete ist (siehe Abbildung 2.16). Wobei dort stets davon ausgegangen wurde, daß der Pump- und der Nachweisstrahl dieselbe Frequenz haben. Um dies im Experiment zu verifizieren, wurden für jeden Übergang der Cs- D_2 -Linie ein absorptives Spektrum des NLFE in RAMSEY-Geometrie an der Apparatur, die in Abbildung 3.1 skizziert ist, aufgenommen. Die gemessene B -Feldabhängigkeit wird in Abbildung 5.5 der theoretischen Form gegenübergestellt. Letztere wurde wie folgt ermittelt: Man geht davon aus, daß Pumpen und Nachweisen mit Licht derselben Wellenlänge erfolgen. Die Linienform stammt aus Gleichung (2.57) bzw. (2.61); die Amplitude wurde mit Hilfe der Ratengleichungen für 1250 Pumpzyklen ermittelt (siehe Abbildung 5.6).

Um die Anzahl der Pumpzyklen möglichst genau zu bestimmen, muß man die Intensität I_P des Pumpstrahls und deren Verteilung im Laserstrahlprofil am Ort der Wechselwirkung genau kennen. Weil diese Messung nicht in der Vakuumapparatur durchgeführt werden kann, wurde der Laserstrahl mit einem vor dem Eintrittsfenster positionierten Spiegel senkrecht nach oben umgelenkt; dort traf er in geeigneter Höhe auf ein horizontal befestigtes, gut gespanntes Stück Millimeterpapier. Mit Hilfe einer CCD-Kamera der Fa. Theta Systems konnte der dort entstehende Fleck vermessen werden. Die zur Kamera gehörende Auswertesoftware erlaubte es, die Intensitätsverteilung sowie den Durchmesser \varnothing_P des Pumpstrahles auf diese Weise zu ermitteln. Letzterer liefert analog zu Gleichung (2.60) die Anzahl der N_p^P Pumpzyklen des Pumpstrahls

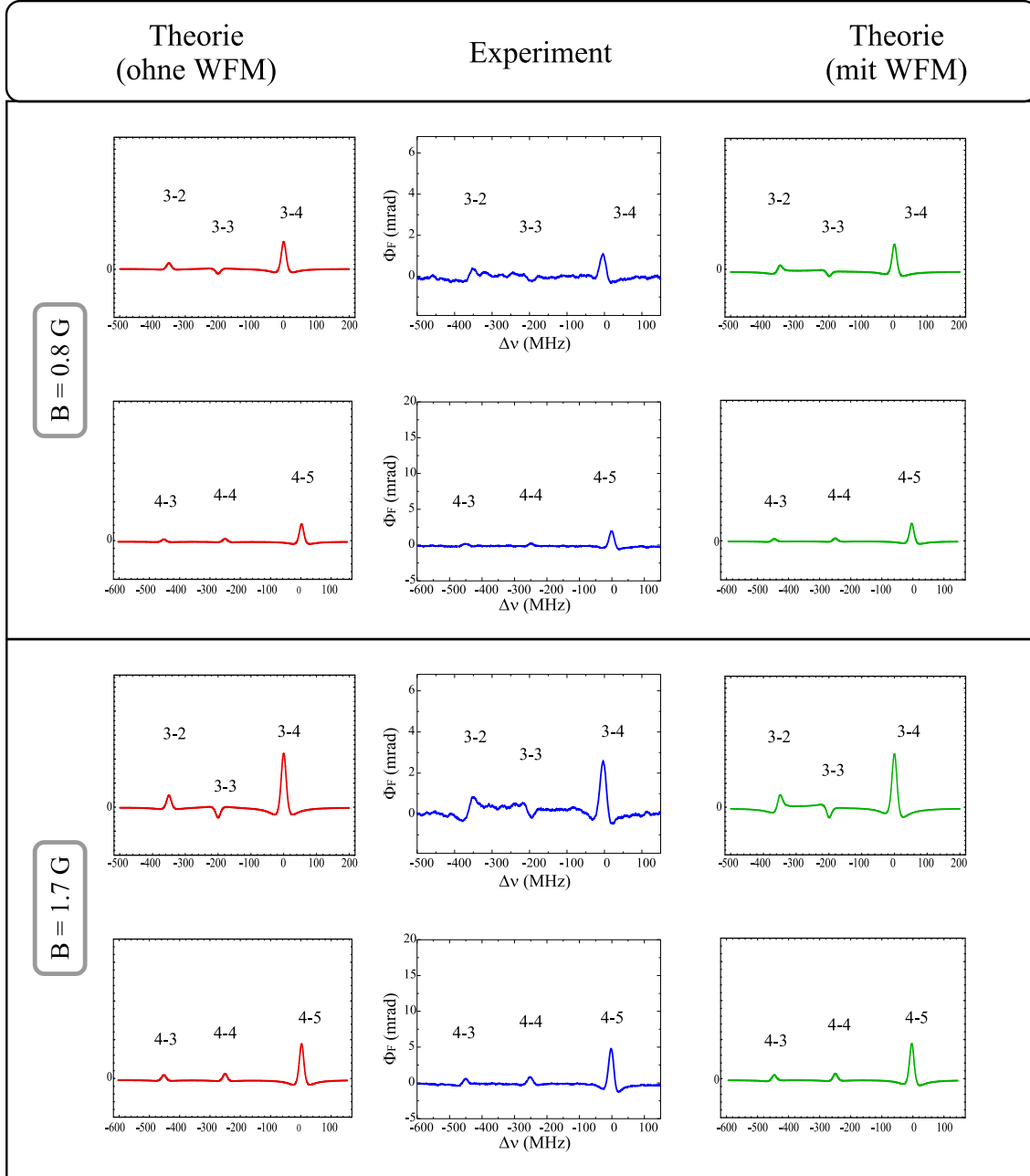


Abbildung 5.3: Frequenzabhängigkeit des LFE bei verschiedenen, angelegten Magnetfeldern. Es wurde dieselbe Skalierung für die y -Achse verwendet, wie in Abbildung 5.4. Die experimentellen Spektren (mitte) werden den theoretischen Spektren gegenübergestellt, die die Wellenfunktionsmischung berücksichtigen (rechts) oder nicht (links).

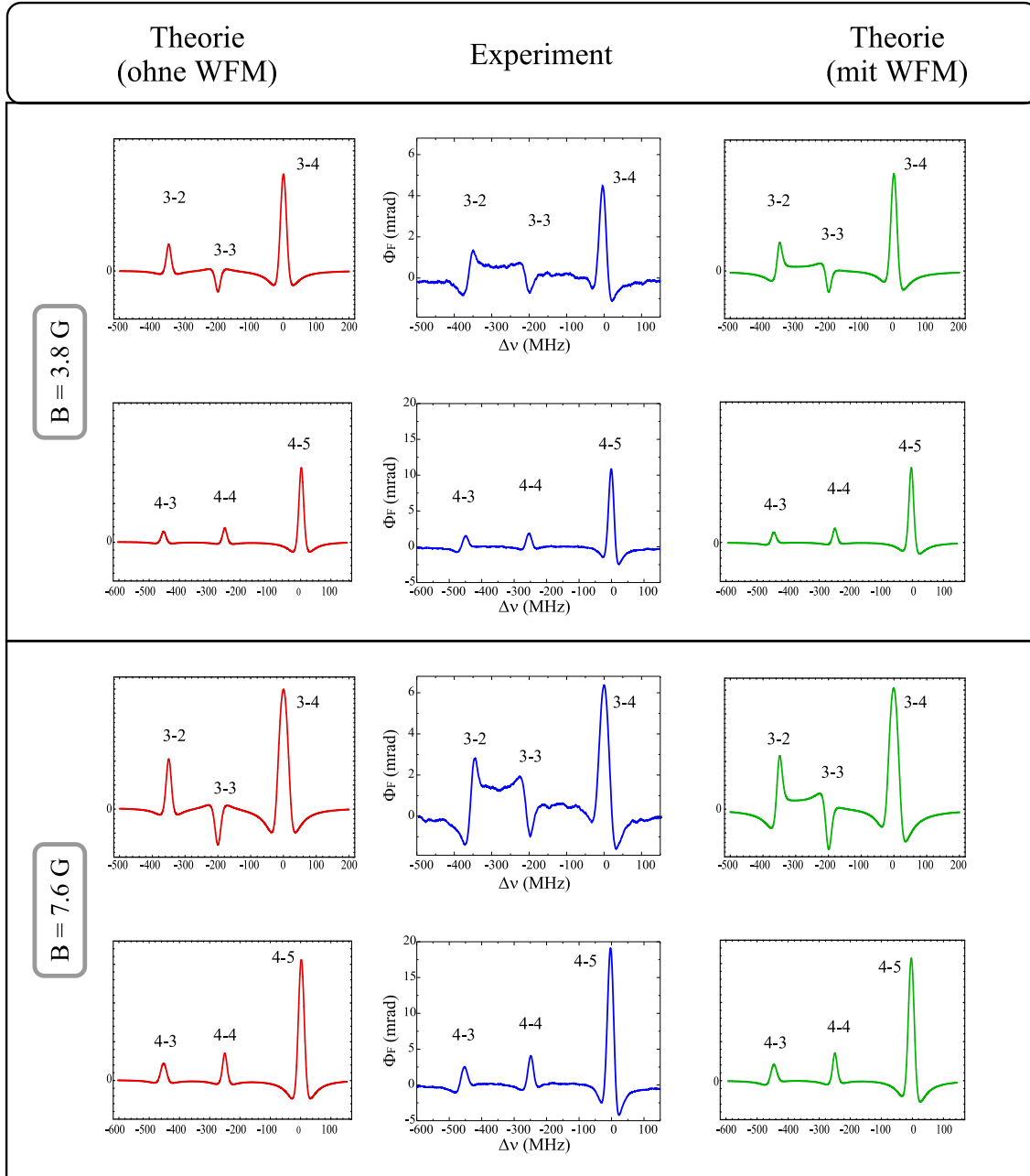


Abbildung 5.4: Frequenzabhängigkeit des LFE bei verschiedenen, angelegten Magnetfeldern. Es wurde dieselbe Skalierung für die y -Achse verwendet, wie in Abbildung 5.3. Die experimentellen Spektren (mitte) werden den theoretischen Spektren gegenübergestellt, die die Wellenfunktionsmischung berücksichtigen (rechts) oder nicht (links).

$$N_p^P = \gamma_p^P \tau = \frac{2\Omega_{Rabi}^2}{\gamma} \frac{\mathcal{O}_P}{v} = \frac{\gamma I_P}{I_{Sat}} \frac{\mathcal{O}_P}{v} = S \frac{\gamma}{\gamma_R} = S^{Pump},$$

wenn man die Definition des Sättigungsparameters in Gleichung (1.17) berücksichtigt; I_{Sat} bezeichnet wieder die in Gleichung (1.18) definierte Sättigungsintensität; die letzte Gleichheit ergibt sich aus der Beziehung (1.21) für den Sättigungsparameter des optischen Pumpens, wenn man v durch $\langle v \rangle$ ersetzt. Der Nachweisstrahl hatte, um das ankommende Alignment möglichst zerstörungsfrei zu detektieren, eine Intensität von $I_N = 1 \frac{\mu\text{W}}{\text{cm}^2}$.

Die Spektren in Abbildung 5.5 zeigen deutlich, daß der Übergang $|F_g = 3\rangle \rightarrow |F_e = 2\rangle$ den größten FARADAY-Winkel aufweist. Der Übergang $|F_g = 4\rangle \rightarrow |F_e = 5\rangle$, den man aufgrund der größeren longitudinalen Komponente des Alignments und der größeren (optischen) relativen Linienstärke für den Favoriten halten könnte (siehe Abbildung 5.6) weist ein um etwa einen Faktor Zwei kleineres Signal auf; außerdem ist das Vorzeichen von Φ_F für den Übergang $|F_g = 4\rangle \rightarrow |F_e = 5\rangle$ anders als bei allen anderen Übergängen, was man bei bloßer Betrachtung des Alignments nicht erwarten würde.

Es soll hier nochmals betont werden, daß wirklich alle Beiträge aus Gleichung (2.45) zusammen eine Entscheidung erlauben, welcher Übergang der geeignetere ist, wenn man ein möglichst ausgeprägtes Signal für den NLFE in RAMSEY-Geometrie möchte.

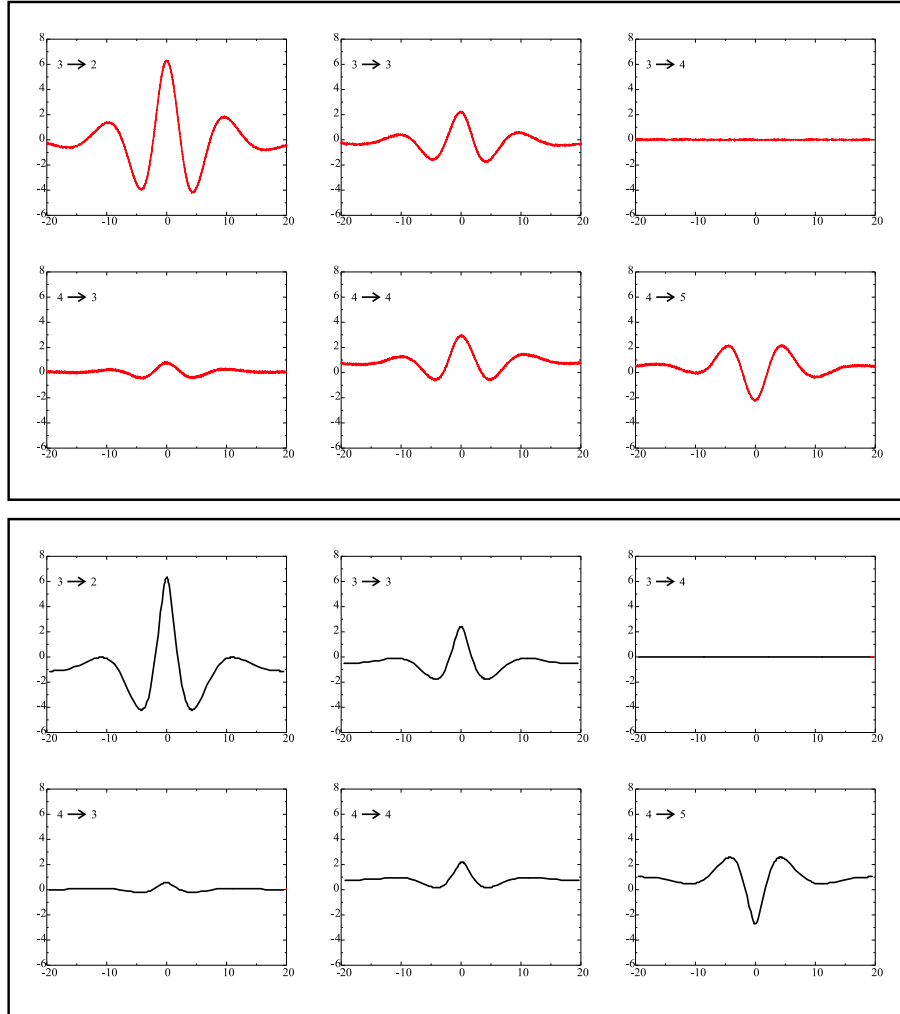


Abbildung 5.5: Vergleich der Ramseystreifen für die verschiedenen Hyperfeinkomponenten der D_2 -Linie von Cäsium. Die experimentellen Resultate (oben) zeigen eine gute Übereinstimmung mit den theoretischen Erwartungen (unten). Alle Spektren sind in Abhängigkeit von $\frac{B}{B_0^{RAM}}$ ($B_0^{RAM} = 170 \mu\text{G}$) dargestellt.

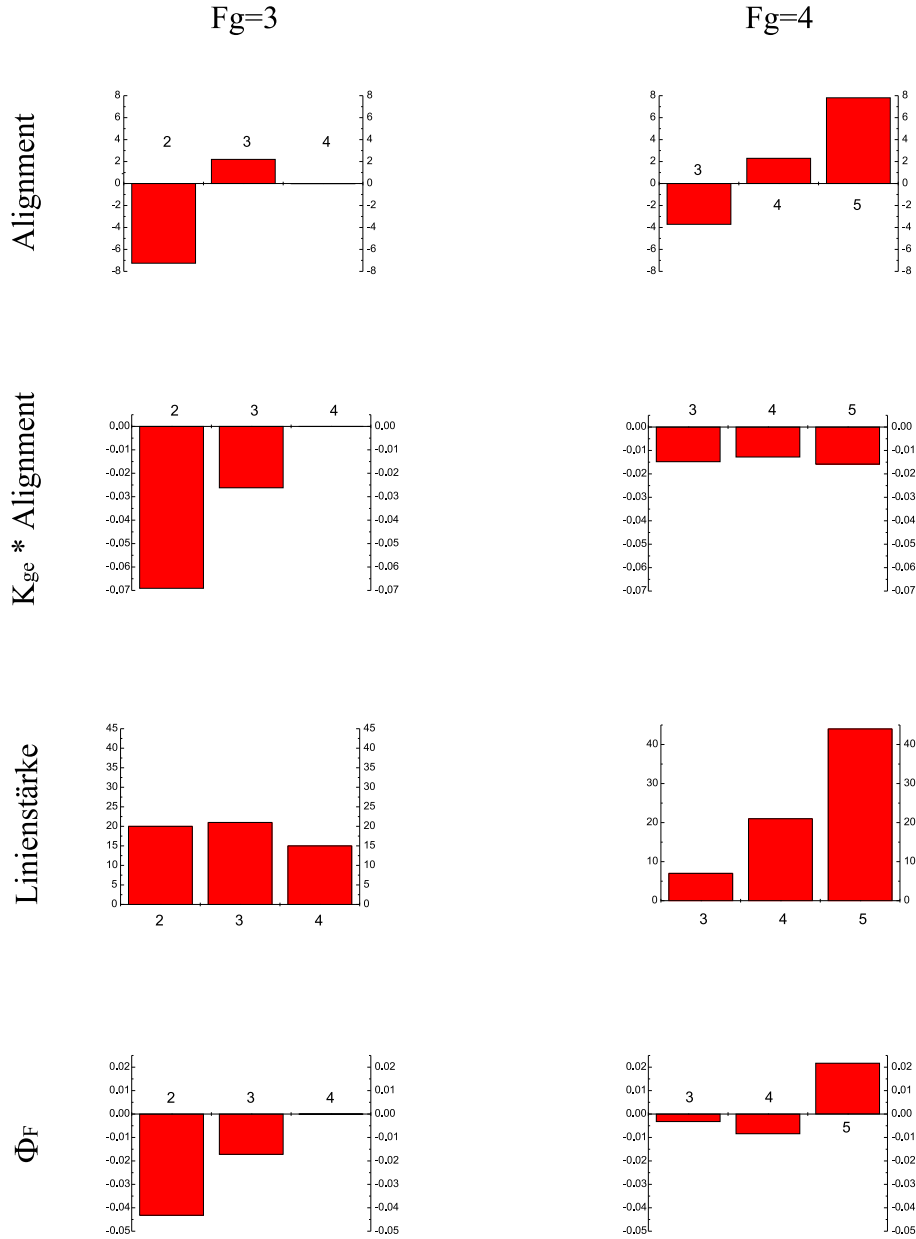


Abbildung 5.6: Die longitudinale Komponente des Alignments ($\langle T_0^{(2)} \rangle$), der Wert von $K_{ge} \langle T_0^{(2)} \rangle$, die relativen Linienstärken aus Tabelle 2.2 sowie der FARADAY-Winkel Φ_F nach 1250 Pumpzyklen für alle sechs Übergänge der D_2 -Linie, wenn der Pump- und der Nachweisstrahl dieselbe Wellenlänge haben.

Kapitel 6

Die magnetometrische Empfindlichkeit

Nachdem wir in Kapitel 4 eine Fülle von Detektionsmethoden kennengelernt haben, werden wir im folgenden einige auf ihre Brauchbarkeit zur Detektion kleiner Phasenverschiebungen untersuchen. Nach der Definition der magnetometrischen Empfindlichkeit, werden einige experimentelle Resultate vorgestellt.

6.1 Definition der magnetometrischen Empfindlichkeit δB

Die magnetometrische Empfindlichkeit gibt das Magnetfeld an, bei dem das zu messende, magnetfeldabhängige Signal gerade im Rauschen verschwindet. Analog zur *NEP* (noise equivalent power) in der Elektronik kann man somit ein *NEM* (noise equivalent magnetic field) δB definieren:

$$\delta B \equiv \frac{\delta S}{\frac{\Delta S}{\Delta B}}. \quad (6.1)$$

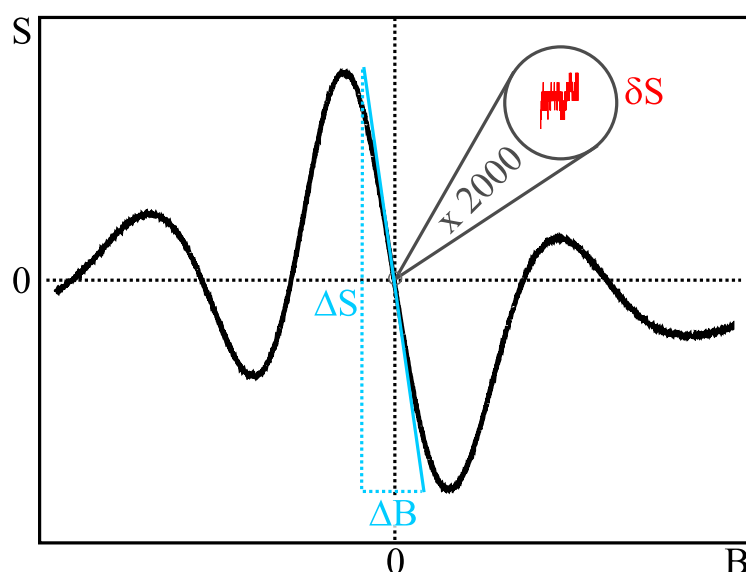


Abbildung 6.1: Skizze zur Definition der magnetometrischen Empfindlichkeit.

In unserem Fall bezeichnen $\frac{\Delta S}{\Delta B}$ die Steigung des RAMSEY-Streifens im $(B = 0)$ -Punkt und δS das Signalrauschen bei $B = 0$. Anhand von Gleichung (6.1) sieht man, daß die Auflösung bzw. die Empfindlichkeit um so größer werden, d.h. δB wird um so kleiner, je größer die Steigung des Signals S und je kleiner das Rauschen δS sind.

Da es bei den in den Kapiteln 7 und 8 vorgestellten Messungen vor allem darum geht, kleine Energieverschiebungen von Grundzustandsniveaus $|F_g, m\rangle$ zu messen, soll hier auch die NEF (noise equivalent frequency shift) definiert werden:

$$NEF = NEM \cdot 350 \frac{\text{kHz}}{G}. \quad (6.2)$$

Das bedeutet:

$$\boxed{NEM = 1 \mu\text{G} \quad \longleftrightarrow \quad NEF = 350 \text{ mHz}}.$$

6.2 Methoden zur Bestimmung von δB

6.2.1 Bestimmung von δB bei 1s Meßzeit

Eine einfache Methode zur Bestimmung der magnetometrischen Empfindlichkeit δB bei 1 s Meßzeit besteht darin, einen RAMSEY-Streifen für eine Zeitkonstante des Lock-In Verstärkers von typischer Weise 30 ms mit einem Oszilloskop aufzunehmen und von diesem die Steigung des zentralen Nulldurchganges zu ermitteln; in guter Näherung erhält man diese, indem man den vertikalen Abstand der beiden Hauptextrema durch deren horizontalen Abstand dividiert. Dann bringt man das Signal auf den zentralen Nulldurchgang und nimmt bei einer Zeitkonstanten des Lock-In Verstärkers von 1 s und einer möglichst empfindlichen Einstellung am Lock-In Verstärker und am Oszilloskop eine Nullspur auf (ca. 100 s). Bezeichnet σ die Standardabweichung dieser Zeitreihe, so gilt $\delta S = \sigma$. Zur Aufnahme der Nullspur kann man statt des Oszilloskops auch den Datalogger (Typ: Agilent 34970A) benutzen. Dies liefert nach wenig Rechnung das NEM bei 1 s Meßzeit.

6.2.2 Bestimmung von δB mit Hilfe der Allan-Varianz

Eine Frage, die man sich bei Experimenten stellt, die langer Meßzeiten bedürfen, ist, ob man besser viele kurze Intervalle mißt oder eine lange Messung durchführen sollte, um bei hinreichend hoher Statistik eine möglichst gute Empfindlichkeit erzielen zu können. Auf diese Frage gibt die Allan-Varianz eine Antwort.

Die Allan-Varianz:

Geht man von einer Zeitreihe von beliebigen Meßdaten $y(t)$ aus, so kann man über beliebige Zeitintervalle der Länge τ mitteln. Man erhält Werte

$$y_k = \frac{1}{\tau} \int_{t_k}^{t_{k+1}} y(t) dt, \quad k = 1, \dots, N.$$

Die Allan-Varianz $\sigma_y(\tau)$ (siehe [All66]) gibt dann an, um wieviel sich der Mittelwert aus dem Intervall $[t_k, t_{k+1}]$ vom Mittelwert aus dem Intervall $[t_{k-1}, t_k]$ im Mittel unterscheidet, wenn $t_{k\pm 1} = t_k \pm \tau$ gilt:

$$\sigma_y(\tau) = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{k=1}^{N-1} \frac{(y_{k+1} - y_k)^2}{2}}. \quad (6.3)$$

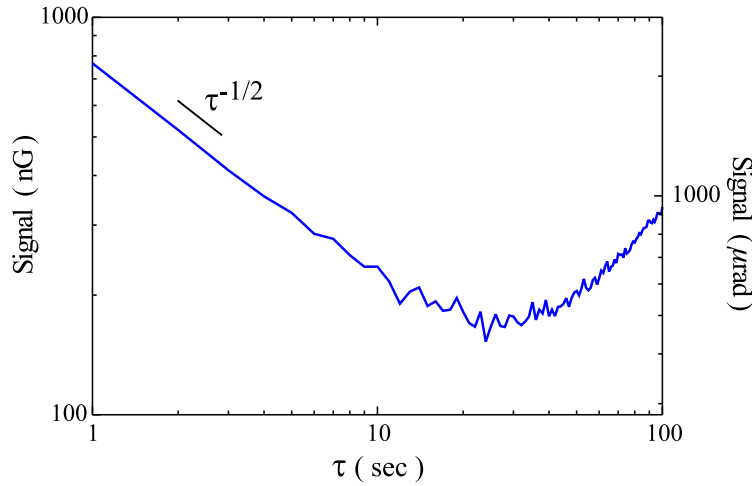


Abbildung 6.2: Allan-Plot für eine Nullspur bei der Messung des FARADAY-Winkels mit Hilfe eines PEM aus Abschnitt 4.2.3. Die diesem Plot zugrundeliegenden Rohdaten stammen aus einer Zeitreihe des Steuersignals, das man für die aktive Stabilisierung auf den zentralen Nulldurchgang eines RAMSEY-Streifenmusters benötigte.

Trägt man die nach Gleichung (6.3) ermittelten Werte gegen verschiedene Werte für τ in einem doppelt-logarithmischen Graph auf, so erhält man den sogenannten *Allan-Plot*, wie er für eine konkrete Messung in Abbildung 6.2 dargestellt ist. Man sieht für kleine Mittelungszeiten τ den typischen Abfall, der die $\tau^{-1/2}$ -Charakteristik von weißem Rauschen zeigt, dann einen Bereich, in dem $\sigma_y(\tau)$ minimal wird, wenngleich die Rauschdichte ($Signal/\sqrt{Hz}$) konstant ist; zu größeren Werten von τ hin steigt die Allan-Varianz aufgrund von Langzeitdrifts wieder an.

Für die in den Kapiteln 7 und 8 beschriebenen Messungen, bei denen die Stellgröße in einem Regelkreis für verschiedene Werte einer anliegenden Hochspannung gemessen wird, ist es daher sinnvoll, die Meßzeit für jede Hochspannung so groß zu wählen, daß man das Minimum des Allan-Plots als Arbeitspunkt verwendet.

6.3 Zusammenstellung von Resultaten für δB

In Tabelle 6.1 sind für einige, relevante Detektionsmethoden aus Kapitel 4 die magnetometrischen Empfindlichkeiten bei 1 s Meßzeit aufgelistet¹. In manchen Fällen wurde dem Pumplaserstrahl ein Rückpumplaser überlagert.

Wichtig ist, zu wissen, daß die magnetometrische Empfindlichkeit nichts über die Güte oder das Aussehen der Spektren auf dem Oszilloskop macht. So sieht man beispielsweise mit der Magnetfeldmodulationsmethode schon ohne zu mitteln (*single shot*) ein tolles Spektrum, das man direkt optimieren kann, wohingegen man bei der Polarisationsmodulationsmethode 16 bis 32 mal mitteln muß, um annähernd ein ebenso schönes Spektrum zu sehen.

Ein weiterer Punkt, der besondere Beachtung verdient, ist die relativ kleine Steigerung der Empfindlichkeit bei Verwendung einer optische Kollimation des Atomstrahles, die in Abschnitt 9.3 besprochen wird. Hierbei kommt es im aktuellen, experimentellen Aufbau zwar zu einer

¹In [Rex99] wurde versehentlich ein um einen Faktor Zwei zu großes (schlechtes) NEM angegeben.

Methode	Rückpumper	Melasse	δB @ 1 s Meßzeit
Polarisationsmodulation aus 4.2.1	-	-	$1.8 \mu G$
	+	-	$1.0 \mu G$
Magnetfeldmodulation aus 4.2.2	-	-	$1.8 \mu G$
	+	-	$1.0 \mu G$
Messung von Φ_F mit PEM	-	-	$410 nG$
	+	+	$210 nG$
Messung des LiDi mit PEM	-	-	$9.0 \mu G$

Tabelle 6.1: Einige Resultate für magnetometrische Empfindlichkeiten (NEM) bei 1 s Meßzeit.

Steigerung des Signals, d.h. des Spitze-Spitze-Wertes des zentralen RAMSEY-Streifens, um einen Faktor 3; die Empfindlichkeit allerdings verbessert sich nur um einen Faktor 2. Dies liegt einerseits daran, daß die Instabilitäten des hierbei benutzten, selbstgebauten Pump- / Nachweislasers stärker sichtbar werden, wenn die Atomzahldichte größer ist. Andererseits wirkt das starke Fluoreszenzlicht aus der Melassenregion störend auf die Atome bzw. Kohärenzen in der Wechselwirkungsregion. Dieser Effekt wurde auch schon in [MTPW93] beobachtet und diskutiert. Abhilfe könnte eine mit Ruß geschwärzte Blende zwischen Melassenregion und Pumpzone schaffen; man könnte auch die FARADAY-RAMSEY-Spektroskopie auf einem anderen atomaren Übergang durchführen, als dem für die optische Melasse verwendeten.

Wie man anhand von Abbildung 6.3 sieht, kann es sein, daß eine Methode zwar eine vergleichsweise schlechte magnetometrische Empfindlichkeit bei 1 s Meßzeit aufweist, dafür aber eine sehr gute Langzeitstabilität besitzt. Diese ist für die Messungen aus den Kapiteln 7 und 8 von Bedeutung. Daher wird in Abbildung 6.3 die Allan-Varianz für die für Langzeitmessungen interessanten Detektionsmethoden dargestellt.

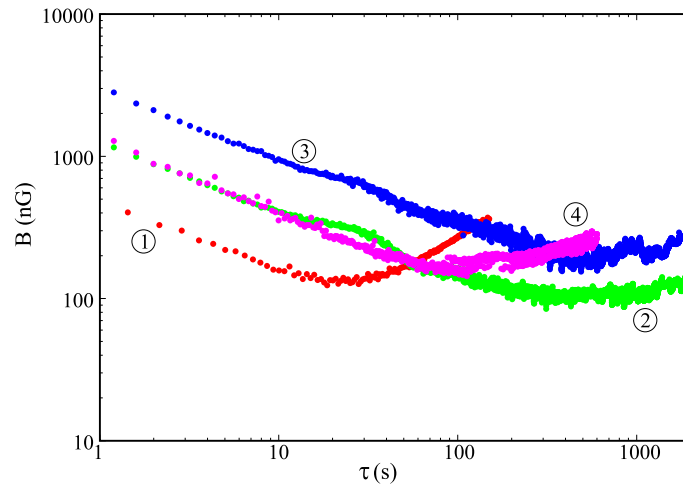


Abbildung 6.3: Allan-Plots für verschiedene Detektionsmethoden: Messung des FARADAY-Winkels mit Hilfe eines PEM (1), Doppelmodulationstechnik mit Demodulation in $1f$ (2) bzw. $2f$ (3) und Magnetfeldmodulation bei Verwendung von zirkularem Pump- und Nachweislicht (4). Die Spur (1) ist deutlich besser als der mit derselben Methode aufgenommene Allan-Plot aus Abbildung 6.2, da letzterer vor der Durchführung der in Abschnitt 9.1 beschriebenen Verbesserungsmaßnahmen aufgenommen wurde.

Kapitel 7

Eichungen von B - und E -Feld

Bei den bisherigen Ausführungen zum NLFE in RAMSEY-Anordnung wurde von einem homogenen Magnetfeld B ausgegangen. Ebenso kann man, um die formelmäßigen Zusammenhänge zu erläutern, davon ausgehen, daß das statische, elektrische Feld E homogen ist. Allerdings ist für die zu machenden Hochpräzisionsmessungen eine subtilere Analyse der anliegenden Felder notwendig. Von Vorteil ist dabei, daß nur das jeweils mittlere Feld zwischen Präparation und Detektion, d.h., über die Länge L , relevant ist.

Für die folgende Diskussion wollen wir daher den Ausdruck (2.57) für den FARADAY-Winkel Φ_F in RAMSEY-Anordnung umschreiben:

$$\Phi_F \propto \int_0^\infty \sin \left(2 \left[\phi_B \frac{1}{x_v} + \phi_{AC} + \phi_{Pol} \right] \right) x_v^2 e^{-x_v^2} dx_v. \quad (7.1)$$

Hierbei bezeichnet ϕ_{Pol} die Phase, die von gegebenenfalls nicht parallel stehenden Polarisatoren des Pump- und des Nachweislichtes stammt. In Anlehnung an die Definition in Gleichung (2.58) bezeichne nun

$$\phi_B \equiv \frac{\overline{B}}{2 B_0^{RAM}} = \frac{\frac{1}{L} \int_0^L B dl}{2 B_0^{RAM}} \quad (7.2)$$

die Phase, die vom mittleren Magnetfeld herrührt, das zwischen der Pump- und der Nachweisregion, also über eine Länge von $L = 30$ cm, anliegt¹. Hierin ist

$$B_0^{RAM} = \frac{\hbar \sqrt{\frac{k_B T}{2m}}}{g_{Fg} |\mu_{Bohr}| L} = \frac{v_0}{2 \gamma_G L} = 170 \mu\text{G}$$

das in Gleichung (2.59) definierte Skalierungsfeld. Mit $\gamma_G = 2\pi 350 \frac{\text{kHz}}{\text{G}}$ soll wieder das gyromagnetische Verhältnis aus Gleichung (1.62) bezeichnet werden. Die Größe B_0^{RAM} hängt von der Ofentemperatur T bzw. von v_0 ab. Der angegebene Zahlenwert gilt daher nur für $T = 400$ K bzw. $v_0 = 224 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Analog zu Gleichung (7.2) soll nun die Phase, die vom mittleren E -Feld herrührt, gemäß

$$\phi_{AC} \equiv \frac{\overline{E}}{2 E_0} = \frac{\frac{1}{L} \int_0^L E dl}{2 E_0} \quad (7.3)$$

definiert werden. Die in Gleichung (7.3) auftretende Größe E_0 ist durch folgenden Ausdruck² definiert:

$$E_0 = \frac{\hbar c^2}{2 g_{Fg} |\mu_{Bohr}| L_E} = \frac{c^2}{2 \gamma_G L_E} = 78.61 \frac{\text{kV}}{\text{cm}}. \quad (7.4)$$

¹Um das Feld möglichst homogen zu machen, sind die Spulen 60 cm lang.

²Da die Elektroden nur eine Länge von $L_E = 26$ cm haben, wurde L durch L_E ersetzt.

Das bedeutet, daß bei unserer Apparatur eine Hochspannung von etwa 70 kV an den Elektroden (Plattenabstand: $d \approx 0.9$ cm) angelegt werden müßte, um einen AHARONOV-CASHER-Effekt (siehe unten) zu erhalten, der dasselbe bewirkt wie ein Magnetfeld von $B_0^{RAM} = 170 \mu\text{G}$. Die Definition von E_0 in Gleichung (7.4) soll im folgenden kurz motiviert werden:

Bewegt sich ein Atom mit magnetischem Moment $\vec{\mu}$ in einem elektrischen Feld \vec{E} , so sieht es ein Magnetfeld (*motional B-field*) \vec{B}_{mot} gemäß

$$\vec{B}_{mot} = -\frac{1}{c^2} \vec{v} \times \vec{E} \quad (7.5)$$

(in SI-Einheiten). Dadurch erhalten die Wellenfunktionen $|F_g, m_g\rangle$ gemäß Gleichung (1.57) analog zu Gleichung (2.36) eine zusätzliche Phase:

$$\phi_{AC} \equiv \phi_{AC}(m_{F_g}, t) = -\frac{1}{\hbar} \int_0^t \vec{\mu} \cdot \vec{B}_{mot} dt' = \frac{1}{\hbar c^2} \int_0^t (\vec{\mu} \times \vec{E}) \cdot \vec{v} dt'. \quad (7.6)$$

Diese Phase kann man auch als AHARONOV-CASHER-Phase (siehe Gleichung E.4) interpretieren. Für Rubidium werden in [Gö95] bzw. [GSW95] Messungen der AHARONOV-CASHER-Phase beschrieben. In der vorliegenden Arbeit wurde ein anderer Weg eingeschlagen, um systematische Effekte und Störeinflüsse zu eliminieren (siehe Abschnitt 7.3).

7.1 Grundidee für die Eichungen von B oder E

Die Grundidee für die im folgenden diskutierten Eichmethoden für das Magnetfeld (Abschnitt 7.2) bzw. für das elektrische Feld (Abschnitt 7.3) beruhen darauf, daß man eine in Gleichung (7.1) auftretende Phase durch eine geeignete andere kompensieren kann. Allerdings muß man extrem vorsichtig sein, da ϕ_B von der Geschwindigkeitsverteilung abhängt.

Am Beispiel der Messung von ϕ_{AC} sollen nun Möglichkeiten für die Eichungen erläutert werden. Dazu sei der in Abbildung 7.1 skizzierte Versuchsaufbau gegeben.

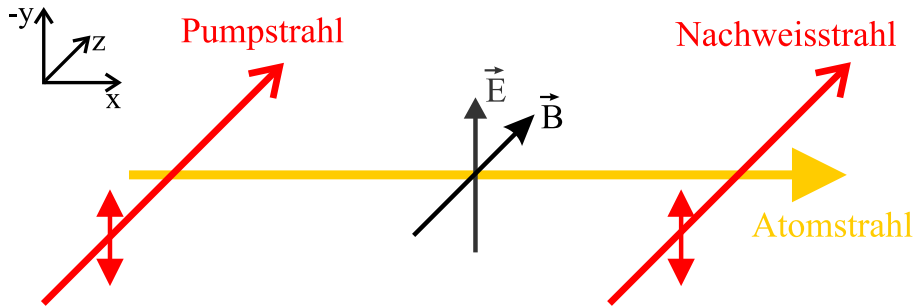


Abbildung 7.1: Für die in diesem Kapitel beschriebenen Eichverfahren verwendete Geometrie.

Ein angelegtes E -Feld führt aufgrund von (7.1) und (7.6) zu einer Verschiebung des dispersiven RAMSEY-Streifens, wie es in Abbildung 7.2 vereinfacht und übertrieben skizziert ist. Dies bedeutet, daß man einen Regelkreis benutzen kann, um das Signal aktiv auf den zentralen Nulldurchgang zu stabilisieren. Die Stellgröße ist dann das Meßsignal. Man kann entweder, wie in Abbildung 7.3 dargestellt, den Regelkreis über geeignete Spulen schließen (*B-Feld-Lock*), so daß ϕ_{AC} durch ϕ_B kompensiert würde, oder über einen FARADAY-Dreher, wie er in Kapitel 5 diskutiert wurde, im Strahl des Pumplasers, wobei ϕ_{AC} durch ϕ_{Pol} (*Polarisations-Lock*) kompensiert würde (siehe Abbildung 7.5).

Sinngemäß kann man diese Ideen auf andere Kombinationen von in Gleichung (7.1) auftretenden Phasen übertragen.

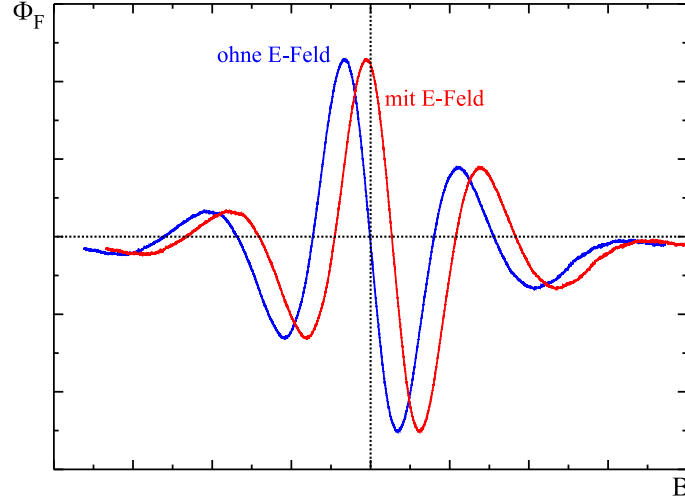


Abbildung 7.2: Dispersiver RAMSEY-Streifen ohne und mit anliegendem E -Feld bei einer Geometrie, wie sie in Abbildung 7.1 skizziert ist. Die Verschiebung ist nicht maßstabsgetreu dargestellt; sie wäre bei einem Feld von 1 kV nur ein fünfzigstel der abgebildeten Verschiebung.

7.2 Eichung des Magnetfeldes

Für die Hochpräzisionsmessungen in dieser Arbeit sind die Angaben aus Tabelle 3.1 nicht genau genug, da man nicht von einer homogenen B -Feldverteilung ausgehen kann. Daher muß man

$$\overline{B} = \frac{1}{L} \int_0^L B_z(x) dx$$

ermitteln, weil hierdurch ϕ_B aus Gleichung (7.2) bestimmt wird. Die verwendeten Koordinaten sind die in Abbildung 7.1 angegebenen. Im folgenden sollen zwei Methoden vorgestellt werden:

- **Methode 1: Eichung mit Hilfe des Ramsey-Streifens**

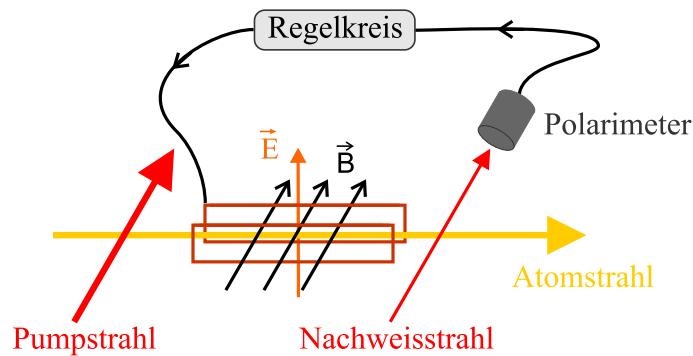


Abbildung 7.3: Regelkreis, um über das horizontale Spulenpaar aktiv auf den zentralen Nulldurchgang stabilisieren zu können.

Die theoretische Kurvenform in Gleichung (7.1) beinhaltet \overline{B} , so daß man rechnerisch ermitteln kann, bei welchen Werten \overline{B}_{max} bzw. \overline{B}_{min} das Maximum bzw. Minimum des zentralen RAMSEY-Streifens liegt³. Wenn man dann experimentell einen RAMSEY-Streifen zusammen mit dem durch das horizontale Spulenpaar fließenden Strom aufnimmt, kann man eine Eichgerade \overline{B} vs. I_{Spule} ermitteln. Der so erhaltene Eichfaktor ist allerdings wegen des Ausdrucks $\phi_B \frac{1}{x_v}$ in Gleichung (7.1) von der Geschwindigkeitsverteilung abhängig. Um zu überprüfen, wie empfindlich diese Eichung auf Störfelder reagiert, wurden gezielt solche angelegt und der Abstand der Extrema des zentralen RAMSEY-Streifens bestimmt. Man sieht, daß die so gewonnene Eichung für eine gegebene Ofentemperatur und Blendenanordnung im Atomstrahl auf besser als 1% genau ist.

- **Methode 2: Eichung mit Hilfe eines Regelkreises**

Benutzt man einen Regelkreis, wie er in Abbildung 7.3 skizziert ist, um auf den zentralen Nulldurchgang aktiv zu stabilisieren, so kann man den Strom durch die Spulen ($I_{feedback}$) in Abhängigkeit von der Polarisierung des Pumpstrahles messen, wenn man für letztere verschiedene Werte im Bereich $\pm 5^\circ$ mit Hilfe eines in einer Hochpräzisionsdrehfassung gehaltenen Polarisator einstellt. Allerdings erhält man auch hier wieder die mit $\frac{1}{x_v}$ gewichtete Phase ϕ_B .

- **Methode 3: Eichung mit Hilfe des Ramsey-Streifens und eines Regelkreises**

Diese Methode wird in Abschnitt 8.2 für den Fall von zirkular polarisiertem Pump- und Nachweislicht diskutiert.

7.3 Eichung des elektrischen Feldes

In dem verwendeten experimentellen Aufbau ist die Wechselwirkungsregion der Atome mit dem elektrischen Feld kürzer als die mit dem Magnetfeld ($L_E < L$). Dadurch werden die Atome in einer E -Feld freien Zone optisch präpariert und detektiert, was systematische Effekte aufgrund von E -Feld induzierten Störungen ausschließt. Allerdings müssen die Atome, wenn sie die unmittelbar vor und unmittelbar hinter den Elektroden angebrachten, geerdeten Blenden passieren, Randfelder durchqueren. Da das E -Feld sehr steil an den geerdeten Blenden abfällt (siehe Abbildung 7.4), kann man hier, wie schon in Gleichung (7.3)

$$L_E \approx x_{Pump} - x_{Nachweis} = L$$

setzen und das Integral über L erstrecken. Man erhält somit für das mittlere E -Feld

$$\overline{E} = \frac{1}{L} \int_0^L E_y(x) dx.$$

Die verwendeten Koordinaten sind in Abbildung 7.1 angegeben.

Für die im Experiment verwendete Anordnung von Elektroden, geerdeten Blenden samt Halterungen und geerdetem Strahlrohr kann man mit einer *Randelemente-Methode* (siehe [Osp01]), deren Grundlage in [Car97] beschrieben wird, den Verlauf des elektrischen Feldes berechnen. Das Ergebnis dieser Rechnung für $E_y(x)$ ist in Abbildung 7.4 dargestellt. Allerdings sind die numerischen Resultate für $\int_0^L E_y(x) dx$ extrem sensibel auf Unsicherheiten im Plattenabstand, der mit Hilfe einer Schieblehre zu

$$d = 8.82(12) \text{ mm}$$

³Die numerischen Werte für die Extrema lauten $\overline{B}_{extr} = \pm 1.318612846 B_0^{RAM}$.

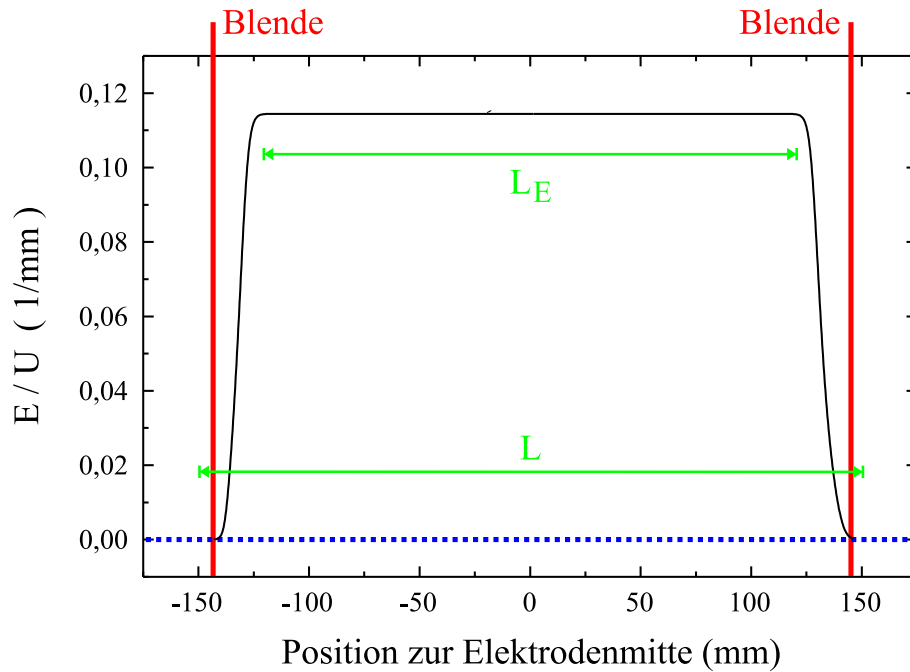


Abbildung 7.4: Berechneter Verlauf der E -Feldkomponente $E_y(x)$ für eine angelegte Spannung von 1 V; innerhalb der Elektroden beträgt somit der Wert von $\frac{E}{U}$ gerade $(\frac{1}{d})_{eff}$ (siehe unten). Während der Abstand zwischen Pump- und Nachweisregion L beträgt, ist die Länge der Elektroden nur L_E . Man sieht sehr schön den schnellen Abfall des E -Feldes zu den geerdeten Blenden hin auf Null.

bestimmt wurde. Dies äußert sich in einer großen Unsicherheit auf dem *Theorie*-Wert in Abbildung 7.7. Es ist also nötig, eine Eichung des elektrischen Feldes mit Hilfe von ϕ_{AC} im Experiment vorzunehmen. Es sollen im folgenden zwei Varianten vorgestellt werden:

- **Methode 1: Eichung mit Hilfe eines Faraday-Drehers in einem Regelkreis**

Am naheliegendsten ist es, den in Abschnitt 4.2.1 beschriebenen FARADAY-Modulator als Dreher einzusetzen (vgl. Abbildung 7.5). Dann kann man nämlich die vom elektrischen

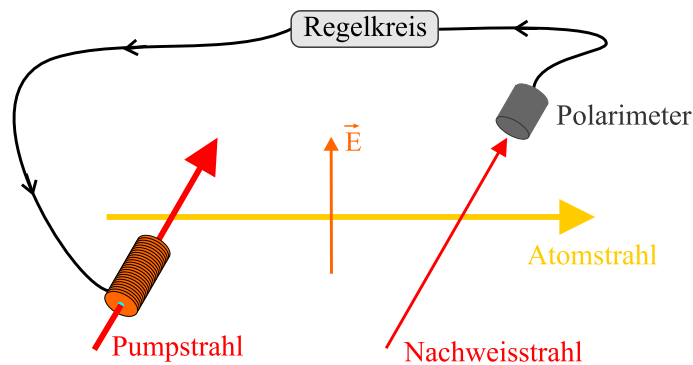


Abbildung 7.5: Regelkreis, um über die Orientierung der Polarisierung des Pumpstrahles aktiv auf den zentralen Nulldurchgang stabilisieren zu können. Dazu durchquert der Pumpstrahl einen FARADAY-Dreher.

Feld induzierte, geschwindigkeitsunabhängige (topologische) Phase ϕ_{AC} aktiv mit der ebenfalls geschwindigkeitsunabhängigen Phase ϕ_{Pol} kompensieren. Man könnte dann einmal den FARADAY-Dreher, wie in Anhang D beschrieben, eichen und hätte für alle Messungen, bei denen man den Strom durch den Dreher für verschiedene Hochspannungen an den Elektroden mißt, einen Eichfaktor, mit dem man aus dem gemessenen Strom sofort ϕ_{AC} bestimmen könnte. Wichtig ist hierbei, daß der Dreher die Polarisierung des Pumpstrahls dreht, da nur dann eine Phase im Argument des Sinus in Gleichung (7.1) geschaffen wird. Würde man die Polarisierung des Nachweisstrahles für den Regelkreis benutzen, so würde man lediglich den zu ϕ_{AC} gehörenden FARADAY-Winkel kompensieren, also eine Phase, die um den Faktor $(n_{||}'' - n_{\perp}'') \sim 10^{-3}$ unterdrückt ist.

Allerdings hat der Einsatz des FARADAY-Drehers einen entscheidenden Nachteil:

Bei dem gerade beschriebenen Eichprozeß müssen Ströme von bis zu 3 A durch die Spule des Drehers fließen. Dies verursacht ein Streufeld in der Meßapparatur, das ein elektrisches Feld von 2 kV vortäuscht! Und dies obwohl der Dreher im Abstand von 32 cm parallel zum Strahlrohr in den Pumpstrahl eingebaut wurde. Hiervon haben wir uns dadurch überzeugt, daß wir, ähnlich wie bei Methode 2 in Abschnitt 7.2, den Steuerstrom $I_{feedback}$ für verschiedene, fest eingestellte Ströme durch die Spule des Drehers gemessen und mit denen verglichen haben, die man bei Anlegen von Hochspannung aufgrund des AHARONOV-CASHER-Effektes erwartet.

Diese Beobachtung läßt den Leser die Resultate in [Gö95] und [GSW95] mit Vorsicht genießen. Außerdem kann diese Beobachtung erklären, warum die mit der in Abschnitt 4.2.1 diskutierten Polarisations-Modulations-Methode aufgenommenen Spektren sehr veräuscht und verzerrt waren:

Zusammen mit der gewollten Polarisationsmodulation trat nämlich eine nicht zu vernachlässigende Magnetfeld(stör)modulation bei der Detektionsfrequenz auf.

• Methode 2: Die in dieser Arbeit benutzte Eichung

In der vorliegenden Arbeit wurde eine Methode zur Eichung benutzt, mit der geometrische Unsicherheiten (Kenntnis von L und d) und der Einfluß der Geschwindigkeitsverteilung ebenso umgangen wurden, wie durch die Meßmethode bedingte Störungen (siehe Methode 1).

Die im folgenden vorgestellte Meßmethode besteht aus zwei Etappen; um sie realisieren zu können, ist es wichtig, mit linear polarisiertem Licht zu arbeiten. Es wurde in beiden Etappen die Methode des *B-Feld-Lock* (siehe Abbildung 7.3) benutzt. Die Meßgröße war somit der Strom durch die horizontalen Spulen ($I_{feedback}$).

- Etappe 1: Ein von C. Ospelkaus entwickeltes Meßprogramm (siehe [Osp01]) erlaubt es, automatisch eine von fünf voreingestellten Hochspannungen

$$U \in \{3 \text{ kV}, 5 \text{ kV}, 7 \text{ kV}, 9 \text{ kV}, 11 \text{ kV}\}$$

zufällig auszuwählen und 50 Sekunden lang $I_{feedback}$ zu messen. Es wurde ein Hochspannungsnetzgerät vom Typ Heinzinger PNC5s verwendet, welches per Computer angesteuert werden kann. Für jede Spannung U wurde unmittelbar danach eine Messung mit $-U$ durchgeführt. Eine typische Zeitreihe, die so entstanden ist, ist in Abbildung 7.6 dargestellt. Gleichzeitig wird die Hochspannung, die mit einem Hochspannungs-Voltmeter der Fa. Heinzinger (DVM65) gemessen wurde, und ein Kontrollsignal automatisch aufgezeichnet. Das Kontrollsignal zeigt eine konstante Spannung von $\pm 1 \text{ V}, \dots, \pm 5 \text{ V}$, je nachdem, welche der fünf möglichen Hochspannungen und welche Polarität gerade ausgewählt wurde, an, wenn nach

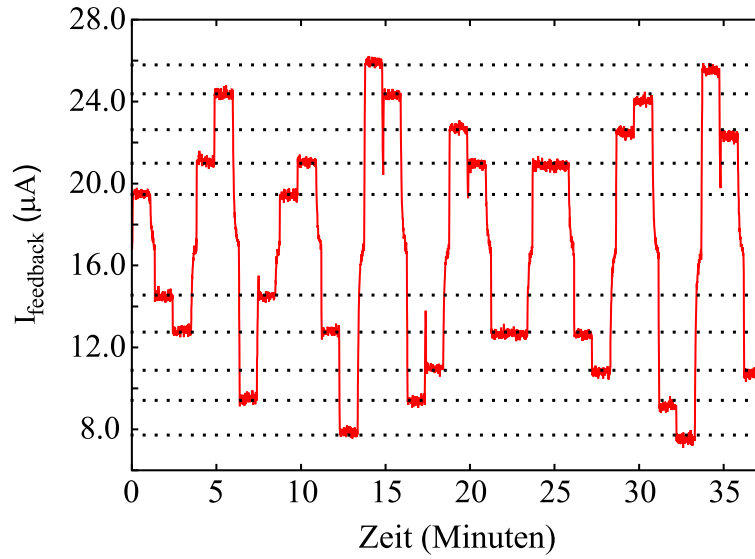


Abbildung 7.6: Ausschnitt aus einer typischen Zeitreihe für die Ermittlung von $\frac{d\phi_{AC}}{dU}$, d.h. für die Eichung des E -Feldes.

jedem Schaltvorgang (Umpolung oder neuer Wert für U) der gewünschte Spannungswert erreicht ist; während des Schaltvorganges liefert das Kontrollsignal 0 V. Mit Hilfe des Kontrollsignals kann man die Zeitreihen, die typischer Weise eine Stunde Meßzeit umfassen, automatisiert auswerten, und die Auf- und Entladevorgänge der Elektroden gehen nicht in die Auswertung ein.

Bezeichnen U_+ und U_- eine der fünf möglichen Hochspannungen U vor und nach dem Umpolen, so wurde einerseits

$$dU = \langle U_+ \rangle - \langle U_- \rangle,$$

andererseits

$$dI_{feedback} = I_{feedback}(\langle U_+ \rangle) - I_{feedback}(\langle U_- \rangle)$$

bestimmt. Mit $\langle . \rangle$ soll hier der Mittelwert der Meßpunkte, die für die angelegte Hochspannung U_{\pm} aufgenommen wurden, bezeichnet werden. Um Langzeitdrifts im Signal zu unterdrücken, wurden nicht alle Signale, die zu einem bestimmten U_{\pm} gehören, zusammengefaßt, sondern die Auswertung jeweils an der Stufe zwischen U_+ und U_- vorgenommen.

Trägt man $dI_{feedback}$ über dU auf, so erhält man aus einer Kurvenanpassung den ersten der beiden benötigten Eichfaktoren:

$$\delta_U = \frac{dI_{feedback}}{dU}. \quad (7.7)$$

- Etappe 2: Da man in Etappe 1 einen Eichfaktor (siehe Gleichung (7.7)) erhalten hat, der von der Geschwindigkeitsverteilung und von L abhängt, muß man eine weitere Eichung vornehmen, um diese beiden Unsicherheiten zu eliminieren. Daher wurde unmittelbar nach einem Meßdurchgang für δ_U ein zeitlich ebenso langer Durchgang gemacht, um

$$\delta_{Pol} = \frac{dI_{feedback}}{d\phi_{Pol}} \quad (7.8)$$

zu bestimmen. Hierzu wurden mit Hilfe eines in einer Hochpräzisionsdrehfassung gehaltenen Polarisators Winkel der Pump polarisation von bis zu $\pm 5^\circ$ relativ zur Nachweispolarisation, abwechselnd mit positivem und negativem Vorzeichen, zufällig eingestellt und $I_{feedback}$ gemessen. Die Messung und Auswertung konnten mit den in Etappe 1 erwähnten Computerprogrammen durchgeführt werden.

Ein weiterer wichtiger Grund, Etappe 2 durchzuführen ist, daß das Gesamtergebnat unabhängig vom Grad des Alignments wird, da sich dieser in den Messungen aus Etappe 1 und Etappe 2 gleichermaßen niederschlägt und bei der Auswertung heraushebt. Der Einsatz der Leistungsstabilisierung des Lasers (siehe Abschnitt 3.2.6) sorgt dafür, daß der Grad des Alignments (mindestens) während eines Meßdurchganges (*Run*), der aus beiden Etappen besteht, konstant ist. A priori kann man nicht behaupten, daß das E -Feld exakt senkrecht zu dem Feld des B -Feld-*Lock* und parallel zur linearen Polarisation des Pump lasers steht. Auch diesen systematischen Effekt kann man durch die geschilderte Messung in zwei Etappen eliminieren, da man einerseits differentielle Größen (δ_U und δ_{Pol}) mißt, andererseits die Phasen allein durch die mit dem jeweiligen Magnetfeld (B_{mot} bzw. $B_{feedback}$) verknüpfte Larmorfrequenz bestimmt sind, nicht aber von dem Winkel zwischen Alignment und Magnetfeld

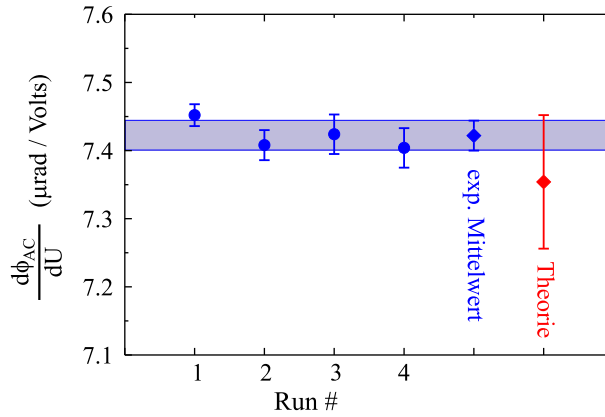


Abbildung 7.7: Der mit der Randelemente-Methode berechnete Wert für $\frac{d\phi_{AC}}{dU}$ (Theorie) und die experimentellen Resultate von vier Durchgängen samt Mittelwert. Der große Fehler auf dem theoretischen Wert kommt von der Unsicherheit auf dem Plattenabstand $d = 8.82(12)$ mm.

Aus den Beziehungen (7.7) und (7.8) erhält man die differentielle AHARONOV-CASHER-Phase

$$\frac{d\phi_{AC}}{dU} = \frac{\delta_U}{\delta_{Pol}}, \quad (7.9)$$

für die in Abbildung 7.7 die experimentellen Werte von vier Meßdurchgängen zusammen mit ihrem Mittelwert und dem theoretisch, aufgrund des Plattenabstandes, zu erwartenden Wert dargestellt werden. Der Fehler der dort aufgetragenen Werte für $\frac{d\phi_{AC}}{dU}$ wurde mit Hilfe von Fehlerfortpflanzung aus den Fehlern der Kurvenanpassung für δ_U und δ_{Pol} berechnet. Für den experimentellen Mittelwert und den theoretisch erwarteten Wert fanden wir:

$$\left[\left(\frac{d\phi_{AC}}{dU} \right)_{exp} = 7.422(22) \frac{\mu\text{rad}}{\text{V}} \quad \text{und} \quad \left(\frac{d\phi_{AC}}{dU} \right)_{theo} = 7.354(98) \frac{\mu\text{rad}}{\text{V}} \right]. \quad (7.10)$$

Der Fehler des experimentellen (theoretischen) Wertes beträgt somit 0.3% (1.3%).

Für die Eichung berechnet man den Ausdruck

$$\frac{\int_0^L E_y(x) dx}{U} = \frac{c^2}{\gamma_G} \frac{d\phi_{AC}}{dU} \quad (7.11)$$

für verschiedene Werte von d und trägt das Resultat gegen d bzw. $\frac{1}{d}$ auf. In diesem Diagramm (siehe Abbildung 7.8) kann man dann mit dem experimentellen Wert $\frac{c^2}{\gamma_G} \left(\frac{d\phi_{AC}}{dU} \right)_{exp}$ den zugehörigen Wert für einen effektiven Plattenabstand d_{eff} bzw. für $\left(\frac{1}{d} \right)_{eff}$ bestimmen. Zum Abschluß dieses Abschnittes sollen noch einige Werte zusammengestellt werden. Für den Ausdruck aus Gleichung (7.11) erhält man:

$$\boxed{\left(\frac{\int_0^L E_y(x) dx}{U} \right)_{exp} = 30.248(90)} \quad (7.12)$$

Mit Hilfe des theoretisch bestimmten Wertes aus (7.10) erhält man

$$\left(\frac{\int_0^L E_y(x) dx}{U} \right)_{theo} = 29.97(41)$$

Der experimentelle Wert aus (7.12) liefert dann mit Hilfe von Abbildung 7.8 einen Wert für die im folgenden relevante Größe $\left(\frac{1}{d} \right)_{eff}$. Er lautet:

$$\boxed{\left(\frac{1}{d} \right)_{eff} = 0.11443(34) \text{ mm}^{-1}},$$

was einem Plattenabstand von

$$\boxed{d_{eff} = 8.739(26) \text{ mm}} \quad (7.13)$$

entspricht, der mit dem oben erwähnten, mit Hilfe einer Schieblehre gemessenen Wert ($d = 8.82(12) \text{ mm}$) kompatibel ist, der gleichzeitig aber eine höhere Genauigkeit aufweist.

Benutzt man d_{eff} bzw. $\left(\frac{1}{d} \right)_{eff}$ für eine weitere Rechnung mit der Randlement-Methode, so erhält man die für die Messung der Tensorpolarisierbarkeit (Quadratischer STARK-Effekt) relevante Größe

$$\boxed{\frac{\int_0^L E^2 dl}{U^2} = 3.401(20) \text{ mm}^{-1}}.$$

Wenngleich im allgemeinen $\frac{\int_0^L E^2 dl}{U^2}$ noch nicht definiert ist, wenn man $\frac{\int_0^L E dl}{U}$ kennt, z.B. wegen leicht windschiefer Elektroden oder Unebenheiten auf der Elektrodenoberfläche, so hat sich herausgestellt, daß wir den geschilderten Weg dennoch beschreiten können, da das Resultat der Rechnung sehr empfindlich allein vom Plattenabstand abhängt, den wir auf besser als 0.3 % (siehe (7.13)) bestimmt haben!

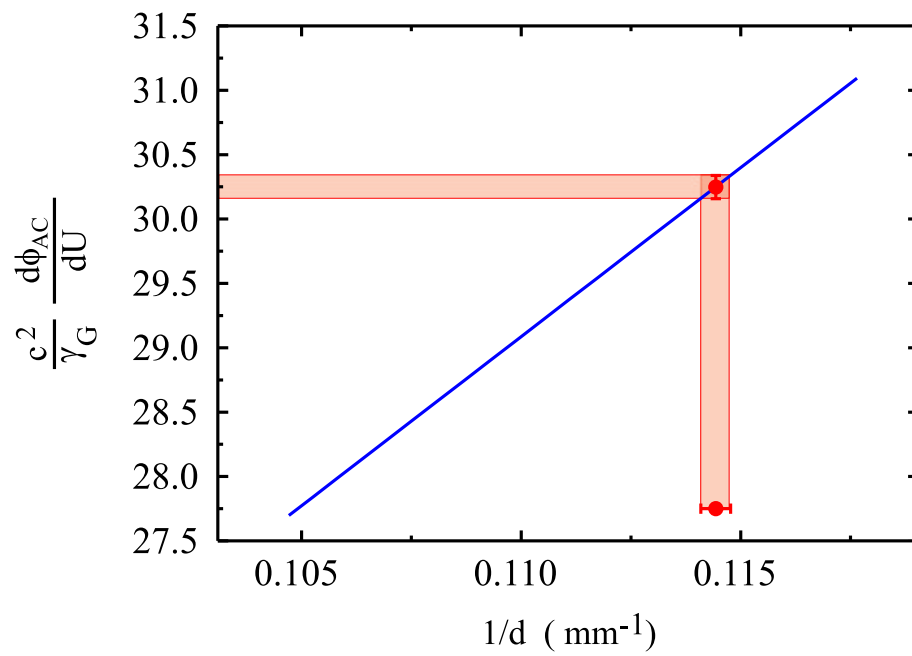


Abbildung 7.8: Bestimmung des Wertes von $(\frac{1}{d})_{eff}$, wenn man $\left(\frac{\int_0^L E_y(x) dx}{U}\right)_{exp}$ kennt (siehe Gleichung (7.11)).

Kapitel 8

Die Tensorpolarisierbarkeit

In diesem Kapitel wollen wir den Hauptgegenstand dieser Arbeit diskutieren:

Die Messung der elektrischen Tensorpolarisierbarkeit des Grundzustandes von Cäsium.

Die Motivation für diese Messung ist die bei allen Alkaliatomen in der Literatur zu findende Diskrepanz zwischen theoretischen Werten und experimentellen Resultaten. Es wurde die relative Verschiebung zwischen den Niveaus $|F, m\rangle = |F_+, -F_+\rangle$ und $|F_+, -(F_+ - 1)\rangle$, wobei $F_+ = I + 1/2$ gilt, an einer konventionellen RAMSEY-Apparatur, wie sie in Abschnitt 2.4 beschrieben wird, gemessen. In Tabelle 8.1 sind alle bislang berechneten und gemessenen Werte für diese Verschiebung angegeben. Die dort aufgeführten Resultate aus [Nie96] wurden an einer FARADAY-RAMSEY-Apparatur gemessen. Sie wurden bislang noch nicht veröffentlicht, da systematische Effekte nicht hatten studiert werden können.

Quelle	Atom	Theorie $10^{-10} \frac{\text{Hz}}{\left(\frac{\text{V}}{\text{cm}}\right)^2}$	Experiment $10^{-10} \frac{\text{Hz}}{\left(\frac{\text{V}}{\text{cm}}\right)^2}$	Abweichung (σ)	I
[LS64]	Cs	-117	$-(110 \pm 10)$	0.7	7/2
[CAB ⁺ 68]	Cs	-118 ¹	-127 ± 20	0.5	7/2
	Cs	-155	-127 ± 20	1.4	7/2
	Rb ⁸⁷	-150 (-115)	-96	-	3/2
	Rb ⁸⁵	-39 (-30)	-16	-	5/2
	K	-7 (-6)	+2	-	3/2
	Na	-13 (-11)	+5	-	3/2
	Li	- (-5)	+2	-	3/2
[GLW69]	Cs ¹³³	-155	-137.2 ± 7.9	2.3	7/2
	Rb ⁸⁷	-150	-104.4 ± 6.7	6.8	3/2
	Rb ⁸⁵	-39	-22.8 ± 1.2	13.5	5/2
	K ³⁹	-7	-4.8 ± 0.31	7.1	3/2
	Na ²³	-13	-11.18 ± 0.96	1.9	3/2
[Nie96]	Rb ⁸⁷	-150	-103.26 ± 4.20	11.1	3/2
	Rb ⁸⁵	-39	-24.00 ± 1.00	15	5/2

Tabelle 8.1: Vergleich von berechneten und gemessenen Werten für die relative Verschiebung zwischen den Niveaus $|F, m\rangle = |F_+, -F_+\rangle$ und $|F_+, -(F_+ - 1)\rangle$, wobei $F_+ = I + 1/2$ gilt. Diese Werte geben nicht die in dieser Arbeit definierte Größe α_2 an.

¹Der Wert wurde mit der in [CZ63] angegebenen skalaren Polarisierbarkeit berechnet. Die folgenden Werte wurden mit den (damals) neueren Messungen der skalaren Polarisierbarkeiten ($63.3 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^3$) aus der Doktorarbeit von W. D. Hall berechnet; in Klammern werden die älteren Werte noch angegeben.

Nimmt man beispielsweise den Wert für Cäsium aus [GLW69], so erhält man mit Hilfe der Beziehung (1.49) folgenden beeindruckenden Befund:

Die Tensorpolarisierbarkeit führt zu einer Verschiebung der Niveaus $|F = 4, m_F = \pm 4\rangle$ von Cs um 1.37 Hz gegenüber den Niveaus $|F = 4, m_F = \pm 3\rangle$ in einem elektrischen Feld von $10 \frac{\text{kV}}{\text{cm}}$.

Abbildung 8.1 stellt die in Tabelle 8.1 aufgeführten, experimentellen Werte aus [GLW69], welche die letzten publizierten Messungen sind, den dort zitierten, theoretischen Werten graphisch gegenüber. Um jedoch die in Tabelle 8.1 aufgeführten Zahlenwerte mit der in dieser Arbeit definierten Größe α_2 vergleichen zu können, muß eine Korrektur vorgenommen werden:

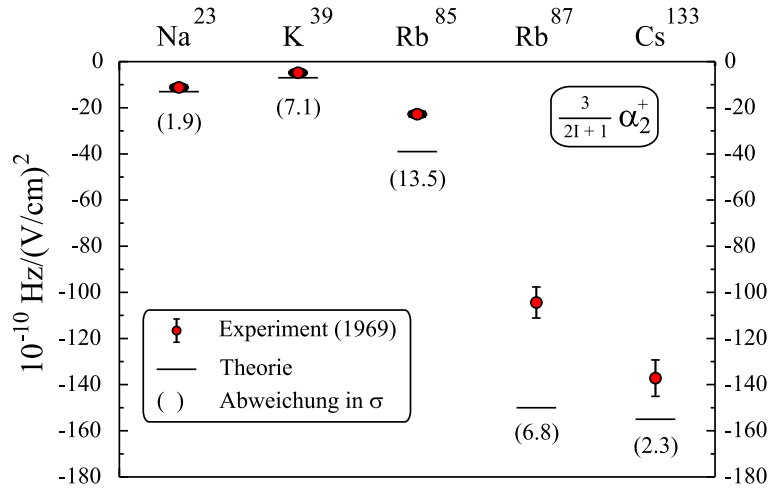


Abbildung 8.1: Vergleich von berechneten und gemessenen Werten aus [GLW69] für die relative Verschiebung zwischen den Niveaus $|F, m\rangle = |F_+, -F_+\rangle$ und $|F_+, -(F_+ - 1)\rangle$, wobei $F_+ = I + 1/2$ gilt; in unserer Notation sind dies die Werte für $3/(2I + 1)\alpha_2(F_+)$.

In der vorliegenden Arbeit wurde α_2 mit Hilfe des Grundzustandsniveaus $|F_g = 4, m_F = 4\rangle$ bestimmt. Wir müssen folglich in den Ausdruck für die Energieverschiebung (1.46) die Größe

$$\alpha_2^+ \equiv \alpha_2(F_+) = \alpha_{12} + \alpha_{02}$$

aus Gleichung (1.48) einsetzen, so daß wir für die durch $\alpha_2(F_+)$ hervorgerufene Energieverschiebung $\Delta E_2^{stretched}$ des Zustandes $|4, 4\rangle$ (*stretched state*) die Beziehung

$$\Delta E_2^{stretched} = -\frac{1}{2}\alpha_2(F_+)E^2 \quad (8.1)$$

erhalten, da in diesem Fall der Bruch in Gleichung (1.46) gerade Eins ergibt.

In [GLW69] wurde die Frequenz für den Übergang $|F_g, -F_g\rangle \rightarrow |F_g, -(F_g - 1)\rangle$ berechnet und gemessen (*Experimental shift*). Dies bedeutet, daß man mit Hilfe von Gleichung (1.46) die Differenz

$$\Delta E^{Gould} = \Delta E_{Stark}(F_+, -F) - \Delta E_{Stark}(F_+, -F + 1) = -\frac{1}{2}\alpha_2(F_+)\frac{6}{2I + 1}E^2 \quad (8.2)$$

bestimmt und als Ergebnis die Verschiebung in der Einheit von E^2 angibt:

$$[Experimental\ shift] = 10^{-10} E^2 \text{ Hz}, \quad \text{wobei} \quad [E] = \frac{\text{V}}{\text{cm}}. \quad (8.3)$$

Um also unsere Werte mit denen aus [GLW69] (siehe Abbildung 8.1) vergleichen zu können, müssen letztere gemäß

$$\alpha_2^{Gould} = 2 \frac{2I+1}{6} \cdot \text{Experimental shift} = \frac{2I+1}{3} \cdot \text{Experimental shift} \quad (8.4)$$

korrigiert werden.

Nun soll ausgehend von Überlegungen zum zu erwartenden Signal in Abschnitt 8.1 die Messungen vorgestellt werden (Abschnitt 8.2), bevor dann in Abschnitt 8.3 die systematischen Effekte diskutiert werden. Abschnitt 8.4 faßt alle Resultate zu einem neuen Wert für α_2 von Cäsium zusammen.

8.1 Theoretische Vorüberlegungen

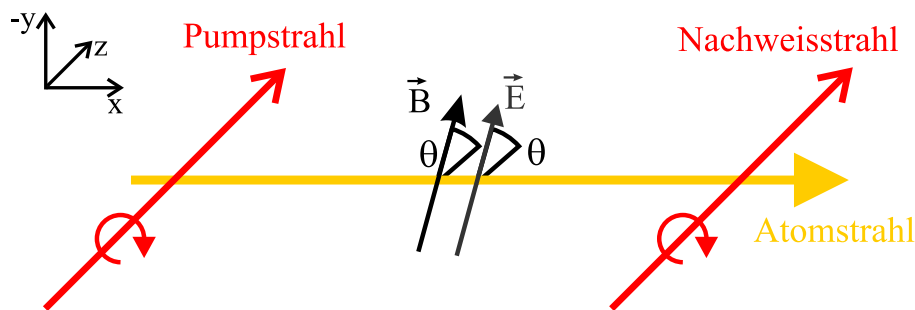


Abbildung 8.2: Anordnung, um α_2 mit zirkularem Pump- und Nachweislicht messen zu können.

8.1.1 Wie kann man α_2 messen?

In Abbildung 8.2 ist der in der vorliegenden Arbeit benutzte Versuchsaufbau zur Messung der Tensorpolarisierbarkeit α_2 gezeigt. Der Pump- und der Nachweislaserstrahl sind zirkular polarisiert. Dieser Aufbau wurde gewählt, da er einer theoretischen Modellierung am ehesten zugänglich ist und außerdem die Anzahl systematischer Effekte möglichst gering ist; man hat z.B. keine Probleme aufgrund von Imperfektionen von Polarisatoren, wie sie in [BP99] beschrieben werden, die zunächst gegen eine polarimetrische Detektionsmethode sprechen. In der Wechselwirkungsregion kann man ein statisches E - und ein statisches B -Feld anlegen. Es soll

$$\hat{E} = \hat{B} \quad \text{bzw.} \quad \angle(\vec{B}, \vec{k}) \equiv \theta_B = \theta = \theta_E \equiv \angle(\vec{E}, \vec{k}) \quad (8.5)$$

gelten.

Mißt man in der Nachweisregion die Transmission oder den zirkularen Dichroismus, so erhält man einen absorptiven RAMSEY-Streifen, der doppelt so breit ist (siehe Anhang G), wie bei Verwendung von linear polarisiertem Licht (siehe Kapitel 7). Moduliert man, analog zu den Ausführungen in Abschnitt 4.2.2, das Magnetfeld, so erhält man die Ableitung des absorptiven Signals nach dem Magnetfeld. Die so entstehende disperse Form kann man wieder benutzen, um über einen Regelkreis auf den zentralen Nulldurchgang zu stabilisieren. Dies bedeutet, daß man den Effekt des elektrischen Feldes über ein Magnetfeld kompensieren kann. Im einzelnen gilt nämlich folgendes:

Das statische, elektrische Feld führt zu der in Gleichung (1.46) angegebenen Energieverschiebung des $|F_{\pm}, m\rangle$ -Zustandes ($F_{\pm} = I \pm 1/2$) gemäß

$$\Delta E_{Stark}(F_{\pm}, m) = -\frac{1}{2} \alpha_0(F_{\pm}) E^2 - \frac{1}{2} \alpha_2(F_{\pm}) \frac{3m^2 - F_{\pm}(F_{\pm}+1)}{I(2I+1)} E^2.$$

Diese beinhaltet einen m^2 -abhängigen Anteil, der dazu führt, daß der Zustand $|F_{\pm}, m\rangle$ einen Phasenfaktor²

$$e^{i\phi_2^{\pm} m^2} \quad \text{mit} \quad \phi_2^{\pm} = -\frac{3}{2} \frac{\alpha_2^{\pm} E^2}{\hbar I (2I+1)} \frac{L}{v_0} \quad (8.6)$$

erhält, wobei $\frac{L}{v_0}$ die Flugzeit für Atome mit der wahrscheinlichsten Geschwindigkeit v_0 (siehe Gleichung (B.4)) zwischen Pump- und Nachweisregion bezeichnet. Ferner gelten

$$\phi_2^{\pm} = \phi_2(F_{\pm}) \quad \text{und} \quad \alpha_2^{\pm} = \alpha_2(F_{\pm}). \quad (8.7)$$

Aufgrund des Magnetfeldes ergibt sich gemäß Gleichung (1.55) der m -abhängige Phasenfaktor aus Gleichung (1.57) -jetzt allerdings für Hyperfeinniveaus:

$$e^{i\frac{\Delta E_{Zeeman}}{\hbar} t} \equiv e^{i\phi_B^{\pm} m} \quad \text{mit} \quad \phi_B^{\pm} = g_{F_{\pm}} \frac{|\mu_{Bohr}| B}{\hbar} \frac{L}{v_0}. \quad (8.8)$$

Nun gilt sowohl für die Ableitung des zirkularen Dichroismus als auch für die Ableitung des Absorptionssignals nach dem Magnetfeld

$$S \propto [(1 - 2F) \phi_2 \cos \theta - \phi_B] \sin^2 \theta. \quad (8.9)$$

Diese Proportionalität ist erfüllt, wenn man annimmt, daß nur der Zustand $|F, m = F\rangle$ bevölkert ist. Der Ausdruck für das Signal S aus Gleichung (8.9) wird in Anhang F hergeleitet.

Sorgt man also mit Hilfe eines Regelkreises dafür, daß das Signal auf Null stabilisiert wird, sprich, daß die vom elektrischen Feld herrührende Phase ϕ_2 durch eine von einem Magnetfeld B_{komp} stammende Phase ϕ_B kompensiert wird, so ist das gleichbedeutend damit, den Ausdruck (8.9) gleich Null zu setzen. Dies liefert für die Beziehung zwischen ϕ_B und ϕ_2 den Ausdruck

$$\phi_B = (1 - 2F) \phi_2 \cos \theta, \quad (8.10)$$

also ein *magnetisches Äquivalent* des quadratischen STARK-Effekts. Da beide Phasen ((8.8) und (8.6)) von $\frac{L}{v_0}$ abhängen, ist bei gegebener Distanz L zwischen Pump- und Nachweisregion und bei gegebener Geschwindigkeitsverteilung das Meßsignal unabhängig von L und von der Geschwindigkeitsverteilung, was die Auswertung enorm vereinfacht.

Aus Gleichung (8.10) erhält man mit den Ausdrücken (8.6) und (8.8) einen Ausdruck für die Tensorpolarisierbarkeit:

$$\alpha_2(F) = -\frac{2}{3} \frac{g_F |\mu_{Bohr}| B_{komp} I (2I+1)}{(1 - 2F) E^2 \cos \theta}. \quad (8.11)$$

Dieser ist sowohl auf den $|F_g = 4\rangle$, als auch auf den $|F_g = 3\rangle$ -Zustand, anwendbar.

In [ROW01] wurde der Spezialfall von (8.11) für die Zustände $|F_g = F_+, m\rangle$ angegeben:

$$\alpha_2(F_+) = \frac{2}{3} \frac{F_+ g_{F_+} |\mu_{Bohr}| B_{komp}}{E^2 \cos \theta}.$$

Der Ausdruck in (8.11) ist empfindlich auf experimentelle Unsicherheiten im Winkel θ . Die maximale Empfindlichkeit auf Effekte des E -Feldes erhält man, wie aus Gleichung (8.9) hervorgeht, bei dem sogenannten *magischen Winkel*

$$\theta_m = 54.7356^\circ, \quad (8.12)$$

welcher durch $3 \cos^2 \theta_m - 1 = 0$ definiert ist.

²Die Bezeichnung ϕ_2 wurde wegen $\phi_2 \propto \alpha_2$ gewählt.

8.1.2 Was ist der geeignete atomare Übergang?

Um die in Abschnitt 8.1.1 hergeleiteten Beziehungen zur Analyse der Signale anwenden zu können, muß im Experiment sichergestellt werden, daß nur ein m -Unterzustand zu bevölkert ist. Zur theoretischen Untersuchung des Einflusses der optischen Pumprate auf Populationen der Niveaus wurden mit Hilfe der in Abschnitt 2.3.2 vorgestellten Ratengleichungen die Populationen für optisches Pumpen mit zirkular polarisiertem Licht in Abhängigkeit der Pumprate berechnet. Dies liefert im Grenzfall hoher Pumpraten, daß die Populationen in den Zuständen $|F_g = 3, m_g = 3\rangle$ und $|F_g = 3, m_g = 2\rangle$ fast identisch sind, wenn man auf dem Übergang $|F_g = 3\rangle \rightarrow |F_e = 2\rangle$ mit σ^+ -Licht pumpt, wohingegen man bei Pumpen auf dem Übergang $|F_g = 4\rangle \rightarrow |F_e = 5\rangle$ lediglich den Zustand $|F_g = 4, m_g = 4\rangle$ bevölkert. Da die Ausläufer der Lorentzkurve des Überganges $|F_g = 4\rangle \rightarrow |F_e = 4\rangle$ energetisch mit dem Übergang $|F_g = 4\rangle \rightarrow |F_e = 5\rangle$ einen Überlapp haben, gehen über den Weg $|F_g = 4\rangle \rightarrow |F_e = 4\rangle \rightarrow |F_g = 3\rangle$ (Hyperfeinpumpen) dem Zustand $|F_g = 4\rangle$ Populationen verloren, die ihrerseits eine Abweichung der Populationen in den Niveaus $|F_g = 3, m_g\rangle$ von der thermischen Besetzung bewirken; dieser Effekt bleibt bei den hier vorgestellten Betrachtungen unberücksichtigt.

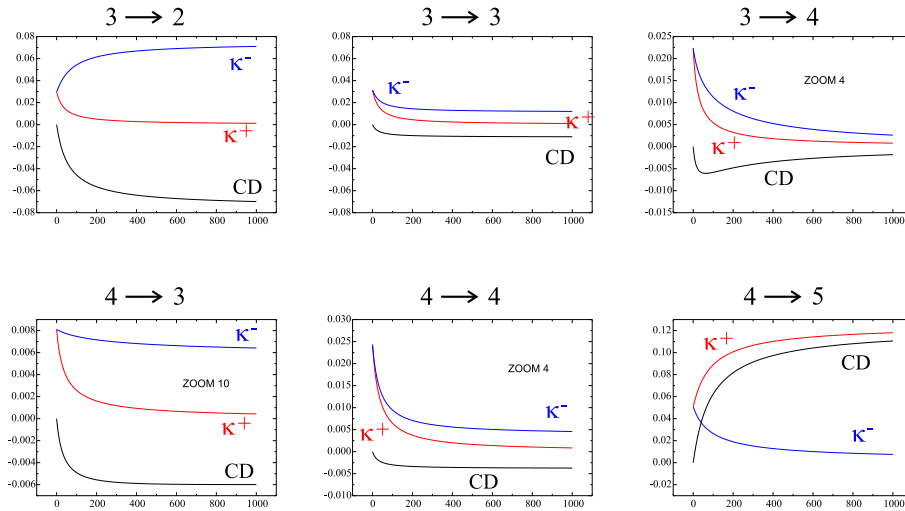


Abbildung 8.3: Abhängigkeit der Absorptionskoeffizienten κ_{\pm} für σ^{\pm} -Licht von der Pumprate, wenn zum Pumpen σ^+ -Licht verwendet wird. Außerdem ist die Differenz der beiden Absorptionskoeffizienten aufgetragen, die proportional zum zirkularen Dichroismus (CD) ist. Es wurden keine externen Felder berücksichtigt.

Für die Messungen ist ebenfalls von Bedeutung, wie sich die Absorptionskoeffizienten κ^+ und κ^- für σ^+ - und σ^- -Licht abhängig von der Intensität des σ^+ -polarisierten Pumplichtes verhalten. Dies ist in Abbildung 8.3 für alle sechs Hyperfeinübergänge der D_2 -Linie von Cs für den Fall, daß keine externen Felder anliegen, dargestellt; ferner ist dort das Signal für die Differenz der beiden Absorptionskoeffizienten dargestellt, welchen man bei der Messung des zirkularen Dichroismus (CD) erwarten würde. Auch diese Analyse ergibt, daß man sinnvoller Weise auf dem Übergang $|F_g = 4\rangle \rightarrow |F_e = 5\rangle$ mit σ^+ -Licht pumpt und entweder den zirkularen Dichroismus

$$CD \propto \kappa_+ - \kappa_- \propto n''_+ - n''_-$$

mißt oder die Transmission

$$T^+ \propto \kappa^+.$$

8.2 Messungen und Auswertungen

Die Messungen sollen, wie in Abschnitt 8.1.1 besprochen, mit einem Regelkreis, ähnlich dem in Abbildung 7.3 beschriebenen, durchgeführt werden. Hierdurch erfolgen die Messungen im Nullfeld.

Diesmal wird jedoch das Magnetfeld, das unter einem Winkel θ_B zur Ausbreitungsrichtung des Pump-/Nachweislichtes steht, moduliert, wodurch man mit phasenempfindlicher Detektion des Absorptionssignales das benötigte disperse RAMSEY-Streifenmuster erhält. Aus historischen Gründen muß man dazu zwei senkrecht aufeinander stehende Felder addieren. Die in Abbildung 8.4 skizzierte Schaltung ermöglicht dies. Der Steuerspannung U_{FB} (*Feedback-Spannung*), die von einem PID-Regler kommt, muß noch die von einem Funktionsgenerator (FG) stammende Modulation U_{Mod} überlagert werden. Dies macht man mit Hilfe des Differenzverstärkers DV. Das Gesamtsignal gibt man auf einen Vorverstärker, der am Ausgang sowohl das unveränderte Eingangssignal (U_V), als auch ein abgeschwächtes Signal (U_H) zur Verfügung stellt. Der Verstärkungsfaktor, der kleiner als Eins ist, wird so gewählt, daß

$$\tan \theta_B = \frac{B_V}{B_H} \propto \frac{I_V}{I_H} \propto \frac{U_V}{U_H} \quad (8.13)$$

erfüllt ist. Da die Spulenpaare leicht verschieden sind (siehe Tabelle 3.1), muß man dies berücksichtigen, wenn man die geeigneten Eingangsspannungen U_H und U_V für die in Anhang C beschriebene Stromquelle einstellt. Hiermit kann man die Bedingung (8.13) erfüllen. Da der Stromtreiber die Möglichkeit bietet, einer externen Spannung, eine mit einem Zehngangpotentiometer fein einstellbare konstante Spannung zu überlagern, kann man somit vor jeder Messung die Restfelder in der Apparatur kompensieren. Dies ist bei den Messungen mit unter θ_B zur Horizontalen stehendem Magnetfeld besonders wichtig, da man sonst stark verfälschte Werte für U_{FB} erhält.

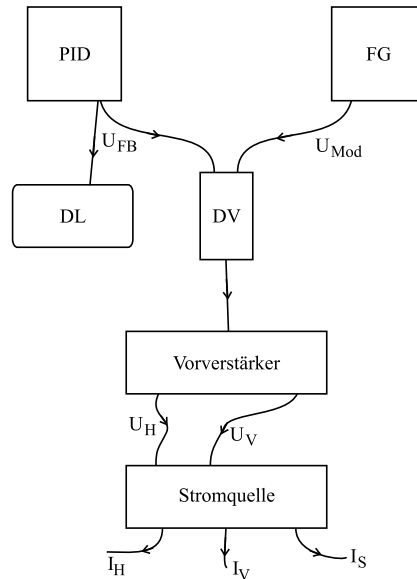


Abbildung 8.4: Schema, um θ_B elektronisch einstellen und gleichzeitig den Strom in beiden Spulenpaaren modulieren zu können. Details befinden sich im Text.

Den Leser wird es wundern, daß wir nicht, wie in Kapitel 7 diskutiert, den Strom $I_{feedback}$ durch die Spulen messen. Wir messen hier

$$U_{FB} \equiv U_V \quad (8.14)$$

mit Hilfe des Dataloggers, da diese Spannung noch nicht mit der Modulationsspannung U_{Mod} vermischt ist. Wir messen also die reine Steuerspannung. Damit vermeidet man Verfälschungen der Meßwerte, die man bei der Messung des Stromes durch die Spulen erhalten würde. Aufgrund der endlichen Aufnahmegeschwindigkeit des Dataloggers läuft man nämlich Gefahr, ständig wechselnde Abschnitte aus dem Modulationssignals im Meßsignal mit aufzunehmen.

Systematische Effekte, die aufgrund der elektronischen Anordnung aus Abbildung 8.4 entstehen könnten, werden durch das in Abschnitt 8.2.2 beschriebene Vorgehen eliminiert.

Die eigentliche Messung besteht in der Aufnahme einer Zeitreihe, wie sie in Abbildung 8.5 wiedergegeben ist, einer Magnetfeldeichung und der Auswertung. Vor jeder Messung wird die μ -Metallabschirmung entmagnetisiert³ sowie Restfelder in allen drei Raumrichtungen mit Hilfe der Kompensationsspulen bestmöglich unterdrückt. Ein sehr effektives Vorgehen für eine optimale Kompensation wird in [Osp01] diskutiert.

8.2.1 Aufnahme von Zeitreihen

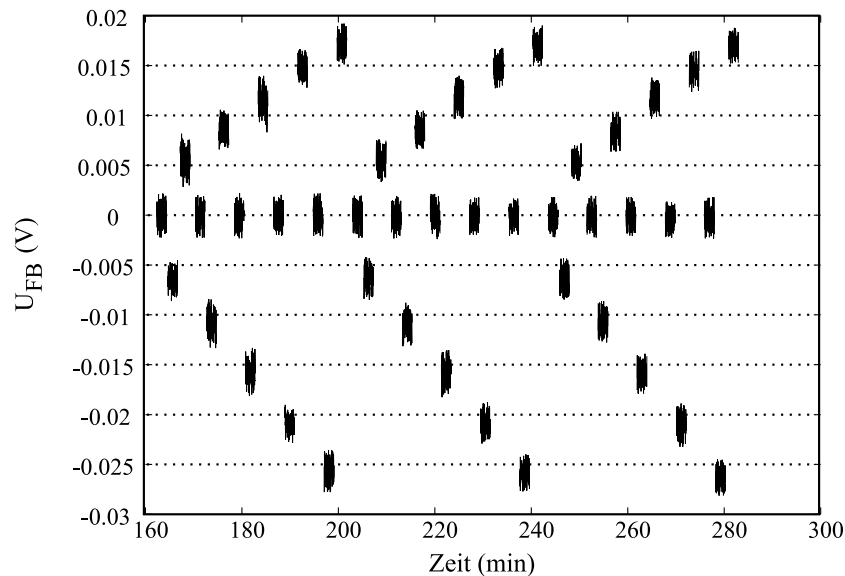


Abbildung 8.5: Ausschnitt aus einer Zeitreihe zur Messung der Tensorpolarisierbarkeit. Jede Teilspur besteht aus ca. 140 Meßpunkten. Man beachte die Asymmetrie der Signale für positive und negative Felder, durch welche sich der quadratische STARK-Effekt manifestiert.

Mit Hilfe des bei den Messungen aus Kapitel 7 benutzten Computerprogrammes werden voll automatisch die Steuerspannung U_{FB} , die angelegte Hochspannung und eine Markerspur aufgenommen. Letztere zeigt Werte von $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 5$ oder 6 V an, je nachdem, bei welcher Hochspannung $U \in \{5 \text{ kV}, 8 \text{ kV}, 12 \text{ kV}, 15 \text{ kV}, 18 \text{ kV}, 0 \text{ kV}\}$ die Messung erfolgt. Die Markerspur erlaubt wieder das automatische Auswerten der Zeitreihen.

Für diese fünf voreingestellten Werte der Hochspannung werden jeweils während 120 s eine

³Man beachte, hierbei den Stromtreiber von der Versorgungsspannung abzutrennen, damit keine Felder von den Kompensationsspulen während des Entmagnetisierens in der Tonne vorhanden sind.

Spur für $U = 0$, eine Spur für $+U$ und eine Spur für $-U$ aufgenommen. Die Meßdauer für jede der drei Teilmessungen (Teilspuren) wurde entsprechend dem Minimum der Allan-Varianz (Kurve (4) in Abbildung 6.3) gewählt. Die Gesamtdauer einer Meßreihe betrug typisch 10 Stunden. Wir haben hier stets die fünf möglichen Hochspannungen nacheinander durchlaufen, um Drifts und plötzliche, sprunghafte Signalveränderungen besser erkennen zu können und solche Messungen nicht mit in die Gesamtauswertung aufnehmen zu müssen. Eventuell auftretende Ausreißer bei jeder Teilspur, die ca. 140 Meßpunkte umfaßt, wurden, wie in Hochpräzisionsexperimenten üblich ([MDKLH89], [WCG⁺68], [CLV⁺01]), nicht berücksichtigt; die Auswerteroutine entfernt alle Meßpunkte, die um mehr als zwei Standardabweichungen vom Mittelwert einer jeden Stufe abweichen, da sie auf Störungen im Labor (z.B. Staub, der durch den Nachweislaserstrahl fliegt, knallende Türen etc.) beruhen und das Resultat unnötig verschlechtern würden. Hierdurch schneidet man, statistisch gesehen, 4.5% der Meßpunkte weg, wodurch man die typischer Weise bis zu vier Ausreißer bei jeder Teilspur eliminiert.

Einen Ausschnitt aus einer so bereinigten Zeitreihe sieht man in Abbildung 8.5, wo die Feedback-Spannung U_{FB} über der Zeit aufgetragen ist. Da dem quadratischen STARK-Effekt der in Kapitel 7 diskutierte AHARONOV-CASHER-Effekt und im allgemeinen ein konstanter Untergrund überlagert ist, kann man die Feedback-Spannung in Abhängigkeit der Hochspannung U in der Form

$$U_{FB}(U) = aU^2 + bU + c \quad (8.15)$$

schreiben. Mit Hilfe von Gleichung (8.15) sieht man leicht ein, daß sich der quadratische STARK-Effekt in einer Asymmetrie des Meßsignals $U_{FB}(U)$ um $U_{FB} = 0$ manifestiert.

8.2.2 Extrahieren von α_2

Für die Auswertungen wird jeweils ein Triplet, bestehend aus $U_{FB}(0)$, $U_{FB}(+U)$ und $U_{FB}(-U)$ ausgewertet, indem jeweils der Mittelwert einer jeden Teilspur, die aus ca. 140 Meßpunkten besteht, gebildet wird. Gleichung (8.15) legt es nahe, den Ausdruck

$$S(\overline{U}) = \frac{1}{2} ([U_{FB}(+U) - U_{FB}(0)] + [U_{FB}(-U) - U_{FB}(0)]) \quad (8.16)$$

für jedes Triplet in Abhängigkeit der mittleren Hochspannung

$$\overline{U} = \frac{1}{2} [(+U) - (-U)] \quad (8.17)$$

auszuwerten, wodurch eventuelle Nullpunktsdrifts die Auswertung nicht negativ beeinflussen. Faßt man dann für jeden der fünf Hochspannungswerte die nach (8.16) berechneten Werte zu einem Mittelwert $\langle S \rangle$ sowie die nach (8.17) ermittelten Werte zu einem Mittelwert $\langle \overline{U} \rangle$ zusammen und trägt

$$\langle S(\langle \overline{U} \rangle) \rangle \equiv a \langle \overline{U} \rangle^2 \quad (8.18)$$

über $\langle \overline{U} \rangle$ auf, so kann man den Parameter a mit Hilfe einer quadratischen Kurvenanpassung ermitteln. Dies ist in Abbildung 8.6 für eine typische Messung zum quadratischen STARK-Effekt an Cäsium mit der in dieser Arbeit verwendeten Technik dargestellt.

In Abbildung 8.7 sind die Werte für a aus den fünf besten Meßreihen (Runs) zusammen mit ihrem gewichteten Mittelwert dargestellt. Die Fehler spiegeln lediglich den statistischen Fehler wider; wir erhalten als experimentellen Mittelwert

$$\overline{a_{exp}} = -1.3396(91) \cdot 10^{-11} \frac{V}{V^2}. \quad (8.19)$$

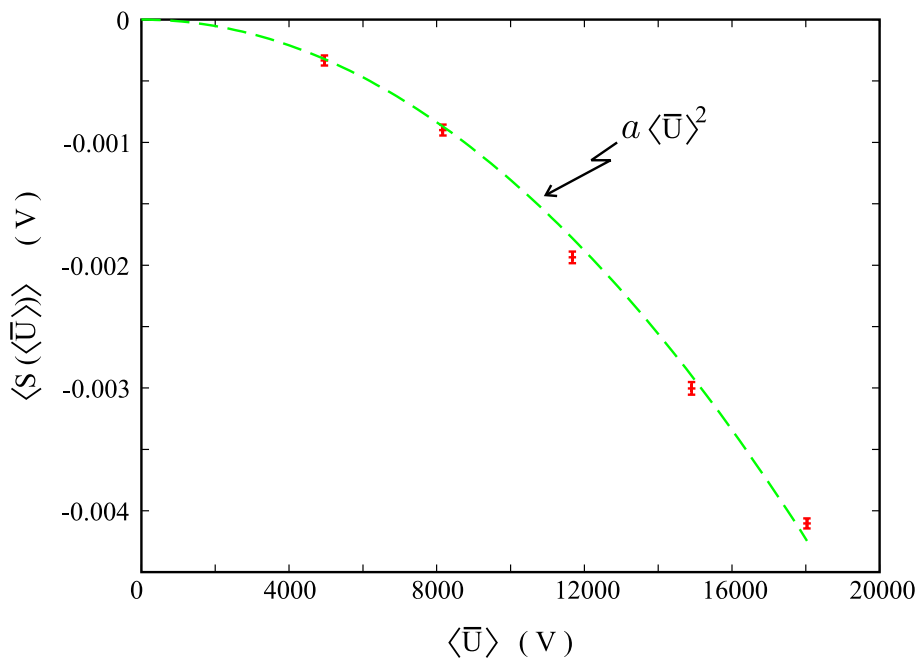


Abbildung 8.6: Eine typische Auswertung von Messungen zum quadratischen STARK-Effekt an Cäsium mit der in dieser Arbeit verwendeten Technik. Der in (8.18) definierte Ausdruck wird über der mittleren Hochspannung $\langle \bar{U} \rangle$ aufgetragen, so daß eine quadratische Kurvenanpassung den Parameter a liefert.

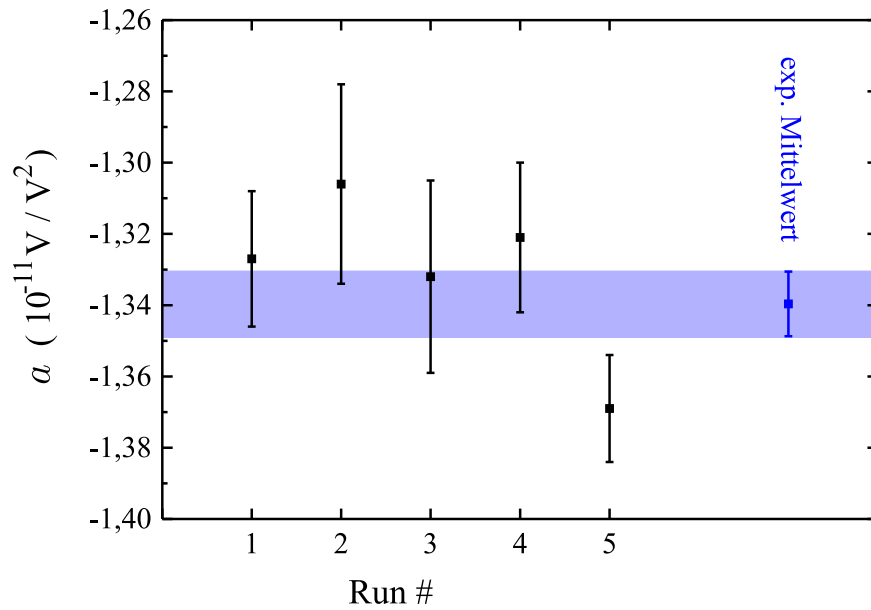


Abbildung 8.7: Zusammenstellung des Parameters a aus der quadratischen Kurvenanpassung gemäß Gleichung (8.18) für die fünf besten Meßreihen (Runs) zusammen mit dem gewichteten Mittelwert.

Wie kann man nun aus a einen Wert für die Tensorpolarisierbarkeit α_2 ermitteln?

Berücksichtigt man in Gleichung (8.8), daß das angelegte Kompensations- B -Feld im allgemeinen nicht homogen ist, so muß man analog zu Gleichung (7.2) wieder zu einem Ausdruck der Form

$$\phi_B = \frac{\gamma_G}{v_0} \int_0^L B \, dl \equiv \frac{\gamma_G}{v_0} \mathcal{C}_B U_{FB} \quad (8.20)$$

übergehen. Die hier auftretende Eichgröße \mathcal{C}_B ermöglicht die Berechnung von $\int_0^L B \, dl$, wenn man die Feedback-Spannung U_{FB} kennt. Kennt man die Ofentemperatur und damit v_0 , so kann man mit den in Anhang G.2 hergeleiteten Werten für die erste Nebennullstelle $\phi_B^{li/re}$ links bzw. rechts vom zentralen Nulldurchgang (siehe Gleichung (G.8)) des RAMSEY-Musters in Abbildung G.3 (rechts) einen Wert für

$$\mathcal{C}_B = \frac{v_0}{\gamma_G} \frac{\phi_B^{li/re}}{U_{FB}^{li/re}} = \frac{\int_0^L B \, dl}{U_{FB}} \quad (8.21)$$

bestimmen, wenn $U_{FB}^{li/re}$ die Feedback-Spannung ist, die man benötigt, um auf den linken/rechten Nebennulldurchgang zu stabilisieren⁴. Die Eichgröße \mathcal{C}_B wurde nach jeder Messung aus Abschnitt 8.2.1 neu bestimmt, indem man - ohne E -Feld - die beiden interessierenden Feedback-Spannungen abwechselnd zehnmal über eine Dauer von jeweils 120 s pro Nulldurchgang mit Hilfe des Dataloggers aufgenommen hat.

Den Ausdruck aus Gleichung (8.6) wollen wir ebenfalls umschreiben in

$$\phi_2 = \frac{\eta}{v_0} \mathcal{C}_E U^2. \quad (8.22)$$

Hierin bezeichnen

$$\eta = -\frac{3}{2} \frac{\alpha_2}{\hbar I (2I + 1)} \quad (8.23)$$

und

$$\mathcal{C}_E = \frac{\int_0^L E^2 \, dl}{U^2} = 34.01(20) \, \text{cm}^{-1} \quad (8.24)$$

die in Kapitel 7 ermittelte Größe, die wir als Eichkonstante auffassen können.

Aus den Gleichungen (8.20), (8.22) und (8.10) können wir nun die Beziehung

$$\frac{\phi_B}{\phi_2} = \frac{\gamma_G \mathcal{C}_B}{\eta \mathcal{C}_E} \frac{U_{FB}}{U^2} = (1 - 2F) \cos \theta \quad (8.25)$$

ableiten. Die hierin auftretende Größe $\frac{U_{FB}}{U^2}$ ist gerade der Parameter a für die Kurvenanpassung aus (8.18). Also liefert Gleichung (8.25) die letzte Relation, die man benötigt, um α_2 mit Hilfe der experimentellen Meß- bzw. Eichgrößen zu bestimmen, nämlich

$$a \equiv \frac{U_{FB}}{U^2} = (1 - 2F) \cos \theta \frac{\eta \mathcal{C}_E}{\gamma_G \mathcal{C}_B}. \quad (8.26)$$

Wenn wir η aus Gleichung (8.23) wieder explizit in Gleichung (8.26) einsetzen und nach α_2 auflösen, erhalten wir

$$\alpha_2 = -\frac{2}{3} a \gamma_G \frac{\hbar I (2I + 1)}{(1 - 2F) \cos \theta} \frac{\mathcal{C}_B}{\mathcal{C}_E}. \quad (8.27)$$

⁴Man beachte, daß man lediglich am PID-Regler das Eingangssignal invertieren muß, um diesen Eichvorgang durchführen zu können.

Dividiert man Gleichung (8.27) durch das PLANCK'sche Wirkungsquantum h und benutzt die Einheiten

$$[a] = \frac{\text{V}}{\text{V}^2}, \quad \left[\frac{\gamma_G}{2\pi}\right] = \frac{\text{kHz}}{\text{G}}, \quad [\mathcal{C}_B] = \frac{\text{G cm}}{\text{V}} \quad \text{sowie} \quad [\mathcal{C}_E] = \frac{1}{\text{cm}},$$

so erhält man α_2 direkt in der nützlichen Einheit

$$\frac{\text{kHz}}{\left(\frac{\text{V}}{\text{cm}}\right)^2}.$$

An dieser Stelle sei betont, daß weder die Länge der Elektroden, noch der Abstand L zwischen Pump- und Nachweisregion, der nur schwer und sehr ungenau bestimmt werden kann, in das Resultat (8.27) eingehen! Neben den Unsicherheiten der explizit in (8.27) auftretenden Größen gibt es aber noch weitere Parameter, deren Einfluß auf das Signal und damit auf den Wert für α_2 es zu untersuchen gilt. Dies wird im folgenden Abschnitt diskutiert.

8.3 Untersuchung der systematischen Effekte

8.3.1 Abhängigkeit des Signals von der Pumprate

Ein wichtiger Aspekt ist, daß der Wert, den man aus den experimentellen Daten für α_2 ermittelt, über einen weiten Bereich möglichst unabhängig von der Intensität des Pumplichtes ist. Zwar wird im Experiment eine Leistungsstabilisierung verwendet, wie sie in Abschnitt 3.2.6 beschrieben ist, aber dennoch muß man sicher sein, daß man im Bereich gesättigter Signale arbeitet.

Daher wurde sowohl theoretisch (siehe Abbildung 8.8) als auch experimentell (siehe Abbildung 8.9) der Einfluß der Pumprate auf das Meßsignal überprüft.

Theoretische Untersuchung

Die zur Signalanalyse benutzte Beziehung (8.9) wurde in Anhang F unter der Annahme hergeleitet, daß nur das Niveau $|F, m = F\rangle$ besetzt ist. Daher muß man dies auch im Experiment sicherstellen.

Da wir bei dem hier vorgestellten Experiment und bei der getroffenen Wahl der Koordinaten (siehe Abbildung 8.2) keine Kohärenzen haben, kann man das Gesamtsignal $S_{\text{gesamt}}(q)$, das von der Polarisation q des Nachweislichtes abhängt, mit der folgenden Beziehung berechnen:

$$S_{\text{gesamt}}(q) = \sum_{F,m} \rho_{F,m} S_{\text{indiv}}^{F,m}(q). \quad (8.28)$$

Hierin bezeichnen $F = F_g$ und $S_{\text{indiv}}^{F,m}(q)$ die Einzelsignale aus Tabelle F.1 bzw. F.2, die man erwartet, wenn nur ein m -Unterniveau präpariert wurde. Mit $\rho_{F,m}$ werden die Populationen eines jeden m -Unterszustandes bezeichnet, die man durch optisches Pumpen mit σ^+ -Licht erhält. Letztere kann man mit den in Abschnitt 2.3.2 beschriebenen Ratengleichungen ermitteln, wenn man in der zugehörigen Mathematica-Simulation $q = 1$ setzt und den Übergang $|F_g = 3\rangle \rightarrow |F_e = 2\rangle$ bzw. $|F_g = 4\rangle \rightarrow |F_e = 5\rangle$ wählt. In Abbildung 8.8 werden für den Fall, daß die Atome mit σ^+ -Licht auf dem Übergang $|F_g = 3\rangle \rightarrow |F_e = 2\rangle$ bzw. $|F_g = 4\rangle \rightarrow |F_e = 5\rangle$ präpariert wurden, der Verlauf von

$$\mathcal{G} = \frac{\phi_B}{\phi_2 \cos \theta}, \quad (8.29)$$

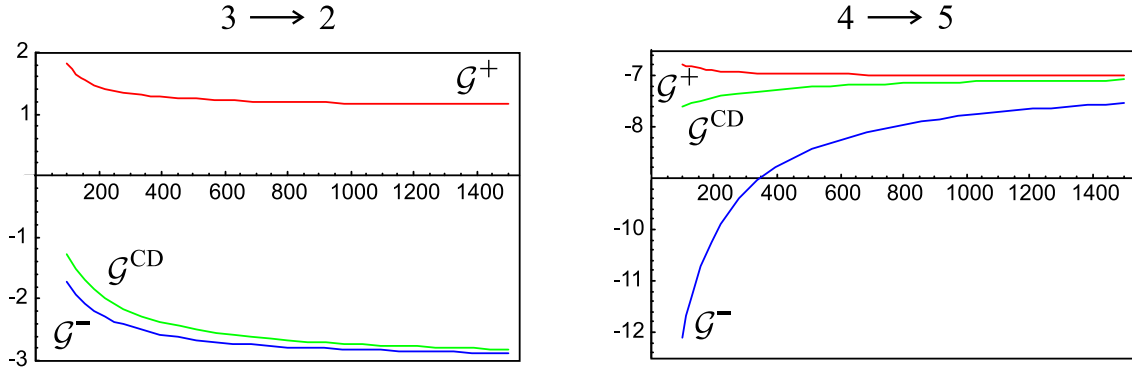


Abbildung 8.8: Verlauf für $G^{+,-,CD}$ aus Gleichung (8.29) in Abhängigkeit der Anzahl Pumpzyklen bei der Präparation des atomaren Ensembles mit σ^+ -Licht für Pumpen und Nachweisen auf dem Übergang $|F_g = 3\rangle \rightarrow |F_e = 2\rangle$ (links) bzw. $|F_g = 4\rangle \rightarrow |F_e = 5\rangle$ (rechts).

den man aus einem Absorptionssignal für σ^+ -Licht, für σ^- -Licht oder einem Signal für den zirkularen Dichroismus (CD) erhält, in Abhängigkeit von der Pumprate skizziert. Die Größe \mathcal{G} aus (8.29) kann man als Verstärkungsfaktor interpretieren.

Die Bilder zeigen sehr deutlich, daß man dann weitestgehend unabhängig von der Intensität des Pump lasers ist, wenn man bei einigen hundert Pumpzyklen arbeitet. Auf dem Übergang $|F_g = 3\rangle \rightarrow |F_e = 2\rangle$ ist es vorteilhaft, mit σ^+ -Licht zu pumpen und mit σ^- -Licht zu detektieren, wohingegen es bei Pumpen mit σ^+ -Licht auf dem ($|F_g = 4\rangle \rightarrow |F_e = 5\rangle$)-Übergang vorteilhaft ist, mit σ^+ -Licht zu detektieren.

Für den Übergang $|F_g = 4\rangle \rightarrow |F_e = 5\rangle$ wollen wir mit einem Zahlenbeispiel zeigen, daß schon bei etwa 600 Pumpzyklen mit σ^+ -Licht und einem Nachweis mit σ^+ -Licht das Meßsignal über einen weiten Bereich unabhängig von der Pumpintensität ist:

$$\frac{\mathcal{G}^+(1250)}{\mathcal{G}^+(625)} = 0.1 \% \quad \text{oder} \quad \frac{\mathcal{G}^+(625)}{\mathcal{G}^+(300)} = 0.5 \% .$$

Dahingegen liegen die relativen Änderungen von $\mathcal{G}^{-,CD}$ bei den hier betrachteten Pumpintensitäten im Bereich von 2 – 13 %.

Experimentelle Untersuchung

Da die theoretischen Vorüberlegungen besagen, daß wir im Rahmen von Sub-Prozent-Fehlern unabhängig von der Pumpintensität sind, wenn wir mit mehr als 1250 Pumpzyklen arbeiten, haben wir einen auf ca. 1 cm Durchmesser aufgeweiteten Laserstrahl mit typisch 840 μ W Leistung benutzt, was ca. 6000 Pumpzyklen entspricht, also auf der sicheren Seite liegt. Um aber auch empirisch zu sehen, ab welcher Leistung das Signal bzw. der Wert für a aus Gleichung (8.18) eine signifikante Änderung erleidet, wurden Messungen für verschiedene Pumpleistungen durchgeführt, die in Abbildung 8.9 zusammengefaßt sind. Man sieht, daß zuverlässige Messungen unterhalb einer Pumpleistung von 100 μ W nicht möglich sind. Da diese Untersuchungen zu Beginn der Studien zur Tensorpolarisierbarkeit durchgeführt wurden, weicht der numerische Wert für a von dem in (8.19) angegebenen ab; hier waren die Restfelder noch nicht hinreichend gut kompensiert. Jedoch bleibt der Befund, daß wir unabhängig von der eingestrahnten Pumplaserleistung sind, davon unberührt.

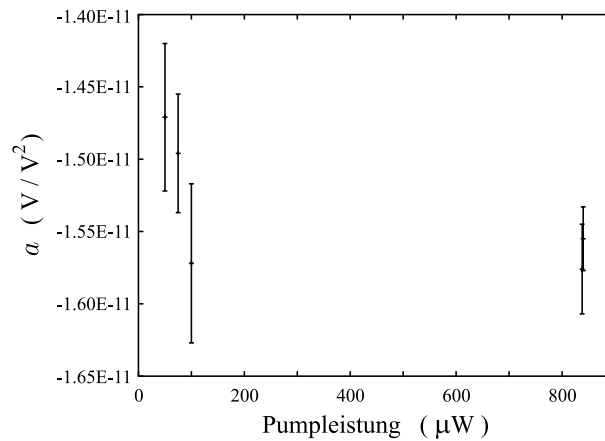


Abbildung 8.9: Abhängigkeit des Wertes für a aus Gleichung (8.18) von der Leistung des aufgeweiteten Pumplaserstrahles.

8.3.2 Abhängigkeit des Signals von der Intensität des Nachweislichtes

Verwendet man zum Nachweis einen Laserstrahl, dessen Intensität zu hoch ist, so kann dies das Meßergebnis verfälschen. Es kann dann nämlich vorkommen, daß in der Nachweisregion optisches Pumpen auftritt; die zu detektierenden Besetzungszahlen würden modifiziert und nicht nur abgefragt. Daher wurde experimentell eine Messung bei der üblichen Leistung des Nachweislaserstrahles von $3.5 \mu\text{W}$ (Messungen Nr. 1 und 5 in Abbildung 8.10) und eine Messung bei einer Leistung des Nachweislaserstrahles von $2.1 \mu\text{W}$ (Messung Nr. 2 in Abbildung 8.10) durchgeführt. Innerhalb der Fehler sieht man eine sehr gute Übereinstimmung.

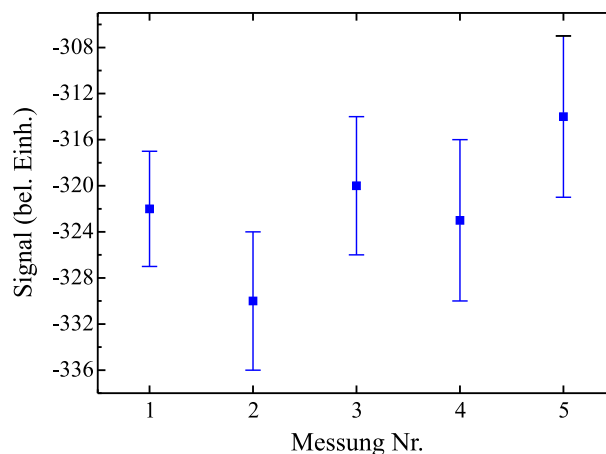


Abbildung 8.10: Vergleich von Messungen, die unter den Standardbedingungen durchgeführt wurden (1 und 5) mit Messungen, die bei verringerter Nachweisintensität (2) oder dejustierter $\lambda/4$ -Platte im Nachweis-(3) bzw. Pumplaserstrahl (4) durchgeführt wurden.

8.3.3 Abhängigkeit des Signals vom Grad der Zirkularpolarisation des Pump- und Nachweislichtes

Um ausschließen zu können, daß die Güte und Justage der Wellenplatten unsere Messungen negativ beeinflussen, haben wir Messungen bei um 5° aus der optimalen Stellung verdrehten $\lambda/4$ -Platten des Nachweis- bzw. des Pumpplaserstrahles mit jeweils direkt anschließender B -Feldeichung durchgeführt. Die Ergebnisse sind in Abbildung 8.10 bei Messung Nummer 3 bzw. 4 eingetragen. Auch hier sieht man keinen negativen Einfluß auf das Meßsignal. Dennoch wurden bei den Messungen mit zirkular polarisiertem Licht anstatt der Polarisatoren (siehe Kapitel 7) die $\lambda/4$ -Platten in Hochpräzisionsfassungen montiert, um eine bestmögliche Justage zu gewährleisten.

8.3.4 Abhängigkeit des Resultats vom Winkel θ_E

In die Auswertung gemäß Gleichung (8.27) geht der Winkel

$$\theta = \theta_E = \angle(\vec{E}, \vec{k})$$

empfindlich ein. Dies wird anhand von Abbildung 8.11 verdeutlicht. Sie zeigt das Ergebnis einer Messung, wenn man $\theta = 50.1^\circ$ zugrundelegt im Vergleich mit Auswertungen derselben Messung, wenn man $\theta = 48^\circ, 49^\circ, 51^\circ$ oder 52° zugrundelegen würde. Eine Unsicherheit von 2° würde einen systematischen Fehler im Endergebnis von etwa 4% bewirken! Daher ist es wichtig, den Winkel θ_E sehr genau zu bestimmen.

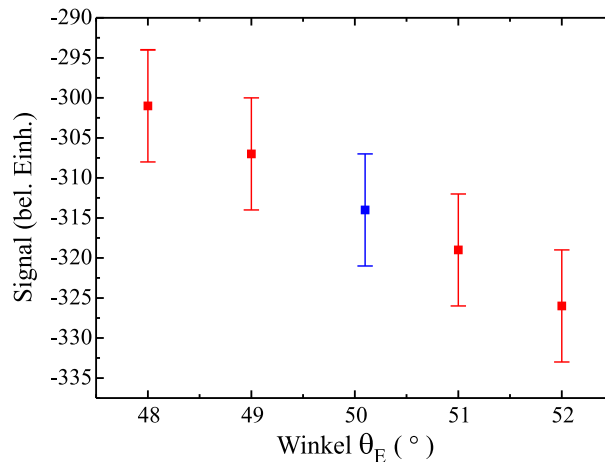
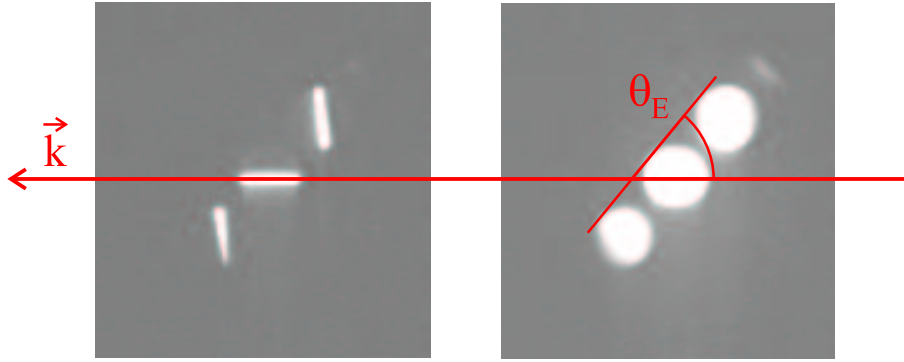


Abbildung 8.11: Empfindlichkeit des Meßsignals auf Unsicherheiten von θ_E . Bei $\theta_E = 50.1^\circ$ ist der korrekt ausgewertete Punkt eingezeichnet.

Das hierfür benutzte Verfahren soll im folgenden diskutiert werden:

Die auf Hochglanz polierten Elektroden reflektieren das Fluoreszenzlicht aus der Pumpregion. Daher kann man, wie in Abbildung 3.1 angedeutet, mit einer CCD-Kamera entgegen der Flugrichtung des Atomstrahles in die Apparatur schauen und jeweils ein Bild für einen dünnen (Abbildung 8.12 links) und einen aufgeweiteten (Abbildung 8.12 rechts) Pumpplaserstrahl aufnehmen. Im ersten Fall erhält man die Richtung von \vec{k} , bezüglich der man die Richtung

Abbildung 8.12: Skizze zur Bestimmung des Winkels θ_E mit Hilfe von CCD-Kameraaufnahmen.

von \vec{E} im zweiten Schritt bestimmen kann, wenn man an die beiden äußeren Reflexe, die in einer Ebene senkrecht zur Beobachtungsrichtung liegen, eine Tangente anlegt. Die gesamte Auswertung kann man sehr vorteilhaft mit Hilfe von AUTOCAD durchführen. Dazu legt man jeweils das Kamerabild als BMP-Datei in den Hintergrund und zeichnet mehrmals Linien ein, wie sie in Abbildung 8.12 skizziert sind. Aus den erhaltenen Winkeln⁵ kann man dann einen Mittelwert samt Fehler errechnen. Hilfreich ist hierbei, den Kontrast der Kamerabilder so zu wählen, daß man im Falle des dünnen Laserstrahls lediglich noch eine Pixelzeile auf dem Chip sieht.

Wir kamen zu dem Befund, daß mit dieser Methode der Winkel θ_E auf besser als 0.5° bestimmt werden kann:

$$\boxed{\theta_E = 50.1 (5)^\circ \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{\cos \theta_E} = 1.559 (16)} \quad (8.30)$$

8.3.5 Abhängigkeit des Signals vom Winkel zwischen E - und B -Feld

Bislang waren wir stets davon ausgegangen, daß die Bedingung $\theta = \theta_B = \theta_E$ aus Gleichung (8.5) erfüllt ist. Aus historischen Gründen erlaubt der bestehende Aufbau jedoch nur die Addition zweier senkrecht aufeinander stehender Magnetfelder (B_H und B_V) zu einem resultierenden Feld $B = B_{tot}$, das unter dem Winkel θ_B steht. Somit ist nicht auszuschließen, daß

$$\theta_{E,B} \equiv \theta_E - \theta_B \equiv \angle(\vec{E}, \vec{B}) \neq 0 \quad (8.31)$$

gilt.

Wegen der Nichtkommutativität von Drehungen ist die theoretische Modellierung der Abhängigkeit des Signals vom Winkel zwischen E - und B -Feld sehr schwierig und sehr aufwendig. Daher wurde lediglich eine experimentelle Untersuchung durchgeführt, die im folgenden erläutert wird:

Damit wir die Abhängigkeit des Endresultates für α_2 aus Gleichung (8.27) von θ_B sehen, müssen wir die Eichgröße \mathcal{C}_B aus Gleichung (8.21) für das Feld $B = B_{tot}$ in Abhängigkeit des Winkels θ_B schreiben:

$$\mathcal{C}_B = \frac{\int_0^L B dl}{U_{FB}} = \frac{1}{U_V} \int_0^L \frac{B_V}{\sin \theta_B} dl = c_1 \cdot \frac{1}{\sin \theta_B}. \quad (8.32)$$

⁵Die hinreichend winkeltreue Abbildung des Kameraobjektives wurde separat überprüft.

Hierin ist c_1 eine geeignete Konstante, in welche die Spuleneichung aus Tabelle 3.1 eingeht; ferner wurde $U_{FB} \equiv U_V$ aus (8.14) benutzt. Somit erhalten wir aus Gleichung (8.27)

$$\alpha_2 = -\frac{2}{3} a \gamma_G \frac{\hbar I (2I + 1)}{(1 - 2F) \cos \theta_E} \frac{\mathcal{C}_B}{\mathcal{C}_E} = c_2 \cdot \frac{-a}{\sin \theta_B}, \quad (8.33)$$

wobei c_2 wieder eine geeignete Konstante ist und \mathcal{C}_B aus (8.32) eingesetzt wurde. Wir müssen folglich untersuchen, wie sich der Term $\frac{-a}{\sin \theta_B}$ in Abhängigkeit von θ_B bzw. in Abhängigkeit von $\theta_{E,B}$ aus Gleichung (8.31) ändert.

Dazu wurde der Parameter a aus Gleichung (8.18), wie in Abschnitt 8.2 beschrieben, für

$$\frac{U_V}{U_H} \in \{1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 1.6, 1.7\},$$

was $-4^\circ < \theta_{E,B} < 9^\circ$ entspricht, bestimmt. Hierbei kann man das Verhältnis $\frac{U_V}{U_H}$ auf besser als 0.1% einstellen.

Trägt man nun $\frac{-a}{\sin \theta_B}$ über $\theta_{E,B}$ auf (siehe Abbildung 8.13), so kann man in dem für unsere Messungen relevanten Bereich eine Gerade an die Meßpunkte legen, aus deren Steigung man eine Unsicherheit für $\frac{-a}{\sin \theta_B}$ von 3% pro Grad erhält. Nehmen wir aufgrund von Unsicherheiten in der Spuleneichung und der Lage des horizontalen Magnetfeldes relativ zu \vec{k} einen Winkel $\theta_{E,B} = \pm 2.5^\circ$ an, so erhält man

$$\left(\frac{\Delta a}{a} \right)_{\theta_{E,B}} = \frac{\Delta \left(\frac{-a}{\sin \theta_B} \right)}{\frac{-a}{\sin \theta_B}} = 7.5 \% . \quad (8.34)$$

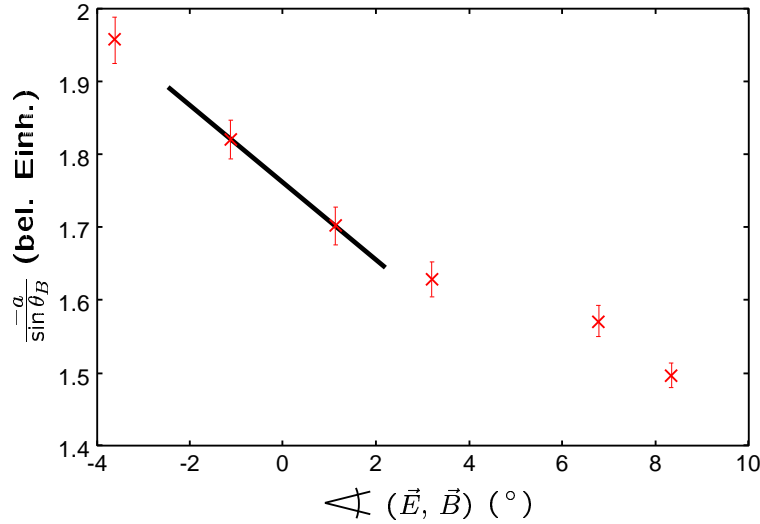


Abbildung 8.13: Abhängigkeit des Ausdrucks $\frac{-a}{\sin \theta_B}$ aus Gleichung (8.33) vom Winkel zwischen E - und B -Feld.

Wenngleich dies die wichtigste Fehlerquelle bei der quantitativen Bestimmung von α_2 ist, so ist es aber auch die Fehlerquelle, die man am leichtesten eliminieren kann. Man muß lediglich ein Spulenpaar, dessen Magnetfeld parallel zu dem elektrischen Feld steht, mit in das Strahlrohr einbauen. Dies wird bei der neuen Spulen-/Elektrodenhalterung, wie sie in Anhang H beschrieben wird, verwirklicht. Leider konnte sie für die in der vorliegenden Arbeit beschriebenen Messungen noch nicht eingesetzt werden.

8.3.6 Unsicherheiten bei der Magnetfeldeichung

Der in Abschnitt 8.3.5 diskutierte große Fehler für a (siehe (8.34)) kann verringert werden, wenn es gelingt, eine präzise Eichung der Spulenpaare mit Hilfe des RAMSEY-Musters zu machen. Hierzu geht man davon aus, daß man das resultierende B -Feld in Abhängigkeit der Steuerspannungen U_V bzw. U_H und geeigneten Eichfaktoren c_V bzw. c_H für das vertikale bzw. horizontale Spulenpaar darstellen kann:

$$B^2 = B_{tot}^2 = (c_V \cdot U_V)^2 + (c_H \cdot U_H)^2. \quad (8.35)$$

In die Eichfaktoren c_V und c_H gehen wieder die unterschiedlichen Eichfaktoren aus Tabelle 3.1 für das vertikale und das horizontale Spulenpaar ein. Diese sind dafür verantwortlich, daß man die Bedingung

$$\frac{U_V}{U_H} = 1.249 \quad \Longleftrightarrow \quad \theta_B = 50^\circ$$

erhält. Anhand von Gleichung (8.35) erwartet man eine lineare Abhängigkeit zwischen \mathcal{C}_B^2 (siehe Gleichung (8.21)) und $\frac{U_H^2}{U_V^2}$. Dieser Zusammenhang wurde experimentell für

$$0 < \frac{U_H}{U_V} < 1.6 \quad \text{bzw.} \quad 0 < \left(\frac{U_H}{U_V} \right)^2 < 2.56$$

ermittelt. Dies entspricht etwa einem Bereich

$$90^\circ > \theta_B > 31^\circ.$$

In Abbildung 8.14 ist das Ergebnis dieser Messung dargestellt. Da der Kurvenverlauf im uns interessierenden Bereich stark von einer Geraden abweicht, wollen wir darauf verzichten, eine Eichung zu extrahieren.

Mögliche Gründe für dieses Problem sind

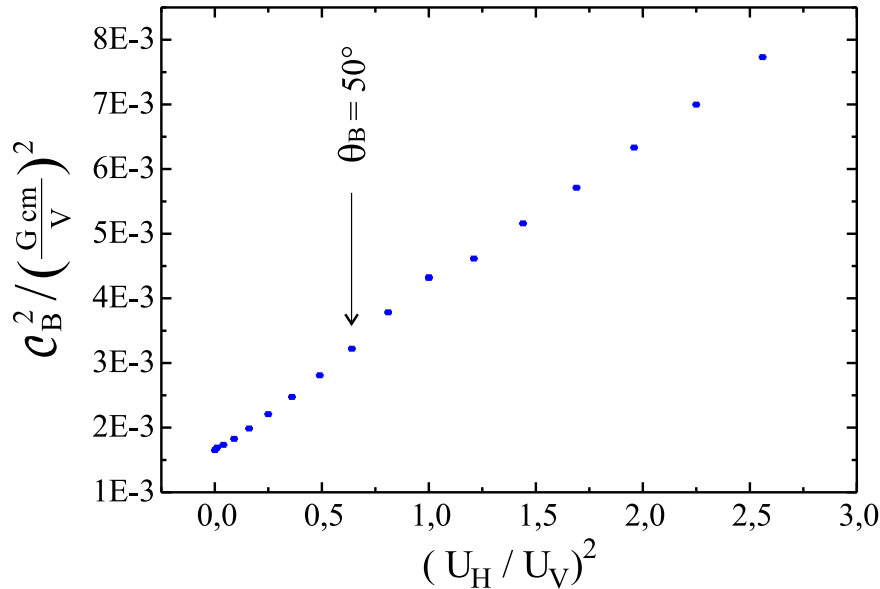


Abbildung 8.14: Abhängigkeit des Eichfaktors \mathcal{C}_B von $\frac{U_H}{U_V}$ für $U_{Mod} = 200 mV_{pp}$.

- Feldinhomogenitäten der beiden Spulenpaare und residuelle Magnetfelder innerhalb der Wechselwirkungsregion, die dazu führen können, daß sich die Richtung des eingestellten Feldes B_{tot} längs der Flugrichtung der Atome ändert, was eine Torkelbewegung der Spins verursacht. Da man bei der hier geschilderten Untersuchung θ_B variiert, kann dieser Effekt für verschiedene Werte von θ_B unterschiedlich sein.
- die Modulation des Magnetfeldes, welche diese Effekte dadurch verstärken kann, daß neben der Amplitude von B_{tot} auch dessen Richtung moduliert wird.
- die Modulationsamplitude, die zu einer Abweichung des mit einem Lock-In Verstärker demodulierten Absorptionssignals von dessen Ableitung führen kann.

Um die beiden letzten Punkte zu überprüfen, wurden die im folgenden Abschnitt beschriebenen Untersuchungen durchgeführt.

Abhängigkeit der Magnetfeldeichung von der Modulationsamplitude

Die in Gleichung (8.21) definierte Größe \mathcal{C}_B beinhaltet einen experimentellen Wert für die Position des linken/rechten Nebennulldurchgangs der RAMSEY-Struktur gemäß Gleichung (G.6). Da das Signal für S_{RAM}^κ , wie es in Abbildung G.3 links dargestellt ist, eine starke Asymmetrie an den Minima aufweist, muß die Modulationsamplitude für die B-Feldmodulation sehr klein gewählt werden, damit das Ausgangssignal des Lock-In Verstärkers mit der nach (G.6) berechneten Ableitung übereinstimmt (siehe Abbildung G.3 rechts).

Aus diesem Grund wurden Zeitreihen zu Bestimmung von $U_{FB}^{li/re}$ für verschiedene Modulationsamplituden aufgenommen. In Abbildung 8.15 ist \mathcal{C}_B in Abhängigkeit von U_{Mod} für $\frac{U_V}{U_H} = 1.249$ dargestellt.

Man sieht für Modulationsamplituden, die größer als 150 mV_{pp} sind, eine sehr starke Abhängigkeit des Eichfaktors \mathcal{C}_B von U_{Mod} . Andererseits wird das Signal für Modulationsamplituden, die kleiner als 100 mV_{pp} sind, sehr verrauscht, was sich in dem deutlich größeren statistischen Fehler

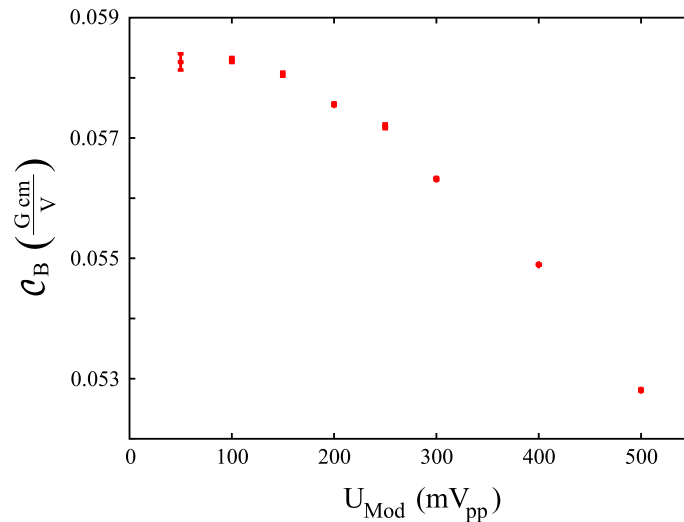


Abbildung 8.15: Abhängigkeit des Eichfaktors \mathcal{C}_B von U_{Mod} für $\frac{U_V}{U_H} = 1.249$.

des Meßpunktes bei 50 mV_{pp} in Abbildung 8.15 widerspiegelt.

Die Messungen von α_2 wurden zwar bei einer Modulationsamplitude⁶ von

$$U_{Mod}^{exp} = 200 \text{ mV}_{pp} \hat{\approx} \pm 200 \mu\text{G} \approx \pm 0.6 B_0^{zirk}$$

durchgeführt, wobei die Breite des zentralen RAMSEY-Streifens gerade $2 B_0^{zirk}$ beträgt (siehe Abschnitt G.2 und Abbildung G.3). Der Wert für \mathcal{C}_B muß jedoch auf $U_{Mod} = 100 \text{ mV}_{pp}$ zurückgerechnet werden, was dem unverfälschten, aber nicht meßbaren Wert bei $U_{Mod} = 0$ entspricht:

$$\boxed{\mathcal{C}_B = 0.05828 (4) \frac{\text{G cm}}{\text{V}}}. \quad (8.36)$$

Hierdurch braucht man nur den statistischen Fehler $\left(\frac{\Delta \mathcal{C}_B}{\mathcal{C}_B}\right)_{stat}$, der im Promillbereich liegt, zu berücksichtigen; andernfalls müßte man einen systematischen Fehler von fast 2% in die Auswertung einfließen lassen.

Diese Abhängigkeit zwischen \mathcal{C}_B und U_{Mod} war ein weiterer Grund, die B -Feldeichung nicht mit Hilfe der Meßdaten aus Abbildung 8.14 durchzuführen.

Abhängigkeit der Magnetfeldeichung von der Ofentemperatur

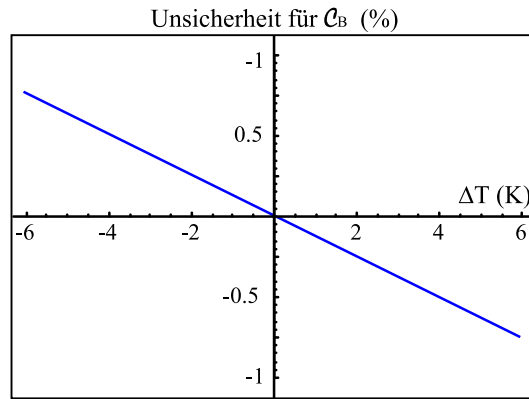


Abbildung 8.16: Abhängigkeit des Eichfaktors \mathcal{C}_B aus Gleichung (8.21) von Temperaturschwankungen ΔT bei einer Ofentemperatur von $T = 398 \text{ K}$.

Die in dieser Arbeit benutzte Methode, um \mathcal{C}_B aus Gleichung (8.21) zu bestimmen, hat auf den ersten Blick den Nachteil, daß Schwankungen in der Ofentemperatur während der 10-12 stündigen Messungen und der anschließenden Magnetfeldeichung das Resultat negativ beeinflussen. Diese Befürchtung kann man jedoch abschwächen, da die Ofentemperatur (typisch 125° bzw. 398 K) in der Regel um weniger als $\pm 2 \text{ K}$ schwankt. Somit erhält man wegen

$$\mathcal{C}_B \equiv \mathcal{C}_B(T) \propto v_0 \propto \sqrt{T}$$

eine relative Änderung von

$$\boxed{\left(\frac{\Delta \mathcal{C}_B}{\mathcal{C}_B}\right)_{\Delta T_{Ofen}} = 0.25\%}. \quad (8.37)$$

⁶Für das horizontale und das vertikale Spulenpaar wurden die Widerstände $R12$ und $R13$ aus in Abbildung C.3 auf $2 \text{ k}\Omega$ gesetzt. Dies hatte zur Folge, daß zwar die komplette RAMSEY-Struktur durchgefahren werden konnte; das Einstellen der vertikalen Kompensationsfelder wurde allerdings erschwert. Wenn die neu konstruierte Spulen-/Elektrodenanordnung benutzt wird, kann man $R12 = R13 = 40 \text{ k}\Omega$ verwenden, da dann die Spulen außerhalb des Flugrohres nicht mehr für Scans benutzt werden.

8.4 Endresultat für α_2

Abschließend sollen alle Messungen einschließlich aller Fehler den mit Hilfe von Gleichung (8.4) korrigierten Resultaten aus [GLW69] gegenübergestellt werden.

Die Ergebnisse sind in Abbildung 8.17 dargestellt.

An dieser Stelle sollen nochmals alle untersuchten Fehlerquellen und ihr Einfluß auf den mit Hilfe von

$$\alpha_2 = -\frac{2}{3} a \gamma_G \frac{\hbar I (2I+1)}{(1-2F) \cos \theta_E} \frac{\mathcal{C}_B}{\mathcal{C}_E}$$

aus Gleichung (8.27) berechneten Wert für α_2 zusammengefaßt werden:

Zusammenstellung der im Endergebnis berücksichtigten systematischen Fehler:

Der gesamte systematische Fehler $(\Delta\alpha_2)^{sys}$ setzt sich aus den Beiträgen

$$\frac{\Delta\mathcal{C}_E}{\mathcal{C}_E} = 0.006 \quad (\text{siehe (8.24)}),$$

$$\frac{\Delta\left(\frac{1}{\cos \theta_E}\right)}{\frac{1}{\cos \theta_E}} = 0.010 \quad (\text{siehe (8.30)}),$$

$$\left(\frac{\Delta a}{a}\right)_{\theta_{E,B}} = 0.075 \quad (\text{siehe (8.34)})$$

und

$$\left(\frac{\Delta\mathcal{C}_B}{\mathcal{C}_B}\right)_{\Delta T_{Ofen}} = 0.0025 \quad (\text{siehe (8.37)})$$

zusammen:

$$\frac{(\Delta\alpha_2)^{sys}}{\alpha_2^{exp}} = \sqrt{\left(\frac{\Delta\mathcal{C}_E}{\mathcal{C}_E}\right)^2 + \left(\frac{\Delta\left(\frac{1}{\cos \theta_E}\right)}{\frac{1}{\cos \theta_E}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta a}{a}\right)_{\theta_{E,B}}^2 + \left(\frac{\Delta\mathcal{C}_B}{\mathcal{C}_B}\right)_{\Delta T_{Ofen}}^2} = 7.6 \% . \quad (8.38)$$

Hier bezeichnet nun

$$\alpha_2^{exp} = -\frac{2}{3} 1000 \overline{a_{exp}} \frac{\gamma_G}{2\pi} \frac{I (2I+1)}{(1-2F) \cos \theta_E} \frac{\mathcal{C}_B}{\mathcal{C}_E} \quad (8.39)$$

den experimentellen Wert für die Tensorpolarisierbarkeit, wobei jetzt

$$[\alpha_2^{exp}] = \frac{\text{Hz}}{\left(\frac{\text{V}}{\text{cm}}\right)^2}$$

gilt.

Zusammenstellung der im Endergebnis berücksichtigten systematischen Fehler:

Der gesamte statistische Fehler $(\Delta\alpha_2)^{stat}$ setzt sich aus den Beiträgen

$$\frac{\Delta\overline{a_{exp}}}{\overline{a_{exp}}} = 0.007 \quad (\text{siehe (8.19)})$$

und

$$\left(\frac{\Delta\mathcal{C}_B}{\mathcal{C}_B}\right)_{stat} = 0.001 \quad (\text{siehe (8.36)})$$

zusammen; die letzte Aussage basiert auf dem für die Endauswertung verwendeten Wert der Eichgröße \mathcal{C}_B , die man bei einer Modulationsamplitude von $U_{Mod} = 100 \text{ mV}_{pp}$ erhält (siehe (8.36)).

Insgesamt gilt also

$$\frac{(\Delta\alpha_2)^{stat}}{\alpha_2^{exp}} = \sqrt{\left(\frac{\Delta\overline{a_{exp}}}{\overline{a_{exp}}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta\mathcal{C}_B}{\mathcal{C}_B}\right)_{stat}^2} = 0.7\% . \quad (8.40)$$

Somit erhalten wir

das Endresultat:

$$\boxed{\alpha_2^{exp} = 334 (2) (25) \cdot 10^{-10} \frac{\text{Hz}}{\left(\frac{\text{V}}{\text{cm}}\right)^2}} . \quad (8.41)$$

Hierin wird zunächst der nach (8.40) berechnete statistische Fehler, dann der nach (8.38) berechnete systematische Fehler aufgeführt.

Der Wert für α_2^{exp} in (8.41) ist mit dem nach Gleichung (8.4) modifizierten, experimentellen Wert aus [GLW69] kompatibel⁷. In Abbildung 8.17 sind diese Werte zusammen mit dem theoretischen Wert dargestellt. Die Diskrepanz zwischen theoretischem und experimentellem Wert wird somit in dieser Arbeit bestätigt. Der Hauptgrund für die Unsicherheit des theoretischen Wertes liegt im störungstheoretischen Ansatz (siehe Gleichung (1.41)), bei dem lediglich der Beitrag des Zustandes $|i\rangle = |6P_{3/2}\rangle$ berücksichtigt wird; dadurch ergeben sich die Beiträge α_{12} und α_{02} zu α_2 (siehe (1.44) und (1.48)) analog zu den Ausführungen in [CAB⁺68]⁸ als

$$\begin{aligned} \alpha_{12} &= -\frac{3}{4} I \alpha_{sk} \frac{A_{6P_{3/2}}}{E(6P_{3/2}) - E(6S_{1/2})} \\ \text{und} \quad \alpha_{02} &= \alpha_{sk} \frac{B_{6P_{3/2}}}{2[E(6P_{3/2}) - E(6S_{1/2})]} \end{aligned} \quad (8.42)$$

in Abhängigkeit der skalaren Polarisierbarkeit α_{sk} . Diese Beziehungen untermauern die Abschätzungen aus (1.51); die verwendeten Größen wurden dort definiert.

⁷Die Gleichung (1) in [GLW69] ist falsch aus [San67] zitiert.

⁸Diese Beziehungen werden in [GLW69] falsch zitiert: es fehlt das Minus bei α_{12} .

Bemerkungen:

Die Unsicherheit von fast 6% des experimentellen Ergebnisses von Gould et al. ([GLW69]) setzt sich aus zwei Beiträgen zusammen. Einerseits wurde ein Fehler von 2% für alle systematischen Effekte angenommen (*liberal estimate*). Andererseits beobachteten Gould et al. eine starke Abhängigkeit der STARK-Verschiebung bei Cäsium von der eingestrahlten Rf -Amplitude⁹. Daher nahmen sie in erster Näherung einen linearen Zusammenhang an und extrapolierten auf den Wert der STARK-Verschiebung bei Null Rf -Amplitude; als Unsicherheit nahmen sie das Dreifache des Fehlers aus der Kurvenanpassung. Die Fehler der dabei verwendeten Einzelmessungen betrugen 2-4%; außerdem wurden für die Kurvenanpassung einige Datenpunkte nicht berücksichtigt.

Wenn man in unserem Experiment den systematischen Fehler aufgrund von $\theta_{E,B}$ durch die neue Spulen-/Elektrodenhalterung eliminieren kann, so erhält man einen systematischen Fehler von weniger als 1%, d.h. einen Gesamtfehler von weniger als 2% !

Wir konnten also zeigen, daß die Apparatur für die Messung der Tensorpolarisierbarkeit hervorragend geeignet ist; mit der nächsten Ausbaustufe wird man sogar die bislang präzisesten Messungen von α_2 durchführen können.

Quelle	Atom	Theorie $10^{-10} \frac{\text{Hz}}{\left(\frac{\text{V}}{\text{cm}}\right)^2}$	Experiment $10^{-10} \frac{\text{Hz}}{\left(\frac{\text{V}}{\text{cm}}\right)^2}$	rel. Fehler	Abweichung (σ)
[GLW69]	Cs ¹³³	-413	-365.9 (13.8) (7.3)	5.8%	2.3
diese Arbeit	Cs ¹³³	-413	-334 (2) (25)	7.6%	3.1
Zukunft mit neuer Halterung	Cs ¹³³	-413	-334 (2) (3)	1.1%	20.8

Tabelle 8.2: Die expliziten Zahlen zu Abbildung 8.17. Es bezeichnet σ den Gesamtfehler.

⁹Die Messungen in [GLW69] wurden an einer konventionellen RAMSEY-Apparatur (siehe Abbildung 2.17 a) und b)) durchgeführt.

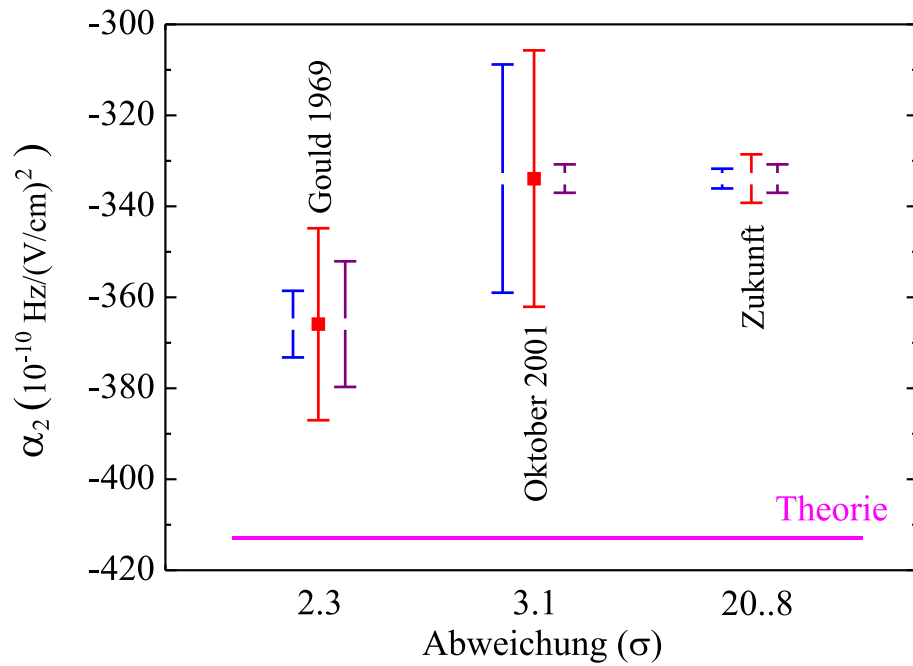


Abbildung 8.17: Vergleich des Resultates für α_2^+ aus der vorliegenden Arbeit mit dem nach Gleichung (8.4) korrigierten Wert aus [GLW69] und dem in Zukunft zu erwartenden Wert. Der systematische Fehler ist jeweils links, der statistische Fehler jeweils rechts des Resultates, bei welchem der Gesamtfehler σ aufgetragen ist, eingezeichnet. An der x -Achse ist wieder die Diskrepanz zwischen theoretischem und experimentellem Wert in Standardabweichungen (σ) angegeben.

Kapitel 9

Maßnahmen zur Steigerung der Empfindlichkeit

Bei den in dieser Arbeit vorgestellten Messungen in RAMSEY-Geometrie ist die Empfindlichkeit durch die Signalthöhe und den Abstand der Nullstellen festgelegt. Erstere kann man durch Erhöhen der Teilchendichte, letztere durch eine Verlängerung der Flugzeit zwischen Pump- und Nachweisregion erreichen. Ferner muß die Stabilität des Signals gewährleistet sein.

Daher werden in diesem Kapitel diese drei Teilaspekte diskutiert.

9.1 Mechanische Stabilität

Für die in Kapitel 4 beschriebenen polarimetrischen Detektionstechniken ist es unerlässlich, ein Höchstmaß an mechanischer Stabilität zu erzielen. Beispielsweise konnte man bei der Verwendung eines PEM zur Messung des FARADAY-Winkels beobachten, daß leichtes Drücken auf den optischen Tisch zu vertikalen Verschiebungen der RAMSEY-Streifen auf dem Oszilloskop führten, was gleichbedeutend mit Nullpunktdrifts ist. Daher wurden die verwendeten Polarisatoren und der PEM mit massiven Haltern aus dicken Aluminiumplatten versehen, die auf einer großflächigen Dreipunktlagerung auf dem Tisch angeschraubt wurden. Hierdurch wurde außerdem eine optimale Justage der Polarisator- und PEM-Achsen auf den jeweiligen Lichtstrahl erreicht. Außerdem wurde der optische Tisch noch zusätzlich verstrebt und unterstützt. Diese Maßnahmen brachten neben der benötigten Langzeitstabilität auch eine verbesserte Kurzzeitstabilität, wie man durch Vergleich von Kurve (1) in Abbildung 6.3 mit Abbildung 6.2 sieht.

9.2 Verlängerung der Wechselwirkungszeit

Für den FARADAY-Winkel Φ_F aus (2.57) und für das Absorptionssignal S_κ^{LIV} aus (G.4) bei den Messungen in RAMSEY-Geometrie gilt

$$\Phi_F \propto \sin\left(2\omega_L \frac{L}{v}\right) \quad \text{bzw.} \quad S_\kappa^{LIV} \propto \sin\left(\omega_L \frac{L}{v}\right).$$

Daher hat man zwei Möglichkeiten, die Schärfe der RAMSEY-Streifen zu Erhöhen:

- Verringerung der longitudinalen Geschwindigkeit v der Atome (siehe 9.2.1),
- Vergrößerung des Abstands L zwischen Pump- und Nachweisregion (siehe 9.2.2).

9.2.1 Verringerung der longitudinalen Geschwindigkeit der Atome

Durchquert ein Laserstrahl geeigneter Frequenz die Atomstrahlapparatur entgegen der Flugrichtung der Atome, d.h. $\vec{k} = |\vec{k}| \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|}$, so üben die Photonen eine bremsende Rückstoßkraft auf die Atome aus. Im Laufe des Bremsvorganges ist dann jedoch sehr schnell wegen des sich ändernden Dopplereffekts (siehe Abschnitt 1.3) die Resonanzbedingung

$$\omega_{\text{Laser}} = \omega_0 + \vec{k} \cdot \vec{v} \quad (9.1)$$

verletzt und die bremsende Wirkung des Laserlichtes verschwindet. Anhand von Gleichung (9.1) sieht man, wie man die Resonanzbedingung aufrechterhalten kann:

- **Verstimmen der atomaren Resonanz:**

Betreibt man den Bremslaser bei der Resonanzfrequenz ω_0 des freien Atoms, so kann man mit Hilfe des ZEEMAN-Effekts die Resonanzfrequenz des Atoms durchstimmen (siehe Gleichung (2.12) und Abschnitt 1.5). Dies erreicht man mit einem geeigneten Magnetfeldgradienten längs der Atomstrahlachse. Die Nachteile dieser Technik sind, daß die Atome ständig einem Lichtfeld ausgesetzt sind, was zu AC-STARK-Verschiebung (*light shift*), die beispielsweise in [MTH68], [BMH71], [CTDR72] und [PNLC01] diskutiert wird, führen kann und daß man ein Magnetfeld in die Apparatur bringen muß, was die hochempfindlichen Messungen aus den Kapiteln 7 und 8 unmöglich machen würde. Außerdem würde man insgesamt auf sehr viel Signal verzichten, da die jeweils gewählten Parameter nur für wenige Geschwindigkeitsklassen geeignet sind. So wurde beispielsweise die Apparatur aus [LSHM99] wegen mangelnder Anzahl Atome nach dem Bremsvorgang inzwischen abgebaut.

Statt des ZEEMAN-Effekts könnte man auch den STARK-Effekt benutzen, um die atomare Resonanz zu verstimmen ([YHK95]), was aber nicht sehr effektiv ist.

- **Verstimmen des Bremslaserlichtes:**

Verstimmt man das Laserlicht mit einer geeigneten Zeitkonstanten von $\omega_{\text{Laser}} < \omega_0$ nach $\omega_{\text{Laser}} \approx \omega_0$, so kann man bei jedem Durchgang (*sweep*) ein Paket von Atomen bremsen oder gar zum Stillstand bringen. Der Nachteil dieser Methode ist, daß man keinen kontinuierlichen Fluß von langsamen Atomen erhält. Allerdings könnte man die RAMSEY-Experimente ohne den störenden Bremslaser durchführen, wenn man letzteren jeweils nach einem Bremsprozeß kurz ausschaltet.

- **Verwendung von breitbandigem Bremslaserlicht:**

Wählt man eine Frequenzbreite des Bremslasers von ca. 300 MHz, so sind auch ohne externe Felder die meisten Atome in Resonanz mit dem ihnen entgegenlaufenden Laserlicht (siehe [ZOH91]). Auch hier hat man das Problem der AC-STARK-Verschiebung, die zu systematischen Effekten bei den Messungen führen kann.

9.2.2 Vergrößerung des Abstands zwischen Pump- und Nachweisregion

Da wir in Abschnitt 9.2.1 gesehen haben, daß eine Verringerung von v mit vielen Nachteilen verbunden ist, müssen wir L vergrößern, um eine größere Wechselwirkungszeit zwischen den Wechselwirkungsregionen zu erzielen.

Aus diesem Grund wurde im Rahmen der vorliegenden Arbeit in enger Zusammenarbeit mit der Feinmechanikwerkstatt am Institut für Angewandte Physik in Bonn ein neues Flugrohr für die bestehende Apparatur entwickelt und dessen Bestandteile gefertigt. Neben zwei Würfeln

als optischem Zugang, die im Abstand von zwei Metern am Strahlrohr angebracht werden, gibt es auch in der Mitte zwischen diesen beiden Würfeln einen dritten. In diesen drei Würfeln, die zwei Fenster besitzen, kann die Wechselwirkung des Laserlichtes mit den Atomen stattfinden. Es besteht ferner mit diesem Aufbau die Möglichkeit, Spinecho-Experimente durchzuführen (siehe z.B. [DDS⁺95], [SD97], [DDK⁺97] oder [ZSS⁺98]), wodurch man eventuell systematische Effekte unterdrücken kann. Außerdem kann an diesen Würfeln ein Photomultiplier oder eine Photodiode montiert werden, um mit Hilfe von Fluoreszenzmessungen die gewünschten Untersuchungen durchführen zu können.

Dieses neue Flugrohr wird in einer dreilagigen μ -Metallabschirmung liegen, wodurch die Restmagnetfelder in der Apparatur auf einige zehn Mikrogauß unterdrückt werden.

Neben einem Vakuum, das etwa 10^{-8} Torr betragen sollte, bedarf es auch eines kollimierten Atomstrahles, damit möglichst alle präparierten Atome in der Nachweisregion ankommen. Letzteres kann man durch transversales Kühlen des Atomstrahls erreichen. Hierauf wollen wir im folgenden kurz eingehen.

Es sei vorweg bemerkt, daß der Begriff *Kühlen* lediglich besagt, daß den Atomen Energie genommen wird; die jeweilige Energie kann man mit einer Temperatur identifizieren. Dies ist üblich, wenngleich es genau genommen falsch ist; in [MvdS99] wird diese Problematik auf Seite 58 sehr schön erläutert.

9.3 Laserkühlung

Eine Möglichkeit, die Dichte der Atome in der Pump- und Nachweisregion zu vergrößern, ist die Verwendung einer transversalen Kühlung des thermischen Atomstrahls mit Hilfe einer optischen Melasse (siehe Abbildung 9.3). Hierdurch wird ferner der Atomstrahl kollimiert. Man kann ihn bei geeignetem Vakuum also viel weiter durch die Apparatur propagieren lassen.

An der in dieser Arbeit benutzten Apparatur, wie sie in Abbildung 3.1 abgebildet ist, wurden Studien zur Laserkühlung durchgeführt, die im folgenden beschrieben werden. Zunächst sollen jedoch die verwendeten Kühlmechanismen kurz diskutiert werden.

Den Herren Steven Chu, Claude Cohen-Tannoudji und William D. Phillips wurde 1997 der Nobelpreis zu dieser Thematik verliehen; aber es gibt auch von anderen Arbeitsgruppen eine Fülle von Veröffentlichungen zu dieser Technik. Die umfangreichste Bibliographie zum optischen Kühlen, zu magneto-optischen Fallen (MOT) und zur Bose-Einstein Kondensation (BEC) findet man in [MvdS99]. Dieses Buch ist der Nachfolger der beiden Bände [Met91] und [Met95]. Ferner sind in [Sam85] aufschlußreiche Artikel zusammengestellt.

9.3.1 Kühlmechanismen

Bei der im Rahmen der vorliegenden Arbeit aufgebauten optischen Melasse gibt es zwei Kühlmechanismen, die die Kollimation des thermischen Atomstrahles bewirken. Dies sind das Doppelerkühlen und das Polarisationsgradientenkühlen.

Dopplerkühlen

Das Dopplerkühlen beruht auf der Rückstoßkraft, die ein Photon auf ein Atom ausübt: Wird ein Atom aus einer Richtung mit resonanten Photonen beschossen, so erfährt es bei jedem Absorptionsvorgang einen Impulsübertrag (siehe Tabelle 9.1); da die Reemission isotrop erfolgt, bleibt im Mittel ein Netto-Impulsübertrag längs der Ausbreitungsrichtung der Photonen. Somit

kann man aus dem Impuls $\hbar k$ der Photonen eines sich längs $+z$ ausbreitenden Lichtstrahles zusammen mit der Streurrate

$$\gamma_{Streu} = \frac{\gamma}{2} \frac{S_0}{1 + S_0 + \left(\frac{2\delta}{\gamma}\right)^2}, \quad (9.2)$$

die man aus den optischen Blochgleichungen herleiten kann (siehe [MvdS99]), die Kraft $\hat{\mathcal{F}}_+$ berechnen, die auf ein Zweiniveau-Atom übertragen wird:

$$\hat{\mathcal{F}}_+ = \hbar k \frac{\gamma}{2} \frac{S_0}{1 + S_0 + \left(\frac{2\delta}{\gamma}\right)^2}. \quad (9.3)$$

Da man im allgemeinen eine Verstimmung $\delta = \omega_{Laser} - \omega_0 \neq 0$ vorliegen hat, muß man eine verallgemeinerte Definition des Sättigungsparameters benutzen:

$$S_\delta = \frac{S_0}{1 + \left(\frac{2\delta}{\gamma}\right)^2}. \quad (9.4)$$

In den Formeln (9.2) und (9.3) wird folglich der Sättigungsparameter auf Resonanz

$$S_0 \equiv S = \frac{I}{I_{Sat}} = \frac{2\Omega_{Rabi}^2}{\gamma^2},$$

d. h. für $\delta = 0$, wie er in Gleichung (1.17) definiert wurde, verwendet.

Die bislang gemachten Aussagen gelten für den Fall, daß man Atome betrachtet, die sich senkrecht zum Laserstrahl bewegen. Will man jedoch einen thermischen Atomstrahl kollimieren, d.h. seine endliche Divergenz (siehe (3.7)) reduzieren, so muß Gleichung (9.3) mit Hilfe von

$$\Delta_\pm = \omega_{Laser} - \omega' = \omega_{Laser} - (\omega_0 - \vec{k} \cdot \vec{v}) = \delta \pm k v \quad (9.5)$$

(siehe Abschnitt 1.3) zu

$$\mathcal{F}_\pm = \pm \hbar k \frac{\gamma}{2} \frac{S_0}{1 + S_0 + \left(\frac{2\Delta_\pm}{\gamma}\right)^2} \quad (9.6)$$

modifiziert werden. Da man mit Photonen, die sich längs $\pm \hat{z}$ ausbreiten, Atome die sich längs $\mp \hat{z}$ ausbreiten bremsen will, ist für \mathcal{F}_+ die Gesamtverstimmung Δ_- von Bedeutung und umgekehrt.

Für die Kraft \mathcal{F}_{OM} , die in einer optischen Melasse auf ein Atom wirkt, erhält man unter der Annahme, daß \mathcal{F}_+ und \mathcal{F}_- unabhängig voneinander wirken, daß insbesondere also keine stimulierten Prozesse auftreten, den Ausdruck

$$\mathcal{F}_{OM} = \mathcal{F}_+ + \mathcal{F}_-. \quad (9.7)$$

Setzt man die Formeln (9.6) in Gleichung (9.7) ein, so erhält man für $S_0 \ll 1$ die Beziehung

$$\mathcal{F}_{OM} = \hbar k \frac{\gamma}{2} S_0 \left[\frac{1}{1 + \left(\frac{2\delta}{\gamma} - \frac{2kv}{\gamma}\right)^2} - \frac{1}{1 + \left(\frac{2\delta}{\gamma} + \frac{2kv}{\gamma}\right)^2} \right]. \quad (9.8)$$

Den Ausdruck in eckigen Klammern kann man mit Hilfe der dimensionslosen Größen

$$x = \frac{2\delta}{\gamma} \quad \text{und} \quad x_D = \frac{2kv}{\gamma}$$

für $x_D \ll 1$ in der Form

$$[\dots] = -2x_D \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{1+x^2} \right) = \frac{4x_D x}{(1+x^2)^2}$$

schreiben. Setzen wir dies in Gleichung (9.8) ein, so erhalten wir für die Kraft der eindimensionalen, optischen Melasse

$$\mathcal{F}_{OM} = 4\hbar k^2 S_0 \frac{x}{(1+x^2)^2} v \equiv -f(\delta) v. \quad (9.9)$$

Man sieht, daß es sich hierbei um eine geschwindigkeitsabhängige, bremsende Kraft handelt¹; der Reibungskoeffizient $f(\delta)$ kann durch Veränderung der Verstimmung δ beeinflusst werden. Insbesondere erhält man für $\delta < 0$ eine bremsende / kühlende Kraft und für $\delta > 0$ eine heizende Kraft.

Wegen der dissipativen Natur von \mathcal{F}_{OM} kann man, wie gewünscht, eine Verringerung des Phasenraumvolumens erreichen.

Eine Erweiterung des Ausdrucks für \mathcal{F}_{OM} aus (9.9) auf N Dimensionen mit 2 Wellen pro Dimension wird in [LPR⁺89] angegeben:

$$\mathcal{F}_{OM}^{ND} = 4\hbar k^2 S_0 \frac{x}{(1+2NS_0+x^2)^2} v. \quad (9.10)$$

Dabei sollen, wenn überhaupt, die $2N$ Wellen zusammen den atomaren Übergang sättigen.

Um ein Gefühl für die bei der Dopplerkühlung relevanten Größen zu bekommen, werden diese in Tabelle 9.1 zusammengestellt.

Größe	Abkürzung	Zahlenwert
Wellenlänge der D_2 -Linie	λ	852 nm
Wellenzahl	$k = \frac{2\pi}{\lambda}$	$7.4 \cdot 10^4 \text{ cm}^{-1}$
Impuls eines Photons	$\hbar k$	$7.8 \cdot 10^{-28} \text{ Ns}$
Masse des Atoms	m	$133 \text{ u} = 2.2 \cdot 10^{-22} \text{ g}$
Geschwindigkeitsänderung pro Streuvorgang	$\Delta v_R = \frac{\hbar k}{m}$	$0.35 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$
Rückstoßenergie	$E_R = \frac{p_R^2}{2m}$	$8.5 \cdot 10^{-12} \text{ eV}$
maximale Beschleunigung	$\frac{\hbar k}{m} \frac{\gamma}{2}$	$5.88 \cdot 10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \approx 6000 g$

Tabelle 9.1: Zusammenstellung für die bei der Dopplerkühlung von Cäsium auf dem D_2 -Übergang relevanten Größen. Man achte darauf, daß g die Masseneinheit Gramm und g die Fallbeschleunigung sowie m die Masse von Cäsium und m die Einheit Meter darstellen.

Zwei lesenswerte Artikel zu dieser Thematik sind [BLM⁺85] und [LPR⁺89]. Neben der Dopplerkühlung gibt es auch sogenannte Sub-Doppler-Techniken, von denen das uns interessierende Polarisationsgradientenkühlen im folgenden Abschnitt erläutert wird.

¹Daher stammt übrigens auch die Bezeichnung *optische Melasse* (Melasse = Sirup).

Polarisationsgradientenkühlen

Bevor wir mit der Beschreibung des Polarisationsgradientenkühlens beginnen, soll auf den äußerst lesenswerten Artikel [DCT89] verwiesen werden.

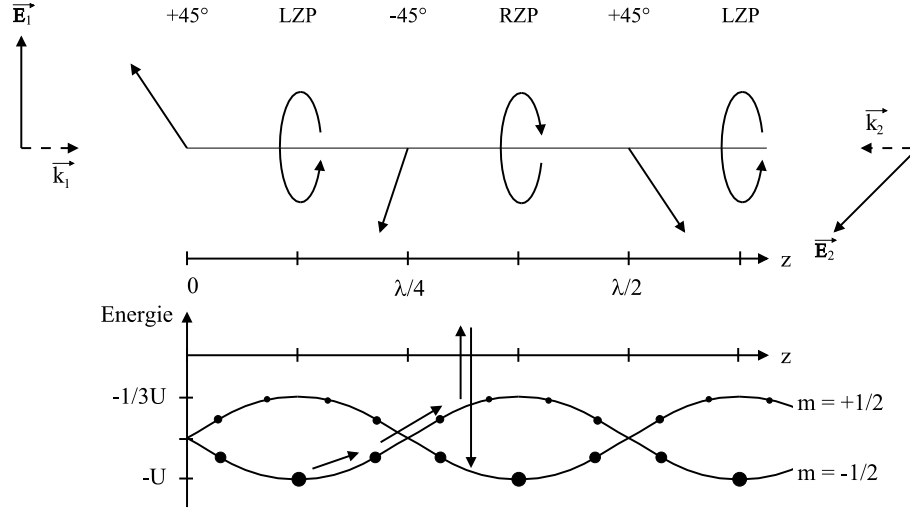


Abbildung 9.1: Polarisationsgradientenfeld in der lin \perp lin Anordnung und die zugehörige Verschiebung der Energieniveaus (AC-STARK-Effekt; Lightshift).

Um die Diskussion zu vereinfachen, soll das Polarisationsgradientenkühlen für den Fall zweier gegenläufiger Wellen, d. h. in einer Dimension, diskutiert werden. Ferner wollen wir die Diskussion, anders als in den Publikationen zur Laserkühlung üblich, mit Hilfe des Jones-Formalismus aus Anhang A durchführen.

Beschreiben

$$\vec{E}_1 \propto \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} e^{i k z}$$

und

$$\vec{E}_2 \propto \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} e^{-i k z}$$

die beiden in z -Richtung entgegenlaufenden Lichtwellen mit zueinander senkrecht stehender, linearer Polarisation² und derselben Wellenlänge ($|\vec{k}_1| = |\vec{k}_2| = k$), so ergibt sich für das \vec{E} -Feld dieser Superposition:

$$\vec{E} \propto \begin{pmatrix} e^{+i k z} \\ e^{-i k z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \cos(2 k z) + \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} \sin(2 k z). \quad (9.11)$$

Hier wurden jeweils beiden Jones-Vektoren gemeinsame Phasen weggelassen. Gleichung (9.11) beschreibt die räumliche Polarisationsverteilung für die sogenannte lin \perp lin Anordnung. Man sieht, daß die Polarisation des Gesamtlichtfeldes im Abstand von jeweils $\lambda/8$ zwischen vollständig

²Es gibt auch Schemata, bei denen zirkuläre Polarisationen verwendet werden. Hier soll jedoch nur der im vorliegenden Aufbau realisierte Fall erläutert werden.

linear unter 45° stehend³ und vollständig zirkular wechselt (siehe Gleichungen (A.2) und (A.3)). Dieser Sachverhalt ist in Abbildung 9.1 skizziert.

Die räumliche Polarisationsmodulation gemäß Gleichung (9.11) ist zusammen mit dem AC-STARK-Effekt (*light shift*) der Schlüssel zu einer Variante des sogenannten *Sisyphus-Kühlens*.

Für die AC-STARK-Verschiebung der magnetischen Unterzustände des Grundzustandes gilt nach [MvdS99]

$$\Delta E_g = \frac{\hbar \delta S_0}{1 + (2\delta/\gamma)^2} C_{ge}^2 =: \text{sign}(\delta) |U| C_{ge}^2. \quad (9.12)$$

Dabei sind S_0 der Sättigungsparameter auf Resonanz, wie er in Gleichung (9.4) angegeben wird und C_{ge} der jeweilige Clebsch-Gordan Koeffizient, welcher die Kopplung des Niveaus an das Lichtfeld beschreibt (siehe Abbildung 9.2). Im Falle $\delta < 0$, d.h. $\text{sign}(\delta) = -1$, ergibt sich die in Abbildung 9.1 skizzierte Situation. Mit $|U|$ wird hier die potentielle Energie des ZEEMAN-Unterniveaus $|m\rangle$ bezeichnet. Man sieht, daß durch optisches Pumpen stets der energetisch tiefer liegende Zustand bevölkert wird. Die Atome klettern die Potentialhügel hinauf und werden, sobald sie oben sind, überwiegend ins Tal zurückgepumpt. Dadurch verlieren sie ständig Energie; sie werden also gekühlt.

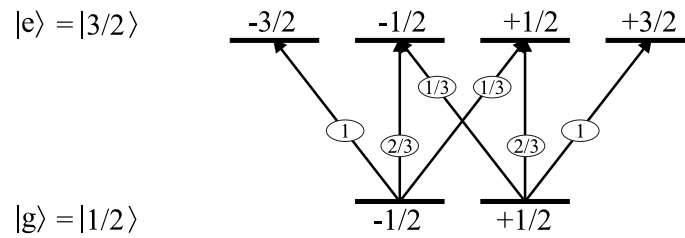


Abbildung 9.2: Die Quadrate der Clebsch-Gordan Koeffizienten für die Übergänge in einem System mit $J = 1/2$ im Grundzustand und $J = 3/2$ im angeregten Zustand

9.3.2 Messungen an einem gekühlten Strahl

Für die im folgenden besprochenen Messungen wurde ein Aufbau für die optische Kollimation benutzt, wie er in Abbildung 9.3 skizziert ist. Bei dieser Anordnung, die leicht aufzubauen, dafür aber schwer zu justieren ist, läuft nur ein aufgeweiteter Laserstrahl von links nach rechts und von oben nach unten, bevor er in sich reflektiert wird. Daher ist es unabdingbar, den Laser durch einen optischen Isolator vor dem intensiven Rückreflex zu schützen. Vor dem Endspiegel befindet sich eine $\lambda/4$ -Platte (Durchmesser $2''$), mit der die lineare Polarisation des rücklaufenden Strahls senkrecht zu der des einlaufenden Strahles gestellt werden kann.

Die verwendeten Umlenkspiegel haben eine dielektrische Beschichtung, die Licht der verwendeten Wellenlänge bei einem Einfallswinkel von 45° zu praktisch 100% reflektiert, unabhängig davon, ob es s-/ oder p-polarisiert ist.

Die Aufweiteoptik ist antireflexbeschichtet und besteht aus einer sphärischen Linse mit Brennweite $f = 10$ mm, einer Zylinderlinse mit $f = 40$ mm sowie einer Zylinderlinse mit $f = 100$ mm. Dadurch entsteht ein rechteckiger Lichtstrahl, der längs der Flugrichtung der Atome 40 mm lang ist, und dessen Höhe 12 mm beträgt.

³Dies macht plausibel, daß man idealerweise die Polarisation der hinlaufenden Lichtwelle auf 45° dreht, damit sich in der Superposition vertikale bzw. horizontale Polarisationen ergeben. Dies macht den Kühlprozeß laut [WBL⁺98] noch effektiver.

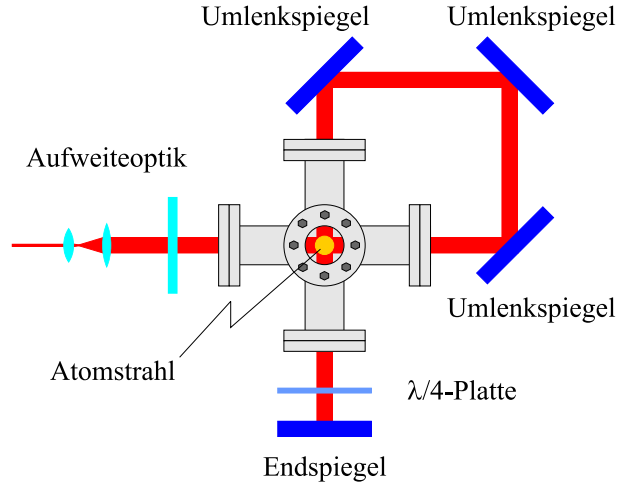


Abbildung 9.3: Blick entgegen der Flugrichtung der Atome in die Melassenregion. Mit Hilfe der Aufweiteoptik wird ein rechteckiger Lichtstrahl von $(40 \times 12) \text{ mm}^2$ erzeugt, der den gesamten Atomstrahl im zugänglichen Bereich beleuchtet. Mit Hilfe der $\lambda/4$ -Platte erzeugt man die in Abschnitt 9.3.1 diskutierte $\text{lin} \perp \text{lin}$ Anordnung.

Die Fenster an der Apparatur bestehen aus BK7 und sind mit MgF_2 beschichtet⁴, wodurch die Reflexionsverluste weniger als 2% pro Fenster betragen.

Der bei der Aufweiteoptik ankommende Laserstrahl hat eine Leistung von 50-60 mW. Es handelt sich hier somit um Kühlen mit Laserlicht hoher Intensität, so daß es nach den Ausführungen in [WBL⁺98] unerlässlich ist, mit Polarisationsgradienten zu arbeiten. Dies konnte auch im Experiment, wo die in Abschnitt 9.3.1 diskutierte $\text{lin} \perp \text{lin}$ Anordnung verwendet wurde, bestätigt werden.

Wichtig ist außerdem, daß der unaufgeweitete Laserstrahl eine möglichst gaußförmige Intensitätsverteilung aufweist, und daß dem eigentlichen Melassenlaserstrahl noch ein Rückpumplaserstrahl mit Hilfe eines Glasplättchens oder einer in [HDW00] beschriebenen Methode überlagert wird. Zwar wird die Melasse auf dem geschlossenen Übergang $|F_g = 4\rangle \rightarrow |F_e = 5\rangle$ der D_2 -Linie von Cäsium betrieben, dennoch werden wegen der hohen Intensität viele Atome über die Ausläufer der Hyperfeinlinien in den $|F_g = 3\rangle$ -Grundzustand gepumpt, wodurch sie nicht weiter mit dem Kühlaserlicht wechselwirken können oder wodurch sie für den Nachweis, der strahlabwärts auf dem $|F_g = 4\rangle \rightarrow |F_e = 5\rangle$ -Übergang erfolgt, unsichtbar werden. Mit Hilfe der in Abschnitt 2.3.2 besprochenen Ratengleichungen kann man sich davon überzeugen, daß man den Rückpumplaser idealerweise auf dem $|F_g = 3\rangle \rightarrow |F_e = 4\rangle$ -Übergang betreibt, obwohl dies der schwächste Übergang der D_2 -Linie von Cäsium ist. Schreiben wir nämlich in Anlehnung an Gleichung (2.52) die Wahrscheinlichkeit $w(|F_g\rangle \rightarrow |F_e\rangle \rightarrow |F'_g\rangle)$, vom Zustand $|F_g\rangle$ über einen Zustand $|F_e\rangle$ zum Zustand $|F'_g\rangle$ zu gelangen, so ergibt sich

$$\begin{aligned}
 w(|3\rangle \rightarrow |2\rangle \rightarrow |4\rangle) &= 0 \\
 w(|3\rangle \rightarrow |3\rangle \rightarrow |4\rangle) &= \frac{7}{64} \\
 w(|3\rangle \rightarrow |4\rangle \rightarrow |4\rangle) &= \frac{15}{64}.
 \end{aligned} \tag{9.13}$$

⁴Wegen dieser Beschichtung sollten die Fenster nie mit einem polaren Lösungsmittel gereinigt werden; die Mischung aus 50% Aceton und 50% Methanol ist jedoch hervorragend geeignet.

Die bereits angesprochene Detektion strahlabwärts erfolgt mit Hilfe eines dünnen, vertikal aufgeweiteten, resonanten Laserstrahles in Form eines Lichtteppichs. Dieser überstreicht den gesamten Atomstrahl. Schaut man entgegen der Flugrichtung der Atome die durch die Wechselwirkung der Atome mit dem Lichtteppich entstehende Fluoreszenz mit einer CCD-Kamera an, so erhält man typische Bilder, wie sie in Abbildung 9.4 für eine optimale Rotverstimmung ($\delta = \omega_{\text{Laser}} - \omega_0 < 0$) des Melassenlaserlichtes (links) und für eine Blauverstimmung ($\delta = \omega_{\text{Laser}} - \omega_0 > 0$) abgebildet sind. Mit Hilfe der in 3.2.5 beschriebenen *DAVLL*-Methode kann die Laserfrequenz aktiv stabilisiert und von Hand verstimmt werden. Beobachtet man die Veränderung des mit der CCD-Kamera aufgenommenen Bildes, so kann man durch Verdrehen der $\lambda/4$ -Platte im *DAVLL*-Aufbau (siehe Abbildung 3.16) mit einer Hochpräzisionsdrehfassung die optimale Laserverstimmung einstellen. Generell war die CCD-Kamera (*Slow Scan Imaging System* der Fa. Theta Systems) zusammen mit ihrer umfangreichen und leistungsstarken Software eine ungeheure Hilfe bei allen Justierprozessen.

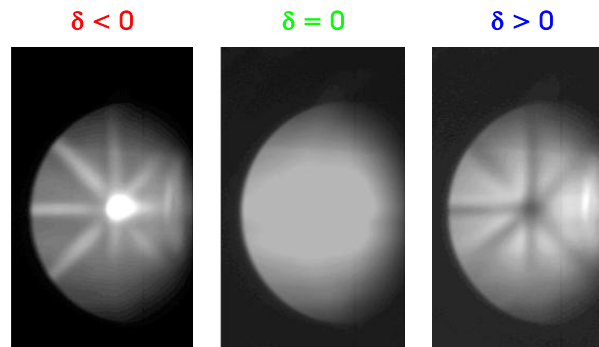


Abbildung 9.4: Bilder, die mit einer CCD-Kamera für Verstimnungen $\delta = \omega_{\text{Laser}} - \omega_0$ des Melassenlasers aufgenommen wurden. Dazu wurde der Atomstrahl mit einem resonanten Lichtteppich beleuchtet. Die Kamera schaute schräg in die Apparatur, damit das extrem helle Streulicht aus der Melassenregion die Bilder nicht überblendete.

In Abbildung 9.5 ist eine quantitative Auswertung der Kamerabilder dargestellt. Es wird links ein Ausschnitt aus dem Zentrum des Atomstrahls für den Fall, daß nur der Rückpumplaser die Melassenregion durchquert, gezeigt. Rechts sieht man in Abbildung 9.5 den hellen Fleck dargestellt, wie man ihn bei optimaler Rotverstimmung erhält; der Rückpumplaser durchquerte hierbei ebenfalls die Melassenregion. Außerdem sieht man einen Schnitt durch das Zentrum des linken und des rechten Teilbildes. Um einen direkten Vergleich der Anzahl Atome im Zentrum des Atomstrahls zu erhalten, kann man z.B. mit Hilfe von Mathematica die Volumina der beiden Teilbilder von Abbildung 9.5 miteinander vergleichen. Man sieht daß man einen Faktor 2.5 an Atomen gewinnt. Auf den ersten Blick scheint dies keine enormer Gewinn zu sein; allerdings können diese Atome bei hinreichend gutem Vakuum lange Strecken in der Apparatur zurücklegen. Vergleicht man, anders als in Abbildung 9.5 gezeigt, die Fluoreszenz des Atomstrahls, der weder mit einer Melasse, noch mit einem Rückpumpstrahl wechselgewirkt hat⁵, mit dem Idealfall, bei dem der Atomstrahl sowohl mit einer Melasse, als auch mit einem Rückpumpstrahl wechselgewirkt hat, so sieht man eine Signalsteigerung um einen Faktor 4.5.

Da die Signale bei allen Messungen in RAMSEY-Geometrie letztlich durch die Absorption von Laserlicht im Atomstrahl bestimmt werden, wurden Absorptionsmessungen in verschiedenen Abständen von der Melassenregion durchgeführt. Dabei ergaben sich die in Tabelle 9.2 aufgelisteten Resultate.

⁵Das war die Situation bei den Messungen aus den Kapiteln 5, 7 und 8.

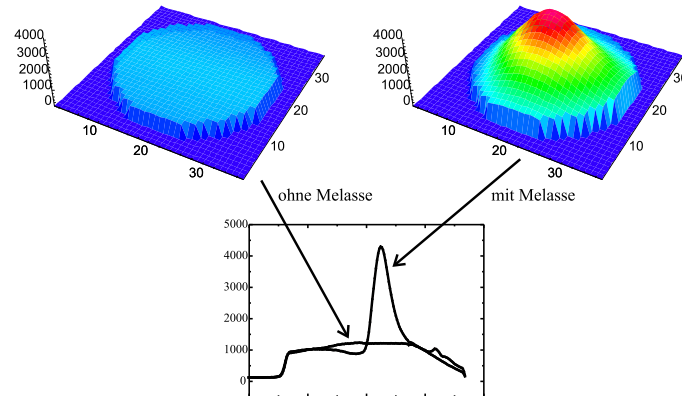


Abbildung 9.5: Quantitative Auswertung von Kamerabildern.

Anhand von Tabelle 9.2 sieht man ferner, daß die Melasse im aktuellen Zustand sehr gut an die bestehende Apparatur angepaßt ist. Um auch für eine Verlängerung der Apparatur auf etwa 3 m ein befriedigendes Resultat erzielen zu können, müßte das Vakuum auf 10^{-8} Torr verbessert werden. Dies sieht man anhand von Abbildung 3.2 leicht ein, wenn man bedenkt, daß bei den Messungen am langen Flugrohr der Druck in der Apparatur etwa $3 \cdot 10^{-7}$ Torr betrug, jedoch direkt über den Pumpen gemessen.

Daß die Steigerung der Absorption nicht identisch ist mit der Steigerung der magnetometrischen Empfindlichkeit liegt daran, daß bei Verwendung des kommerziellen Lasers als Melassenlaser ein selbstgebauter, weniger stabiler Laser für die Messungen in RAMSEY-Geometrie verwendet werden mußte. Daher stieg neben der Spitze-Spitze-Amplitude des RAMSEY-Signals auch das Rauschen. Außerdem lieferte das extrem starke Fluoreszenzstreulicht aus der Melassenregion ein erhöhtes Rauschen. Dessen Einfluß kann man dadurch unterdrücken, daß man auf einem atomaren Übergang mit $|F_g = 3\rangle$ pumpt und detektiert, was experimentell bestätigt werden konnte.

Die hier gewonnenen Resultate sind sehr ermutigend. Eine wesentliche Verbesserung des Signals könnte jedoch noch dadurch erzielt werden, daß man den Atomstrahl nicht nur kollimiert, sondern auch komprimiert. Dies könnte man durch eine Fokussierung des Atomstrahls mit Lichtkräften und anschließende Kollimierung erreichen (siehe z.B. [BLS86], [NWE90], [SPBM92], [NBT96]) oder direkt mit einem atomaren Trichter (*atomic funnel*), wie er in [YDNP94] oder [RWMC90] beschrieben wird. Bei den letzten beiden Schemata wird jedoch ein magnetisches Quadrupolfeld in der Kühlregion benutzt, was die eigentlichen Messungen beeinträchtigen kann.

Abstand von der Melassenregion	Steigerung der Absorption
40 cm	2
150 cm	4-5
350 cm	1.5

Tabelle 9.2: Steigerung der Absorption bei Verwendung einer optischen Kollimation im Vergleich zum unkollimierten, thermischen Atomstrahl.

Kapitel 10

Ausblick

Die in dieser Arbeit vorgestellten Atomstrahlapparaturen ermöglichen die Studien vieler weiterer magneto-optischer Effekte.

So können zunächst die Messungen der elektrischen Tensorpolarisierbarkeit des Grundzustandes von Cäsium mit der im Rahmen dieser Arbeit entwickelten neuen Spulen-/Elektrodenhalterung wiederholt werden. Auch könnte man, wenn etwas mehr Zeit zur Verfügung steht, versuchen, mit einer polarimetrischen Detektionstechnik die Messungen durchzuführen; ein Großteil der systematischen Effekte könnte mit der im Rahmen dieser Arbeit entstandenen MATHEMATICA-Anwendung für Berechnungen mit dem Jones-/Stokes-Formalismus simuliert und kontrolliert werden. Ferner können mit mäßigem Aufwand analoge Messungen an den beiden Rubidium-Isotopen und an Kalium durchgeführt werden, da bereits geeignete Diodenlaser im Labor existieren.

Die Weiterentwicklung der bereits aufgebauten optischen Kollimation zu einer optischen Komprimierung des Atomstrahls sollte in jedem Fall verwirklicht werden. Man könnte dann nämlich, bei geeigneter Empfindlichkeit, wieder daran denken, mit Hilfe eines Experimentes in RAMSEY-Geometrie eine Messung des permanenten, elektrischen Dipolmomentes von Atomen (EDM) durchzuführen; dies wurde bereits in [WSKH93] diskutiert. Hierfür könnte es auch hilfreich sein, das im Rahmen dieser Arbeit bereits vorbereitete längere Strahlrohr, das eine längere Flugstrecke zwischen Pump- und Nachweisregion ermöglicht, fertigzustellen und statt des bereits bestehenden Rohres in die Apparatur zu integrieren.

Man kann den neuen Ofen einerseits weiterhin in einer separaten Atomstrahlapparatur benutzen, um Atome in starken Magnetfeldern mit Sub-Doppler Techniken zu studieren, oder aber ihn an die RAMSEY-Apparatur so anbauen, daß man mit zwei entgegenlaufenden Atomstrahlen arbeiten kann. Hierdurch könnte man systematische Effekte, insbesondere bei EDM-Experimenten, eliminieren.

Die im Rahmen dieser Arbeit gemachten Pumprechnungen aus Abschnitt 2.3.2 erlauben das theoretische Studium aller möglichen Kombinationen von Pump- und Nachweislicht. Diese Rechnungen könnten alle im Experiment überprüft werden. Neben einem tieferen Einblick in die innere Struktur der Elektronenhülle des jeweiligen Atoms könnte man so einen atomaren Übergang zum optischen Pumpen finden, der zusammen mit einem, gegebenenfalls anderen, atomaren Übergang zum Nachweisen ein starkes Signal bringt und gleichzeitig verhindert, daß das Fluoreszenzlicht aufgrund der optischen Kollimation, des optischen Pumpens und der optischen Detektion den jeweils anderen Vorgang und die präparierten Atome negativ beeinflusst.

Anhang A

Jones-Formalismus und Stokesvektor

In diesem Teil des Anhangs soll der Zusammenhang zwischen dem elektrischen Feld des Lichtes, dem Jones-Formalismus und dem Stokesvektor dargestellt werden. Ausführlichere Informationen findet man beispielsweise in [YY84], [Wei01] oder [GK00].

A.1 Der Jones-Formalismus

Das elektrische Feld einer (ebenen) Lichtwelle der Amplitude E , der Polarisation q und der (Kreis-) Frequenz ω , die sich in Richtung von $\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{\vec{k}}{|\vec{k}|}$ ausbreitet, hat am Ort \vec{r} die Form

$$\vec{E}_q(\vec{r}, t) = \vec{\xi}(q) \frac{E}{2} \left(e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} + c.c. \right). \quad (\text{A.1})$$

Der hierin auftretende Vektor

$$\vec{\xi}(q) \equiv \begin{pmatrix} H \\ V \end{pmatrix} \quad (\text{A.2})$$

heißt **Jones-Vektor**. Er hat im allgemeinen komplexe Komponenten und gibt die Polarisierung des Lichtes an; seine Komponenten H und V werden auch als *Horizontal*- und *Vertikal*-Komponente bezeichnet¹. Breitet sich das Licht in z -Richtung aus, so entspricht $q = \pm 1$ rechts- (RZP) bzw. links- (LZP) zirkular polarisiertem Licht:

$$\xi(+1) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} \quad \text{bzw.} \quad \xi(-1) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} \quad (\text{A.3})$$

Wegen der Transversalität des Lichtes kann $q = 0$ nicht vorkommen, da dies eine lineare Polarisierung längs \hat{z} bedeuten würde. Man kann mit den Vektoren aus Gleichung (A.3) die Vektoren für linear längs \hat{H} bzw. längs \hat{V} polarisiertes Licht

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{\xi(+1) + \xi(-1)}{\sqrt{2}} \quad \text{bzw.} \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{\xi(+1) - \xi(-1)}{\sqrt{2}} \quad (\text{A.4})$$

kombinieren. Analog geht man vor, wenn $\vec{k} \parallel \hat{y}$ gewählt wird. In diesem Fall wird einer linearen Polarisierung längs \hat{z} der Wert $q = 0$ zugeordnet, wenn die z -Achse Quantisierungsachse ist, während eine lineare Polarisierung längs \hat{x} als Summe von RZP und LZP geschrieben wird. Dies ist in Kapitel 2.3.2 der Fall.

¹Die H - V -Basis ist nur eine mögliche Basis. Äquivalente Basisvektoren sind alle Paare von orthogonalen Polarisationszuständen.

Optische Elemente, wie z.B. Verzögerungsplatten ($\frac{\lambda}{4}$ - oder $\frac{\lambda}{2}$ -Plättchen), werden durch **Jones-Matrizen** beschrieben. Die Matrix für ein doppelbrechendes Medium, dessen (*ordentliche*) optische Achse längs \hat{H} liegt, lautet

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} e^{i\delta_o} & 0 \\ 0 & e^{i\delta_e} \end{pmatrix}$$

wobei $e^{i\delta_{o,e}} = e^{ik_0 n_{o,e} d}$ die längs der ordentlichen (*o*, wie *ordinaire*) bzw. längs der außerordentlichen (*e*, wie *extraordinaire*) Achse akkumulierte Phase wiedergibt. Da man im allgemeinen nur auf Phasendifferenzen empfindlich ist, kann man für M auch

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} e^{i\Delta\delta} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

schreiben, wobei

$$\Delta\delta = \delta_o - \delta_e = k_0(n_o - n_e)d = k_0\Delta n d \quad (\text{A.5})$$

die Dephasierung zwischen dem ordentlichen und außerordentlichen Strahl angibt. Sie ist proportional zum optischen Wegunterschied $\Delta n d$ und zum Inversen der Vakuumwellenlänge ($k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0}$).

Für eine Wellenplatte, die unter dem Winkel φ zu \hat{H} steht, schreibt man:

$$\mathbf{M}_\varphi = \mathbf{R}^{-1}(\varphi) \mathbf{M}_{\varphi=0} \mathbf{R}(\varphi) = \mathbf{R}(-\varphi) \mathbf{M}_0 \mathbf{R}(\varphi), \quad (\text{A.6})$$

wobei

$$\mathbf{R}(\varphi) = \begin{pmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi \\ -\sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix}.$$

Für Berechnungen in der Praxis normiert man die Intensität

$$I_0 \propto E^2$$

der Lichtwelle auf Eins und läßt Phasenfaktoren, die für ein gegebenes Problem irrelevant sind, weg. Daher genügt es, sich die Entwicklung der Jones-Vektoren, die ebenfalls auf Eins normiert sind, für eine gegebene Konfiguration von Licht und optischen Elementen anzuschauen.

A.2 Der Stokes-Vektor

Um die Eigenschaften des Lichtes zu analysieren, eignet sich auf hervorragende Weise der **Stokes-Vektor**. Er hat drei Komponenten, die man als *Stokes-Parameter* bezeichnet. Ihre Bedeutung versteht man am einfachsten, wenn man sich den Meßprozeß anschaut, mit dem man sie ermitteln kann. Dazu geht man von einem *exklusiven Filter* aus, wie es in Abbildung A.1 skizziert ist.



Abbildung A.1: Ein exklusives Filter, wie man es zur Definition der Stokesparameter benutzt.

Ein solches Filter besteht aus einem Eingang und zwei Ausgängen. Das Licht soll ohne Verluste gemäß

$$I_A + I_B = I_0 \equiv 1$$

das Filter passieren. Ferner sollen die neuen Zustände A und B orthogonal sein. Man braucht nun drei solcher Filter, um die Stokes-Parameter zu definieren:

(H/V)-Filter Das H/V -Filter kann beispielsweise aus einem Glan-Polarisator bestehen. Das Licht, das aus A austritt, wird längs \hat{H} und das, was aus B austritt, längs \hat{V} polarisiert sein. Den dritten Stokes-Parameter (S_z) definiert man dann als

$$S_z \equiv I_H - I_V.$$

($+/-$)-Filter Dreht man den Polarisator des H/V -Filters um $\pm 45^\circ$ gegenüber \hat{H} und \hat{V} , so gelangt man zu Signalen an A und B , mit denen man den ersten Stokes-Parameter definiert:

$$S_x \equiv I_+ - I_-.$$

(L/R)-Filter Das Filter, das man zur Definition des zweiten Stokes-Parameters benötigt, liefert an A den linkszirkularen (LZP) und an B den rechtszirkularen (RZP) Anteil des einfallenden Lichtes. Es gilt:

$$S_y \equiv I_L - I_R.$$

Somit lautet der Stokes-Vektor

$$\vec{S} = \begin{pmatrix} S_x \\ S_y \\ S_z \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} I_+ - I_- \\ I_L - I_R \\ I_H - I_V \end{pmatrix}.$$

Falls $I_0 \neq 1$ gilt, muß man jede Komponente noch durch I_0 dividieren. Kennt man nun die beiden Einträge des Jones-Vektors

$$\xi = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix},$$

so erhält man den Stokes-Vektor in der Form

$$\vec{S} = \begin{pmatrix} S_x \\ S_y \\ S_z \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} 2 \operatorname{Re}(a b^*) \\ 2 \operatorname{Im}(a b^*) \\ |a|^2 - |b|^2 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.7})$$

Bei einem auf Eins normierten Jones-Vektor hat der Stokes-Vektor ebenfalls die Länge Eins; seine Spitze befindet sich auf einer Einheitskugel im Poincaré-Raum, der sogenannten **Poincaré-Kugel**. Dies ist ein abstrakter Raum. Er ist in Abbildung A.2 dargestellt.

Ihre Schnittpunkte mit der x -Achse geben die Zustände der Polarisation von $\pm 45^\circ$, die Schnittpunkte mit der y -Achse die Zustände mit LZP und RZP an, die Polarisation H und V findet man auf der z -Achse.

In Abbildung A.3a) sieht man, daß sämtliche linearen Polarisationszustände auf dem Kreis mit $y = 0$ liegen. Für einen beliebigen Punkt auf diesem Kreis gilt:

Die Orientierung der linearen Polarisation relativ zu \hat{H} (\hat{V}) ist gleich dem halben Winkel, den der zugehörige Stokes-Vektor mit der z -Achse einschließt, gemessen vom Norpol (Südpol) der Kugel.

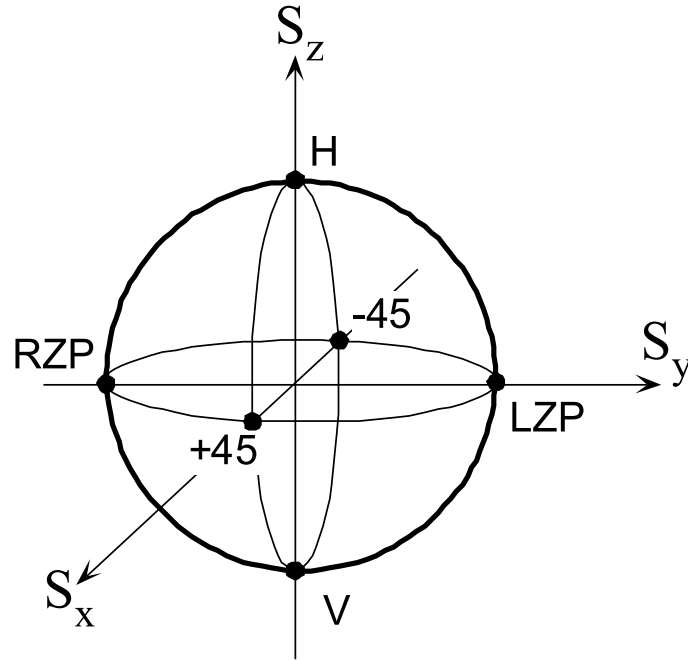


Abbildung A.2: Die Poincaré-Kugel. Auf ihr liegt bei vollständiger Polarisation die Spitze des Stokes-Vektors.

In Abbildung A.3b) sieht man, daß sämtliche elliptischen Polarisationen, einschließlich der Spezialfälle linear und zirkular polarisiert, auf dem Kreis mit $x = 0$ liegen. Die Achsen der Ellipsen stehen stets horizontal oder vertikal.

Die Zustände, die sich anderswo auf der Poincaré-Kugel befinden, sind Ellipsen, die um den Winkel

$$\Phi = \frac{1}{2} \arctan \frac{S_x}{S_z} \quad (\text{A.8})$$

gegenüber der Horizontalen geneigt sind.

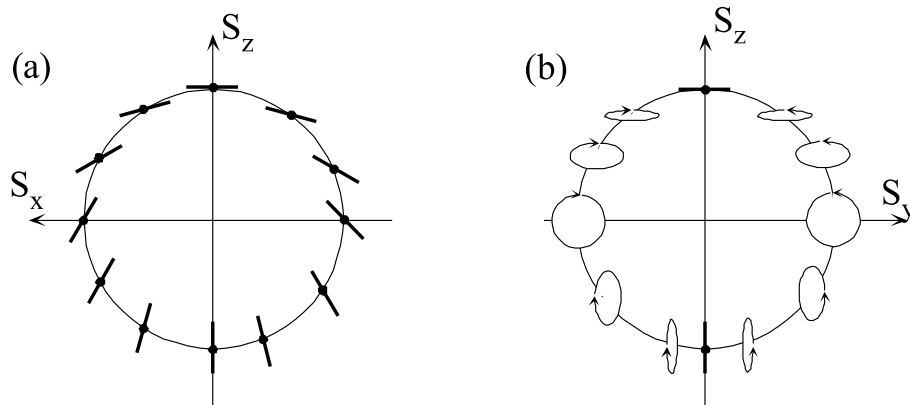


Abbildung A.3: Schnitte durch die Poncaré-Kugel für $y = 0$: die verschiedenen linearen Polarisationen (a) und für $x = 0$: die verschiedenen elliptischen Polarisationen (b).

Weitere Eigenschaften des Stokes-Vektors:

- Der Grad der Polarisierung ist durch $|\vec{S}|$ gegeben.
- Der Grad der linearen Polarisierung ist durch $\sqrt{S_x^2 + S_z^2}$ gegeben.
- Der Grad der zirkularen Polarisierung ist durch $|S_y|$ gegeben.
- Die Helizität ist durch $\frac{S_y}{|S_y|}$ gegeben. *Positive Helizität* bedeutet nach [RF93], daß sich \vec{E} und \vec{B} des Lichtes gegen den Uhrzeigersinn drehen, wenn man auf die Spitze von \vec{k} schaut. Dies ist gleichbedeutend mit *linkszirkularer* Polarisierung (LZP) oder *Rechtshändigkeit*. Es sei jedoch angemerkt, daß man in vielen (älteren) Texten auch andere Konventionen antreffen kann, wie zum Beispiel in [CTK66].

Das Programm MATHEMATICA besitzt ab der Version 4.0 Befehle, mit deren Hilfe man bei relativ kurzer Rechenzeit Rechnungen im Jones-Formalismus durchführen kann. Daher wurde im Rahmen dieser Doktorarbeit eine modulare Mathematica-Anwendung erstellt, mit der die früher von Hand berechneten Signale verifiziert und weitere Überlegungen angestellt werden konnten.

Anhang B

Die Maxwell-Boltzmann Verteilung

In diesem Teil des Anhangs sollen kurz die Zusammenhänge der MAXWELL-BOLTZMANN-Verteilung in einem Reservoir (3D) und der Geschwindigkeitsverteilung in einem Atomstrahl dargestellt werden, da diese von entscheidender Bedeutung für viele in dieser Arbeit durchgeführten Rechnungen sind (siehe beispielsweise Kapitel 2.4).

Wir stellen uns zunächst ein eindimensionales, atomares Gas vor, d.h. es sollen nur Geschwindigkeitskomponenten längs einer Raumrichtung, z.B. \hat{z} , vorkommen. Die Wahrscheinlichkeit, ein Atom mit der Energie $E(v_z) = \frac{1}{2} m v_z^2$ zu finden, ist durch den BOLTZMANN-Faktor $e^{-\frac{E(v_z)}{k_B T}}$ gegeben, wobei $k_B = 1.38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$ die BOLTZMANN-Konstante und T die absolute Temperatur in Kelvin sind. Somit erhalten wir für die *Verteilungsfunktion* $f_{1D}(v_z)$, die die Wahrscheinlichkeit angibt, ein Atom mit der Geschwindigkeit v_z zu finden, den Ausdruck¹

$$f_{1D}(v_z) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{m}{2 k_B T}} e^{-\frac{E(v_z)}{k_B T}}. \quad (\text{B.1})$$

Der Vorfaktor bewirkt, daß die Normierungsbedingung

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f_{1D}(v_z) dv_z = 1$$

erfüllt ist. Die Dimension der Verteilungsfunktion ist die einer inversen Geschwindigkeit. Hieraus kann man direkt die Verteilungsfunktion für ein Gas in drei Dimensionen ableiten, wenn man bedenkt, daß keine der drei Raumrichtungen bevorzugt wird:

$$f_{3D}(\vec{v}) = f_{1D}(v_x) f_{1D}(v_y) f_{1D}(v_z). \quad (\text{B.2})$$

Dies liefert mit $v = |\vec{v}|$ die Verteilung für die Beträge der Geschwindigkeiten in einem Reservoir gemäß

$$f_{3D}(v) dv = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \frac{v^2}{v_0^3} e^{-\frac{v^2}{v_0^2}} dv, \quad (\text{B.3})$$

wenn man das Volumenelement im Geschwindigkeitsraum in Kugelkoordinaten angibt. D.h., die Geschwindigkeitsvektoren \vec{v} , deren Beträge zwischen v und $v+dv$ liegen, füllen eine Kugelschale mit Volumen $4\pi v^2 dv$. Man kann sich durch Ableiten von Gleichung (B.3) überzeugen, daß

$$v_0 = \sqrt{\frac{2 k_B T}{m}} \quad (\text{B.4})$$

die wahrscheinlichste Geschwindigkeit in einem Reservoir angibt. Die Verteilungsfunktion in (B.3) ist ebenfalls auf Eins normiert:

¹In [Dem94] wird die Beziehung mit Hilfe der Barometrischen Höhenformel hergeleitet.

$$\int_0^{+\infty} f_{3D}(v) dv = 1.$$

Wenn man die Verteilungsfunktion $f(v)$ kennt, so gilt für jede Größe $G(v)$ die Beziehung

$$\frac{dG(v)}{dv} = G_{total} \cdot f(v), \quad (\text{B.5})$$

wobei

$$G_{total} = \int_0^\infty \frac{dG(v)}{dv} dv \quad (\text{B.6})$$

erfüllt ist. Mit Hilfe der Beziehungen (B.3) und (B.5) können wir nun die Verteilungsfunktion für die Geschwindigkeiten in einem Atomstrahl herleiten (vgl. [Ram56]).

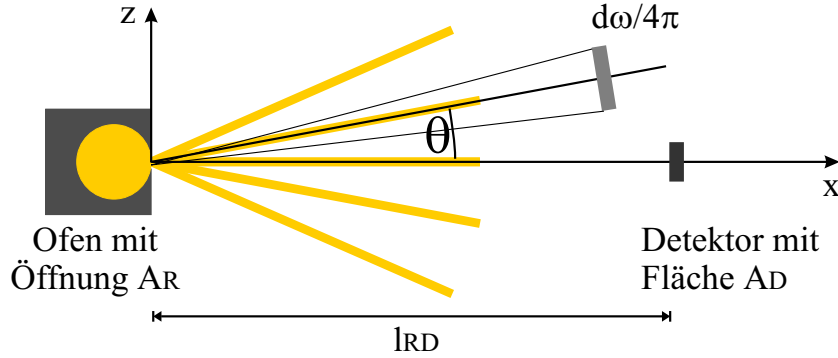


Abbildung B.1: Skizze zur Herleitung der Verteilungsfunktionen.

Wir betrachten ein System, wie es in Abbildung B.1 skizziert ist. Um die Herleitung der geometrischen Beziehungen übersichtlich zu halten, wollen wir zwei Annahmen für die Verhältnisse im Geschwindigkeitsraum machen:

Im Reservoir sollen die Atome zunächst eine mittlere Geschwindigkeit \bar{v} haben; $\bar{\rho}$ bezeichne die mittlere Anzahl Atome pro Volumeneinheit.

Durch die Öffnung der Fläche A_R verlassen pro Sekunde dQ Atome unter einem Winkel θ zur Normalen auf der Reservoiröffnung das Reservoir und treffen in ein Raumwinkelement $\frac{d\omega}{4\pi}$. Es gilt also

$$dQ = \bar{\rho} \cdot \bar{v} \cos(\theta) \cdot A_R \cdot \frac{d\omega}{4\pi}. \quad (\text{B.7})$$

Hieraus erhält man die Gesamtzahl Q der Atome, die pro Sekunde in alle möglichen Richtungen die Quelle verlassen:

$$\begin{aligned} Q_{Halbkugel} &= \int_{Halbkugel} dQ \\ &= \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_0^1 \bar{\rho} \cdot \bar{v} \cos(\theta) \cdot A_R \cdot \frac{1}{4\pi} d\cos\theta d\varphi \\ &= \frac{1}{4} \bar{\rho} \bar{v} A_R. \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

Stellt man nun einen Detektor der Fläche A_D im Abstand l_{RD} auf der x -Achse auf (siehe Abbildung B.1), so gilt für die Anzahl Atome, die pro Sekunde auf dem Detektor auftreffen

$$Q_D = \frac{1}{4\pi} \bar{\rho} \cdot \bar{v} \cdot A_R \cdot \frac{A_D}{l_{RD}^2}. \quad (\text{B.9})$$

Hier geht ein, daß A_D hinreichend klein ist, d.h. daß man in (B.7) $\cos \theta = 1$ setzen darf, und daß jetzt nur noch ein Raumwinkel von $\frac{A_D}{4\pi l_{RD}^2}$ betrachtet wird.

Definiert man die Größe

$$F = \frac{Q_D}{A_D}, \quad (\text{B.10})$$

so erhält man die Anzahl Teilchen, die pro Zeiteinheit eine Flächeneinheit passieren. Man nennt F auch die *Flußdichte*.

Wir lassen jetzt die beiden oben gemachten Annahmen fallen. Statt \bar{v} nehmen wir die tatsächliche Geschwindigkeit v eines jeden Atoms; statt der mittleren Teilchenzahldichte $\bar{\rho}$ setzen wir $\frac{d\rho(v)}{dv}$, d.h. die Anzahl Teilchen pro Volumen im Reservoir, die Geschwindigkeiten zwischen v und $v + dv$ haben, ein. Aus Gleichung (B.10) wird dann mit (B.9) wird dann die Formel

$$\frac{dF(v)}{dv} = \frac{1}{4\pi} \frac{d\rho(v)}{dv} v \frac{A_R}{l_{RD}^2}. \quad (\text{B.11})$$

Diesen Ausdruck wollen wir nun mit Hilfe der Beziehungen (B.3) und (B.5) umformen:

$$\begin{aligned} \frac{dF(v)}{dv} &= \frac{1}{4\pi} \frac{A_R}{l_{RD}^2} v \rho_{total} f_{3D}(v) \\ &= \frac{\rho_{total} A_R}{\pi^{\frac{3}{2}} l_{RD}^2} \frac{v^3}{v_0^3} e^{-\left(\frac{v}{v_0}\right)^2} \\ &= F_{total} \cdot 2 \frac{v^3}{v_0^4} e^{-\left(\frac{v}{v_0}\right)^2} \\ &= F_{total} \cdot f_{Strahl}(v). \end{aligned} \quad (\text{B.12})$$

Durch Nachrechnen kann man sich davon überzeugen, daß die Bedingung (B.6) erfüllt ist. Wir haben hier die Verteilungsfunktion für die Geschwindigkeiten in einem Atomstrahl erhalten, nämlich:

$$f_{Strahl}(v) = 2 \frac{v^3}{v_0^4} e^{-\left(\frac{v}{v_0}\right)^2}. \quad (\text{B.13})$$

Hieraus erhält man nun die interessante Beziehung für die atomare Dichte im Atomstrahl, d.h. die Anzahl Teilchen pro Volumen im Atomstrahl, die Geschwindigkeiten zwischen v und $v + dv$ haben:

Wegen

$$v \cdot \frac{d\rho_{Strahl}(v)}{dv} = \frac{dF(v)}{dv}$$

gilt

$$\begin{aligned} \frac{d\rho_{Strahl}(v)}{dv} &= \frac{1}{v} \frac{dF(v)}{dv} \\ &= \frac{F_{total}}{v} f_{Strahl}(v) \\ &= \frac{F_{total}}{v_0} f_{3D}(v) \\ &= \rho_{Strahl}^{total} f_{3D}(v). \end{aligned} \quad (\text{B.14})$$

Daher wird bei der Herleitung des Ausdrucks (2.57) für den FARADAY-Winkel in RAMSEY-Anordnung lediglich f_{3D} , d.h. die MAXWELL-BOLTZMANN-Verteilung im Ofen benutzt, obwohl es ein Signal ist, das an einem Atomstrahl gemessen wird, man also spontan die Verwendung

von $f_{Strahl}(v)$ aus Gleichung (B.13) erwarten würde.

Während die Verteilungsfunktion für das Reservoir in Gleichung (B.3) die wahrscheinlichste Geschwindigkeit v_0 und die mittlere Geschwindigkeit $1.13 v_0$ besitzt, hat die Verteilungsfunktion (B.13) im Atomstrahl ihr Maximum bei $1.22 v_0$; die mittlere Geschwindigkeit im Strahl beträgt dann $1.33 v_0$.

Anhang C

Der Stromtreiber

Um möglichst rauscharme Ströme für die in Abschnitt 3.1.2 erwähnten Kompensationsspulen zu erzeugen, wurde der in [Bis00] vorgestellte Prototyp einer rauscharmen Stromquelle weiterentwickelt, um für jedes Spulenpaar zwei echte Stromquellen zur Verfügung stellen zu können. Das gebaute Gerät besitzt also drei Module. Jedes besteht aus einer stabilen Spannungsreferenz (siehe Abbildung C.2), die auf einer *Ref102* basiert, und zwei Stromquellen. Der maximale Strom am Ausgang dieser Quellen wird durch den Widerstand $R12$ bzw. $R13$ definiert (siehe Abbildung C.3), über dem die Differenz oder die Summe zweier separat wählbarer Steuerspannungen abfällt. Die Steuerspannung kann mit Hilfe eines Zehngang-Potentiometers am Gerät selbst von Hand eingestellt oder von außen angelegt werden, z.B., wenn man eine Rampe durchfahren möchte. Insgesamt kann man also Gradientenfelder einstellen, beliebige Offsets einstellen und in Kombination mit diesen Anwendungen auch Rampen durchfahren. Um einen optimalen Betrieb zu ermöglichen, müssen die Widerstände $R12$ und $R13$ eine hohe Präzision besitzen, insbesondere wenig driften und gleich groß sein. Um Spektren des NLFE in RAMSEY-Geometrie aufnehmen zu können, wurde $R12 = R13 = 2\text{ k}\Omega$ für das horizontale Spulenpaar gewählt, für die Kompensationsfelder längs der beiden anderen Raumrichtungen boten sich Widerstände von $40\text{ k}\Omega$ an, damit man die kleinen Ströme von Hand sauber einstellen konnte.

Eine wichtige Beobachtung ist es, daß man nicht benutzte Ausgänge kurzschließen muß, da sonst unter Umständen Störungen auf den Eingang zurückwirken.

Das sehr gute Rauschverhalten dieser Stromquelle zeigt Abbildung C.1, in der das intrinsische Rauschen des Testaufbaus (links) und das Rauschspektrum der Stromquelle dargestellt sind. Der selbst gebaute Stromtreiber erwies sich, was das Rauschen anbelangt, kommerziellen Geräten überlegen.

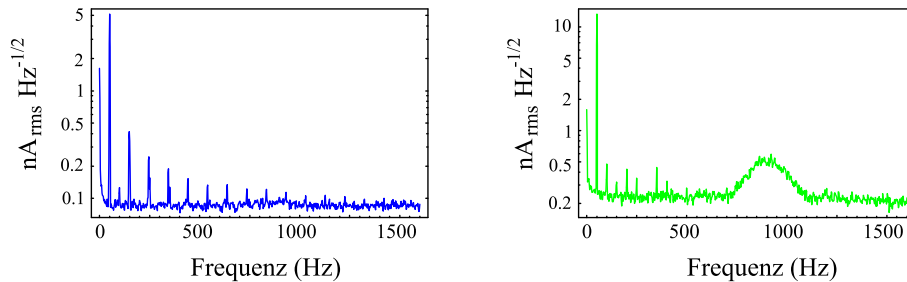


Abbildung C.1: Rauschspektrum des Stromtreibers (rechts) und des Meßsystems ohne zu testendes Gerät (links).

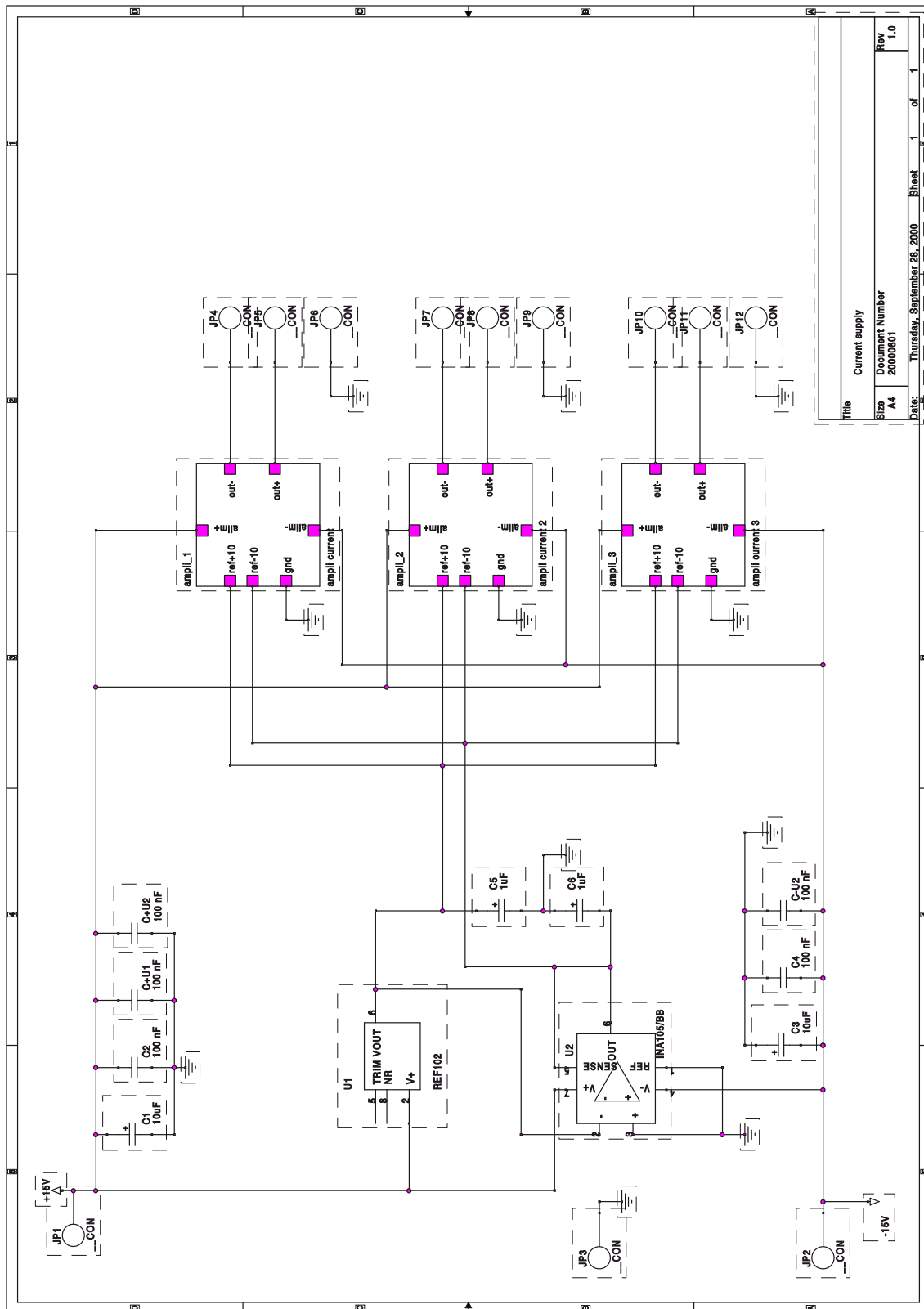


Abbildung C.2: Schaltung zur Erzeugung der stabilen Referenzspannung.

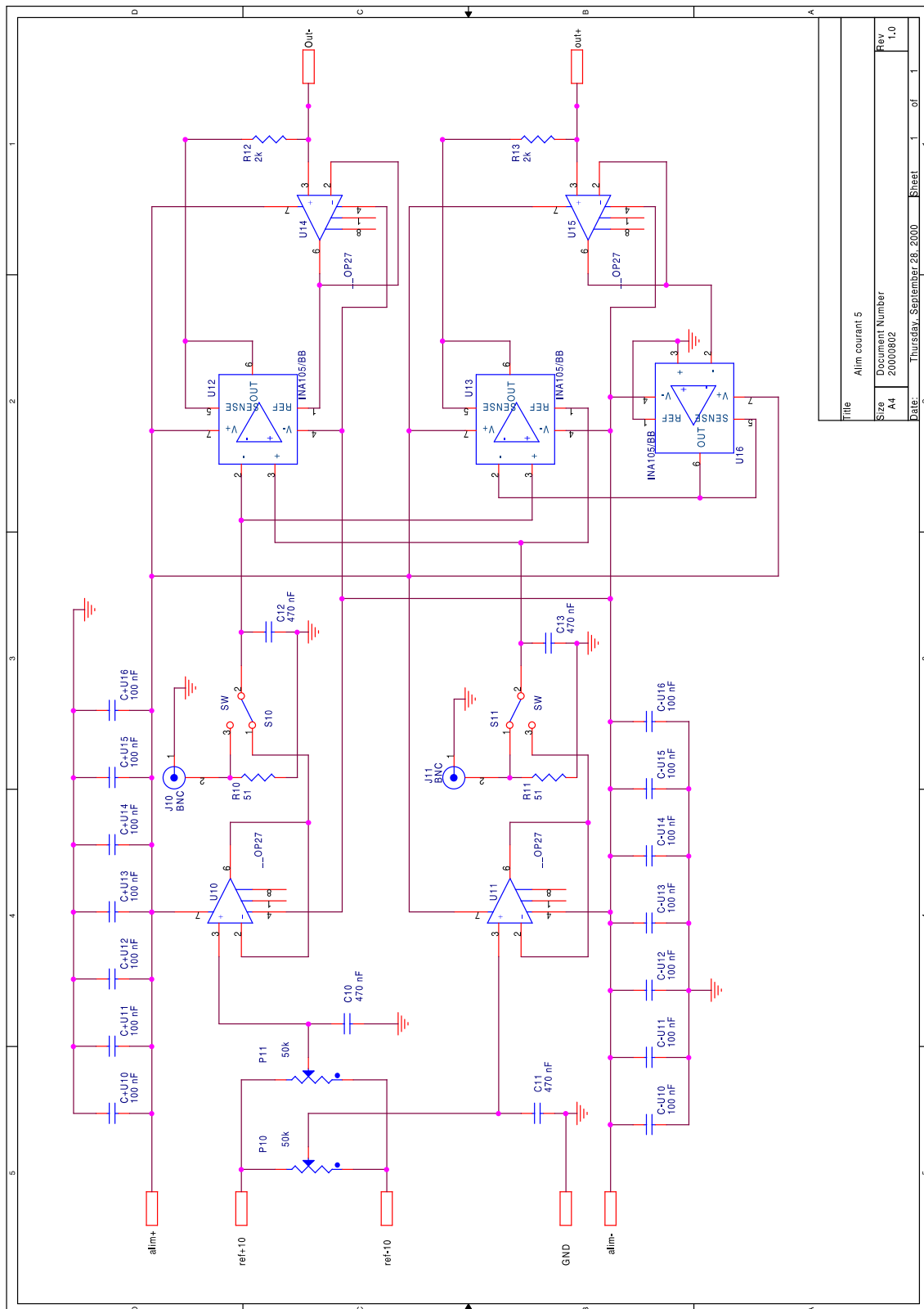


Abbildung C.3: Schaltung für die Versorgung eines Spulenpaares. Der Stromtreiber selbst besteht aus drei solcher Anordnungen.

Anhang D

Eichung des Faraday-Modulators

Wir diskutieren in diesem Teil des Anhangs verschiedene Techniken, zur Eichung des FARADAY-Modulators. Ziel dieser Eichung ist die Absolutmessung der Modulationsamplitude φ_m . Der Aufbau wurde in Abbildung 4.3 skizziert.

- **Methode 1:** Das Signal auf der Photodiode ist im allgemeinen durch

$$S = I_0 \left(\varepsilon + [\varphi_{\text{entkreuz}} + \Phi_F + \varphi_m \sin(\omega_m t)]^2 \right) \quad (\text{D.1})$$

gegeben, wobei ε die Extinktion des Analysators, $\varphi_{\text{entkreuz}}$ die Abweichung von der ideal gekreuzten Stellung der beiden Polarisatoren und φ_m die Amplitude der Modulation, welche mit der Frequenz ω_m erfolgt, angeben. Ohne Atome ist der FARADAY-Winkel $\Phi_F = 0$; I_0 mißt man bei vollständig entkreuzten Polarisatoren. Als Meßgerät für das folgende Prozedere benutzt man einen Lock-In Verstärker, den man digital ausliest.

Im ersten Schritt stellt man $\varphi_{\text{entkreuz}} = 0$ ein. Da der Lock-In Verstärker nur modulierte Signale sieht, ist das interessierende Photodiodensignal durch

$$S = I_0 \varphi_m^2 \sin^2(\omega_m t),$$

gegeben. Detektiert man bei der zweiten Harmonischen ($2f$ -Modus), so erhält man das Signal

$$S_{2\omega} = \frac{1}{2} I_0 \varphi_m^2$$

und damit¹

$$\varphi_m = \sqrt{\frac{2 I_{2\omega}}{I_0}}.$$

- **Methode 2:** Mit demselben Aufbau kann man auch einen anderen Weg gehen. Aus (D.1) sieht man, daß das bei ω_m detektierte Signal durch

$$S_\omega = 2 I_0 \varphi_{\text{entkreuz}} \varphi_m$$

gegeben ist. Mißt man nun I_ω für einige Werte von $\varphi_{\text{entkreuz}}$, die symmetrisch ($\pm 2^\circ$) um den Wert für die vermutlich beste Kreuzung liegen, so erhält man eine Gerade, aus der man den exakten Wert für die optimale Kreuzung erhält. Außerdem liefert die Steigung

¹Wurde I_0 beispielsweise mit einem Multimeter gemessen, so muß man $S_{2\omega}$ durch $\sqrt{2} S_{2\omega}$ ersetzen, da der Lock-In-Verstärker den *rms*-Wert angibt.

$$\varphi_m = \frac{S_\omega}{2 I_0 \varphi_{entkreuz}}.$$

Auch hier muß gegebenenfalls S_ω korrigiert werden.

- **Methode 3:** Diese Methode nutzt die Eigenschaften der TAYLOR-Reihe aus.

Man schließt den Ausgang der Photodiode an ein Oszilloskop an, das man DC-gekoppelt betreibt. Wie in Gleichung (4.6) soll

$$\phi(t) = \varphi_m \sin(\omega_m t)$$

gelten. Kreuzt man die Polarisatoren vollständig, so ergibt sich ein Signal

$$S_k \propto \sin^2((\varphi_{entkreuz} = 0) + \phi(t)),$$

das Null entsprechen soll, entkreuzt man sie vollständig, so erhält man ein Signal

$$S_e \propto \sin^2((\varphi_{entkreuz} = 90^\circ) + \phi(t)),$$

das Eins entsprechen soll. Beide Signale sind horizontale Linien am Oszilloskop. Stellt man nun $\varphi_{entkreuz} = 45^\circ$ ein, so sieht man ein Signal, das, bis auf einen Streckfaktor, $\phi(t)$ angibt; die Mittellinie dieses cosinusförmigen Signals entspreche $\frac{1}{2}$. Bildet man das Verhältnis der am Oszilloskop abgelesenen Werte (O_{szi}) und den ihnen entsprechenden Werte (e_{cht}), so ergibt sich aus

$$\frac{2 \varphi_m^{echt}}{2 \varphi_m^{O_{szi}}} = \frac{1}{S_e - S_k}$$

das Endergebnis

$$\varphi_m^{echt} = \frac{\varphi_m^{O_{szi}}}{S_e - S_k}.$$

Dieses Vorgehen liefert die TAYLOR-Entwicklung des Signals um $x_0 = 45^\circ$:

$$S(45^\circ + \phi(t)) = S(45^\circ) + S'(45^\circ) \cdot \phi(t) = \sin^2(45^\circ) + 2 \sin(45^\circ) \cdot \cos(45^\circ) \cdot \phi(t) = \frac{1}{2} + \phi(t).$$

- **Methode 4:** Benutzt man einen Regelkreis, wie er in Abbildung 7.5 skizziert ist, so kann man eine Eichung des Modulators, der dort nur noch als Dreher verwendet wird, dadurch vornehmen, daß man den Polarisator für den Pumpstrahl mit Hilfe einer Hochpräzisionsdrehfassung im Bereich $\pm 5^\circ$ verdreht und den Kompensationsstrom ($I_{feedback}$) durch den Dreher für verschiedene Positionen des Polarisators mißt. Trägt man die Positionen gegen den Kompensationsstrom auf, so erhält man mit einer linearen Kurvenanpassung den gewünschten Eichfaktor.

Anhang E

Der Aharonov-Casher Effekt

Dieser Teil des Anhangs soll erläutern, warum es in Kapitel 7 gerechtfertigt war, die von einem *motional B-field* (siehe (7.5))

$$\vec{B}_{mot} = -\frac{1}{c^2} \vec{v} \times \vec{E}$$

verursachte Phase ϕ_{AC} mit dem Aharonov-Casher-Effekt in Verbindung zu bringen.

In der *Quantenmechanik*-Vorlesung lernt man meist den AHARONOV-BOHM-Effekt kennen, der die Bedeutung des elektromagnetischen Potentials in der Physik demonstriert (siehe [AB59]): Führt man ein geladenes Teilchen auf einem geschlossenen Weg um ein elektromagnetisches (Vektor-)Potential \vec{A} herum, so erhält die das Teilchen beschreibende Wellenfunktion eine Phase

$$\Phi_{AB} = \oint \vec{A} \cdot \vec{v} dt = \oint \vec{A} \cdot d\vec{x}, \quad (\text{E.1})$$

die von \vec{A} , aber nicht vom Weg abhängt. Es handelt sich also um eine *topologische* Phase.

Der AHARONOV-CASHER-Effekt ist das Analogon¹ zum AHARONOV-BOHM-Effekt für neutrale Teilchen mit einem magnetischen Moment $\vec{\mu}$. In [AC84] wird gezeigt, daß für ein Vektorpotential \vec{A} am Punkte \vec{r} , dessen Quelle ein magnetisches Moment $\vec{\mu}$ am Orte \vec{R} ist, die Beziehung

$$\vec{E} \times \vec{\mu} = q \vec{A}(\vec{r} - \vec{R}) \quad (\text{E.2})$$

gilt. Somit erfährt ein magnetisches Moment, das sich im Feld einer geraden, homogen geladenen, linienförmigen Ladungsverteilung q bewegt, einen AHARONOV-BOHM-Effekt gemäß Gleichung (E.1). Die hiermit verbundene Phase wollen wir mit Aharonov-Casher-Phase bezeichnen:

$$\Phi_{AC} = - \oint q \vec{A}(\vec{r} - \vec{R}) \cdot d\vec{R} = \oint (\vec{\mu} \times \vec{E}) \cdot d\vec{R}. \quad (\text{E.3})$$

Im letzten Schritt wurde Beziehung (E.2) verwendet. Bislang wurden die Originaldefinitionen aus [AC84] benutzt. Für die weitere Diskussion wollen wir zu *SI*-Einheiten übergehen; somit erhalten wir

$$\Phi_{AC} = \frac{1}{\hbar c^2} \oint (\vec{\mu} \times \vec{E}) \cdot d\vec{R} \equiv \Phi. \quad (\text{E.4})$$

Die gerade beschriebene Situation ist in Abbildung E.1(a) dargestellt, wo man ein neutrales Teilchen mit magnetischem Moment $\vec{\mu}$ auf einem geschlossenen Weg (C) um eine Ladungsverteilung q (z.B. geladener Draht) herumführt.

¹Man kann sogar die Äquivalenz beider Effekte zeigen (siehe [Hag90]).

Äquivalent zu diesem Sachverhalt ist die Situation aus E.1(b). Hier hat man eine kohärente Superposition zweier magnetischer Momente mit gleichem Vorzeichen, wobei der eine Teil der Superposition über den Weg (L), der andere über den Weg (R) an der Ladungsverteilung q vorbeigeführt werden. Hierdurch erhält der jeweilige Teil der Wellenfunktion eine Phase² von $+\frac{\Phi}{2}$ oder $-\frac{\Phi}{2}$.

Da in Abbildung E.1(b) das von der Ladungsverteilung q stammende E -Feld auf dem Weg (L) das entgegengesetzte Vorzeichen des E -Feldes auf dem Weg (R) besitzt, ist die Situation in Abbildung E.1(c) eine äquivalente Darstellung.

In Abbildung E.1(d) wird nun lediglich ein elektrisches Feld \vec{E} , dafür aber die kohärente Superposition von magnetischen Momenten mit unterschiedlichem Vorzeichen benutzt. Nehmen wir zur Vereinfachung der weiteren Diskussion ein System mit $F = 1$ an, so kann man eine solche Superposition in der Form

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} [|1, -1\rangle + |1, +1\rangle] \quad (\text{E.5})$$

schreiben. Dann erhalten die Beiträge $|1, \pm 1\rangle$ in Gleichung (E.5) eine Phase $\pm\frac{\Phi}{2}$, da man für die Energieverschiebung, analog zu (1.55),

$$\langle\Psi| -\vec{\mu} \cdot \vec{B} |\Psi\rangle = -\frac{1}{2} g_F \mu_{Bohr} [\langle 1, -1|F_z|1, -1\rangle + \langle 1, +1|F_z|1, +1\rangle] B \quad (\text{E.6})$$

schreiben kann, wenn das B -Feld in z -Richtung liegt. Das in Gleichung (E.6) auftretende B -Feld ist das in Abschnitt 7.3 angesprochene Feld \vec{B}_{mot} , welches ein Atom aufgrund seiner Bewegung in einem statischen, elektrischen Feld sieht (*motional B-field*).

Wie wir in Abschnitt 2.3.1 gesehen haben, kann man die in der Definition von $|\Psi\rangle$ auftretende ($\Delta m = 2$)-Kohärenz von Atomen in einem Ensemble auch als doppelbrechende Achse (Alignment) des atomaren Ensembles interpretieren, wenn man die räumlichen und atomaren Basiszustände geeignet wählt. Somit ist auch die Äquivalenz der Abbildungen E.1(d) und E.1(e) gezeigt.

Insgesamt wurde somit der Zusammenhang zwischen \vec{B}_{mot} und dem AHARONOV-CASHER-Effekt verdeutlicht.

²Man beachte, daß für die Wege die Beziehung $(C) = (L) - (R)$ gilt.

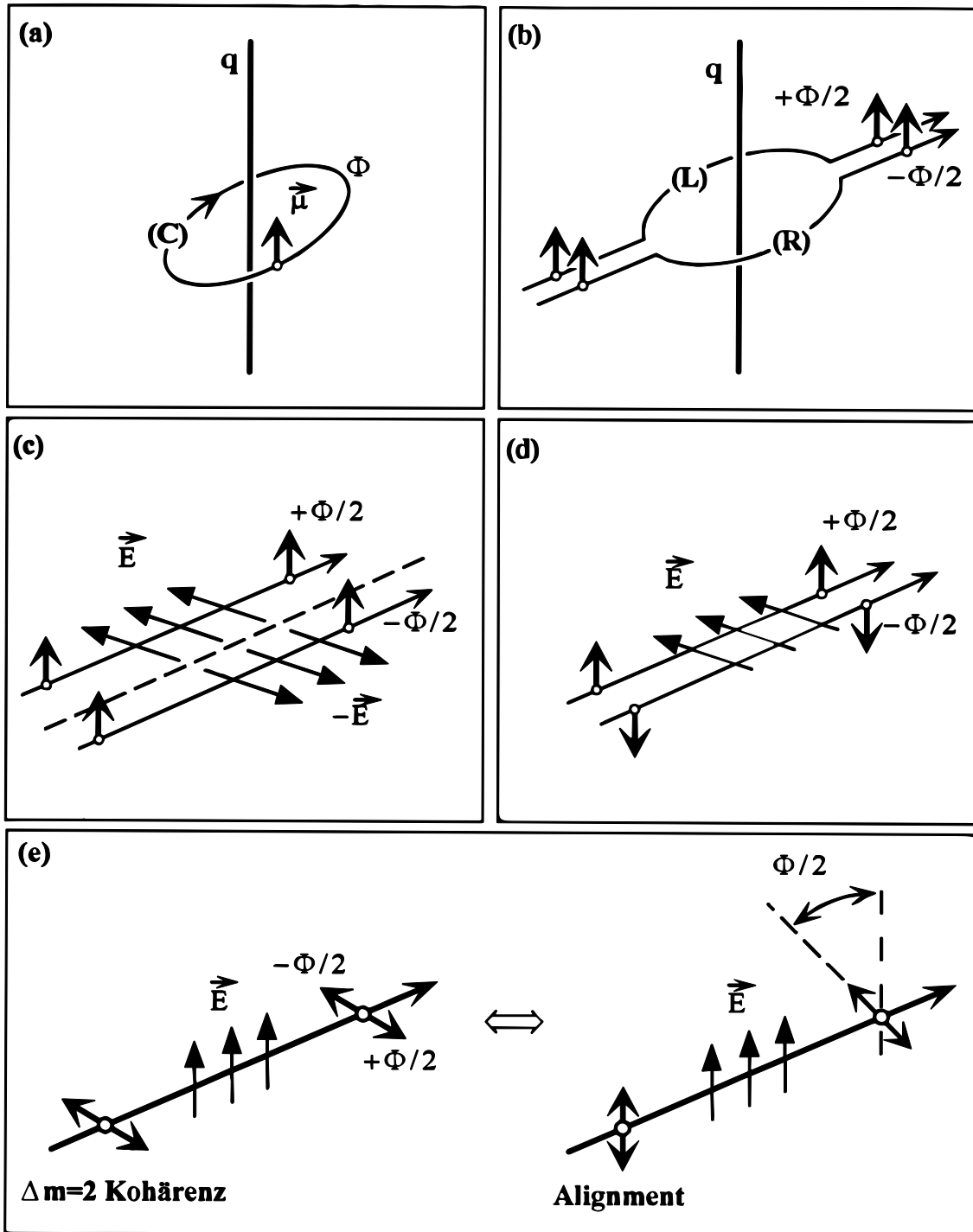


Abbildung E.1: Wie die ursprünglichen Idee von Aharonov und Casher in unserem Experiment realisiert werden kann. Details siehe Text.

Anhang F

Signale zur Messung der Tensorpolarisierbarkeit

In diesem Teil des Anhangs soll das Signal zur Messung der Tensorpolarisierbarkeit α_2 aus Abschnitt 8.1.1 hergeleitet werden. In Abbildung F.1 ist nochmals die experimentelle Situation dargestellt.

- **Präparation eines Anfangszustandes:**

Im einfachsten Fall liegt eine hundert prozentige Spinpolarisation vor. Dies kann man in sehr guter Näherung durch optisches Pumpen auf dem Übergang $|F_g = 4\rangle \rightarrow |F_e = 5\rangle$ mit σ^+ -Licht erreichen (siehe Abbildung F.2).

Im Anfangsspinor

$$\Psi_i = \begin{pmatrix} a_{3,-3} \\ \vdots \\ a_{3,+3} \\ a_{4,-4} \\ \vdots \\ a_{4,+4} \end{pmatrix} = \sum_{F,m} a_{F,m} \psi_{F,m} \quad (\text{F.1})$$

ist dann lediglich der Eintrag $a_{4,+4}$ ungleich Null ($a_{4,+4} = 1$).

Die folgenden Berechnungen, die mit Hilfe einer im Rahmen dieser Arbeit entstandenen Mathematica-Anwendung durchgeführt wurden, wurden mit dieser Anfangsbedingung durchgeführt.

- **Drehen des Anfangsspinors auf die Richtung der externen Felder:**

In der Literatur werden sowohl die aktive als auch die passive Transformation häufig verwendet. Bei letzterer, wie sie beispielsweise in [Edm96] diskutiert wird, dreht man das

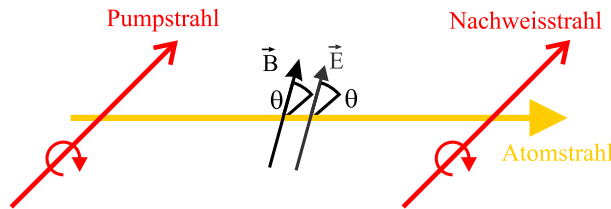


Abbildung F.1: Skizze der experimentellen Situation, wie sie für die Rechnungen angenommen wurde.

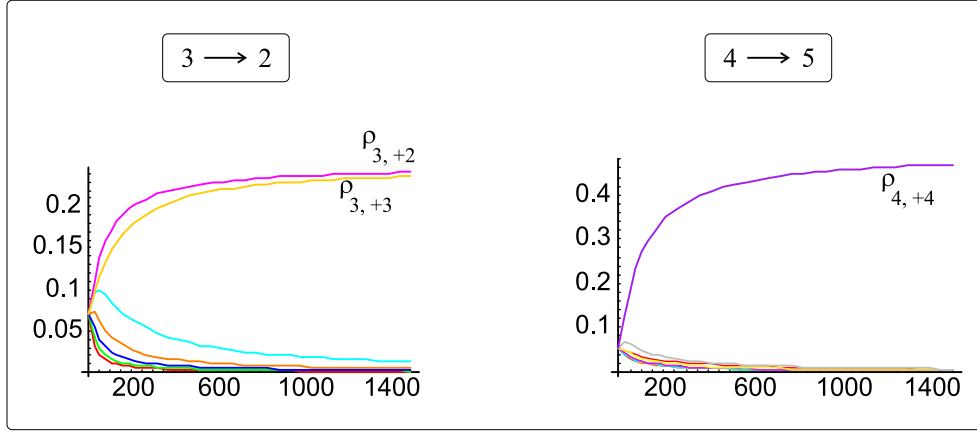


Abbildung F.2: Entwicklung der Populationen $\rho_{3,m}$ für Pumpen mit σ^+ -Licht auf dem Übergang $|F_g = 3\rangle \rightarrow |F_e = 2\rangle$ (links) und Entwicklung der Populationen $\rho_{4,m}$ für Pumpen mit σ^+ -Licht auf dem Übergang $|F_g = 4\rangle \rightarrow |F_e = 5\rangle$ (rechts) in Abhängigkeit von der Anzahl Pumpzyklen. Die Gesamtpopulation aller sechzehn m -Unterniveaus ist auf Eins normiert.

Koordinatenstensystem mit Hilfe einer Drehmatrix, die von links auf den Spinor wirkt. Wir wollen hier die aktive Transformation verwenden; dabei wird der Spinor gedreht, was der intuitivere Zugang ist. Bei der aktiven Transformation wirkt die Drehmatrix von rechts auf einen $(2F + 1)$ -dimensionalen (Zeilen-)Vektor, der die Populationen der ZEEMAN-Niveaus des Zustandes $|F, m_F\rangle$ beinhaltet:

$$\widetilde{\Psi}_i = \Psi_i \cdot \mathcal{R}(F, \theta) = \sum_{F,m} \widetilde{a}_{F,m} \psi_{F,m}. \quad (\text{F.2})$$

Hierin bezeichnen Ψ_i den Anfangsspinor aus (F.1), $\widetilde{\Psi}_i$ den um den Winkel θ um die Atomstrahlachse gedrehten Anfangsspinor und $\mathcal{R}(F, \theta)$ die Matrix für ein Spin- F -System, die die Drehung um den Winkel θ beschreibt¹. Die Matrixelemente der Drehmatrix sind durch

$$\begin{aligned} \mathcal{R}_{n,m}(F, \theta) = & \sum_{t=\max\{0, m-n\}}^{\min\{F+m, F-n\}} (-1)^t \frac{\sqrt{(F+m)! (F-m)! (F+n)! (F-n)!}}{(F+m-t)! (F-n-t)! (t+n-m)! t!} \cdot \\ & \cdot \left(\cos \frac{\theta}{2}\right)^{2F+m-n-2t} \left(\sin \frac{\theta}{2}\right)^{2t+n-m} \end{aligned} \quad (\text{F.3})$$

gegeben². Für die inverse Drehmatrix gilt die Beziehung

$$\mathcal{R}^{-1}(F, \theta) = \mathcal{R}(F, -\theta). \quad (\text{F.4})$$

- **Die Komponenten des gedrehten Spinors erhalten eine Phase:**

Da der Spinor jetzt längs der Felder E und B liegt, kann man diese Richtung als Quantisierungsachse auffassen. Die Komponenten $\widetilde{a}_{F,m}$ des gedrehten Anfangsspinors aus Gleichung (F.2) erhalten eine elektrische Phase gemäß Gleichung (8.6) und eine magnetische Phase

¹In der Literatur dreht man um die y -Achse; dies entspricht im hier diskutierten, konkreten Fall der Atomstrahlachse.

²Sie beschreiben die Beimischung des Zustandes $|F, n\rangle$ zum Zustand $|F, m\rangle$.

gemäß Gleichung (8.8), insgesamt also

$$e^{i(\phi_2 m^2 + \phi_B m)} \approx 1 + i(\phi_2 m^2 + \phi_B m) - \frac{(\phi_2 m^2 + \phi_B m)^2}{2}, \quad (\text{F.5})$$

wobei auch hier wieder

$$\phi_2 = -\frac{3}{2} \frac{\alpha_2 E^2}{\hbar I(2I+1)} \frac{L}{v} \quad \text{und} \quad \phi_B = g_F \frac{|\mu_{Bohr}| B}{\hbar} \frac{L}{v}$$

gelten. Die Näherung in (F.5) darf man machen, da nur der zentrale RAMSEY-Streifen für die Experimente interessiert und $\phi_2 \ll 1$ sowie $\phi_B \ll 1$ erfüllt sind.

Der so entstandene Spinor soll mit $\widetilde{\Psi}_f$ bezeichnet werden; er beschreibt den atomaren Zustand in der Nachweisregion.

- **Zurückdrehen des neuen Spinors:**

Da der Spinor $\widetilde{\Psi}_f$ die Informationen über E - und B -Feld trägt, muß er nur noch um den Winkel $-\theta$ um die Atomstrahlachse in die Richtung des Nachweislaserstrahles (zurück)gedreht werden. Dies erzielt man mit Hilfe der inversen Drehmatrix aus (F.4) gemäß

$$\Psi_f = \widetilde{\Psi}_f \cdot \mathcal{R}^{-1}(F, \theta) = \sum_{F,m} \widetilde{a}_{F,m} \psi_{F,m}. \quad (\text{F.6})$$

- **Berechnung der Absorption:**

Aus dem so entstandenen Spinor Ψ_f (siehe (F.6)) kann man nun die Populationen gemäß

$$\rho_{F,m}^f = \Psi_f^* \cdot \Psi_f \quad (\text{F.7})$$

berechnen. Kennt man die Populationen (F.7) und die Übergangsraten analog zu Gleichung (2.52):

$$\gamma_p(F_g, m_g, q) \propto (2F_g + 1)(2F_e + 1) \left(\begin{array}{ccc} F_e & 1 & F_g \\ -q - m_g & q & m_g \end{array} \right)^2 \cdot \left\{ \begin{array}{ccc} J_e & F_e & I \\ F_g & J_g & 1 \end{array} \right\}^2, \quad (\text{F.8})$$

für einen Übergang $|F_g, m_g\rangle \rightarrow |F_e, m_e\rangle$, wenn man Licht der Polarisation q ($q = \pm 1$ für σ^\pm -Licht und $q = 0$ für π -Licht) benutzt, so kann man die Absorption analog zu (2.54) gemäß

$$\kappa(q) \propto \sum_{M=-F}^F \rho_{F,M}^f \gamma_p(F, M, q) \quad (\text{F.9})$$

aus den Beziehungen (F.7) und (F.8) berechnen, wenn $F = F_g$ gilt. Mit Hilfe von Gleichung (F.9) erhält man das Signal für den zirkularen Dichroismus gemäß

$$CD \propto \kappa(+1) - \kappa(-1). \quad (\text{F.10})$$

- **Berechnung des magnetischen Äquivalents:**

Im Experiment mißt man, wenn man das B -Feld moduliert, die erste Ableitung des Signals aus (F.9) nach dem B -Feld. Dies erreicht man in der Rechnung, indem man nach ϕ_B ableitet:

$$S_{\text{indiv}} \propto \frac{d\kappa(q)}{d\phi_B}. \quad (\text{F.11})$$

Setzt man den so erhaltenen Ausdruck gleich Null, was die Verwendung eines Regelkreises zum Stabilisieren auf den zentralen Nulldurchgang im Experiment simuliert, so erhält man

100% bev. Zustand	q	$S_{indiv}^{F,m}(q) \propto \frac{d\kappa(q)}{d\phi_B}$
$ 3, -3\rangle$	+1	$-\frac{5}{28}(\phi_B - 5\phi_2 \cos \theta) \sin^2 \theta$
$ 3, -3\rangle$	-1	0
$ 3, -2\rangle$	+1	$-\frac{5}{84}(\phi_B + 3\phi_2 \cos \theta) \sin^2 \theta$
$ 3, -2\rangle$	-1	0
$ 3, -1\rangle$	+1	$\frac{1}{42}(\phi_B - 21\phi_2 \cos \theta) \sin^2 \theta$
$ 3, -1\rangle$	-1	$\frac{1}{84}(7\phi_B + 3\phi_2 \cos \theta) \sin^2 \theta$
$ 3, 0\rangle$	± 1	0
$ 3, +1\rangle$	+1	$\frac{1}{84}(7\phi_B - 3\phi_2 \cos \theta) \sin^2 \theta$
$ 3, +1\rangle$	-1	$\frac{1}{42}(\phi_B + 21\phi_2 \cos \theta) \sin^2 \theta$
$ 3, +2\rangle$	+1	0
$ 3, +2\rangle$	-1	$-\frac{5}{84}(\phi_B - 3\phi_2 \cos \theta) \sin^2 \theta$
$ 3, +3\rangle$	+1	0
$ 3, +3\rangle$	-1	$-\frac{5}{28}(\phi_B + 5\phi_2 \cos \theta) \sin^2 \theta$

Tabelle F.1: Signalformen, wenn man bei der Präparation einen individuellen Zustand in $|F_g = 3\rangle$ zu 100% bevölkert und ihn mit Licht der Polarisation q auf dem Übergang $|F_g = 3\rangle \rightarrow |F_e = 2\rangle$ gemäß Gleichung (F.11) nachweist.

eine Gleichung, welche ϕ_2 und ϕ_B in Beziehung bringt. In der Näherung $\phi_2 \ll 1$, $\phi_B \ll 1$ ist dies eine einfache, lineare Beziehung. Indem man ϕ_B durch ϕ_2 ausdrückt, läßt sich ein magnetisches Äquivalent der durch das E -Feld und α_2 aufgeprägten Phase ϕ_2 angeben.

Für den Fall, daß der Zustand $|F, m = F\rangle$ zu hundert Prozent bevölkert ist, erhält man folgenden Zusammenhang (siehe die jeweils letzte Zeile in Tabelle F.1 bzw. F.2):

$$\phi_B = (1 - 2F) \phi_2 \cos \theta.$$

Das hier beschriebene Vorgehen kann man für alle Spinoren durchführen, die genau einen Eintrag haben, der gleich Eins ist, und ansonsten nur Nullen beinhalten. Für den Fall, daß man auf dem Übergang $|F_g = 3\rangle \rightarrow |F_e = 2\rangle$ mit σ^\pm -Licht die Absorption mißt, sind die Signale (F.11) in Tabelle F.1, für den Fall, daß man auf dem Übergang $|F_g = 4\rangle \rightarrow |F_e = 5\rangle$ mit σ^\pm -Licht die Absorption mißt, in Tabelle F.2 aufgeführt.

100% bev. Zustand	q	$S_{indiv}^{F,m}(q) \propto \frac{d\kappa(q)}{d\phi_B}$
$ 4, -4\rangle$	+1	$\frac{2}{45}(\phi_B - 7\phi_2 \cos \theta) \sin^2 \theta$
$ 4, -4\rangle$	-1	$-\frac{1}{5}(\phi_B - 7\phi_2 \cos \theta) \sin^2 \theta$
$ 4, -3\rangle$	+1	$\frac{1}{180}(13\phi_B - 49\phi_2 \cos \theta) \sin^2 \theta$
$ 4, -3\rangle$	-1	$-\frac{1}{45}(5\phi_B - 7\phi_2 \cos \theta) \sin^2 \theta$
$ 4, -2\rangle$	+1	$\frac{1}{60}(5\phi_B - \phi_2 \cos \theta) \sin^2 \theta$
$ 4, -2\rangle$	-1	$-\frac{7}{180}(\phi_B + 13\phi_2 \cos \theta) \sin^2 \theta$
$ 4, -1\rangle$	+1	$\frac{1}{90}(7\phi_B + 29\phi_2 \cos \theta) \sin^2 \theta$
$ 4, -1\rangle$	-1	$\frac{1}{60}(\phi_B - 43\phi_2 \cos \theta) \sin^2 \theta$
$ 4, 0\rangle$	± 1	0
$ 4, +1\rangle$	+1	$\frac{1}{60}(\phi_B + 43\phi_2 \cos \theta) \sin^2 \theta$
$ 4, +1\rangle$	-1	$\frac{1}{90}(7\phi_B - 29\phi_2 \cos \theta) \sin^2 \theta$
$ 4, +2\rangle$	+1	$-\frac{7}{180}(\phi_B - 13\phi_2 \cos \theta) \sin^2 \theta$
$ 4, +2\rangle$	-1	$\frac{1}{60}(5\phi_B + \phi_2 \cos \theta) \sin^2 \theta$
$ 4, +3\rangle$	+1	$-\frac{1}{45}(5\phi_B + 7\phi_2 \cos \theta) \sin^2 \theta$
$ 4, +3\rangle$	-1	$\frac{1}{180}(13\phi_B + 49\phi_2 \cos \theta) \sin^2 \theta$
$ 4, +4\rangle$	+1	$-\frac{1}{5}(\phi_B + 7\phi_2 \cos \theta) \sin^2 \theta$
$ 4, +4\rangle$	-1	$\frac{2}{45}(\phi_B + 7\phi_2 \cos \theta) \sin^2 \theta$

Tabelle F.2: Signalformen, wenn man bei der Präparation einen individuellen Zustand in $|F_g = 4\rangle$ zu 100% bevölkert und ihn mit Licht der Polarisation q auf dem Übergang $|F_g = 4\rangle \rightarrow |F_e = 5\rangle$ gemäß Gleichung (F.11) nachweist.

Anhang G

Faraday-Ramsey Signale für zirkular polarisiertes Licht

Dieser Teil des Anhangs behandelt die Signalform bei Messungen in RAMSEY-Geometrie für den Fall, daß man auf dem Übergang $|F_g = 4\rangle \rightarrow |F_e = 5\rangle$ mit zirkular polarisiertem Licht pumpt und nachweist.

Das hier vorgestellte Vorgehen ist ein Spezialfall des in Anhang F diskutierten Vorgehens. Hier wollen wir jedoch die Abhängigkeit der Spektren vom Magnetfeld für $E = 0$ diskutieren und sehen, wie sich die Signale für den Bereich

$$0^\circ \leq \theta \equiv \theta_B \equiv \angle(\vec{k}, \vec{B}) \leq 90^\circ$$

verhalten. Daher werden die Phasenfaktoren nicht approximiert! Ferner sollen die für die Eichung des Magnetfeldes benötigten Positionen der Nulldurchgänge links und rechts des zentralen Nulldurchganges rechnerisch ermittelt werden.

G.1 Monochromatischer Atomstrahl

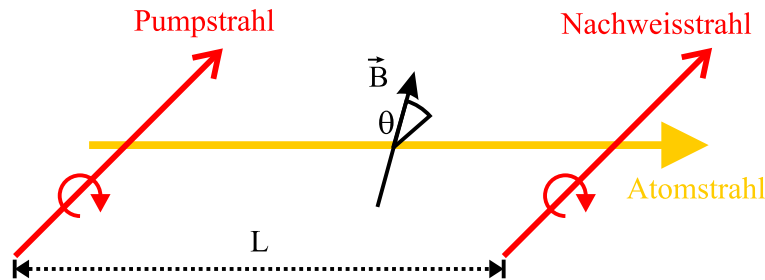


Abbildung G.1: Skizze für Messungen in RAMSEY-Geometrie mit zirkular polarisiertem Pump- und Nachweislicht, wenn man einen beliebigen Winkel θ zwischen Licht- und Magnetfeldrichtung zuläßt.

Wir starten die Rechnung für den in Abbildung G.1 skizzierten Fall wieder mit dem Populationsvektor aus Gleichung (F.1), um die Rechnung zu vereinfachen:

$$\Psi_i = \begin{pmatrix} a_{3,-3} \\ \vdots \\ a_{3,+3} \\ a_{4,-4} \\ \vdots \\ a_{4,+4} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix},$$

Ferner soll

$$(\mathcal{B})_{n,m} = \phi_Z(m, t) \delta_{n,m} = m \phi_B \delta_{n,m} \quad (\text{G.1})$$

die Matrix, die jedem m -Unterzustand die vom Magnetfeld herrührende Phase

$$\phi_Z(m, t) = \int_0^t -\vec{\mu} \cdot \vec{B} dt' = g_F m |\omega_{Larmor}| \frac{L}{v}$$

gemäß Gleichung (2.36) für $F = F_g$ und $m = m_{F_g}$ verleiht, bezeichnen. Die Zeit $t = t_{Flug}$ zwischen Pump- und Nachweisregion ist bei einer festen Geschwindigkeit v der Atome durch

$$t_{Flug} = \frac{L}{v}$$

gegeben. Für den in der Nachweisregion ankommenden Populationsvektor erhält man analog zu den Ausführungen in Anhang F

$$\Psi_f = \Psi_i \cdot \mathcal{R}(F, \theta) \cdot \mathcal{B} \cdot \mathcal{R}^{-1}(F, \theta), \quad (\text{G.2})$$

wenn wieder $\mathcal{R}(F, \theta)$ bzw. $\mathcal{R}^{-1}(F, \theta)$ die Drehmatrix bzw. deren Inverses aus Gleichung (F.3) bzw. (F.4) bezeichnet.

Das Resultat aus (G.2) kann man nun mit Hilfe von (F.7) und (F.8) dazu verwerten, das Absorptionssignal S_κ in der Nachweisregion mit (F.9) zu berechnen.

Für Pumpen und Nachweisen mit Licht der Polarisation $q = +1$ erhält man aus den gemachten Annahmen

$$\begin{aligned} S_\kappa &= \frac{1}{5760} [990 \\ &\quad -28 \cos(2\theta - 2\phi_B) - 176 \cos(2\theta - \phi_B) + 7 \cos(4\theta - 2\phi_B) \\ &\quad -28 \cos(4\theta - \phi_B) + 408 \cos(\phi_B) + 42 \cos(2\phi_B) \\ &\quad -28 \cos(4\theta + \phi_B) + 408 \cos(2\theta) + 42 \cos(4\theta) \\ &\quad -28 \cos(2\theta + 2\phi_B) - 176 \cos(2\theta + \phi_B) + 7 \cos(4\theta + 2\phi_B)] \\ &= \frac{1}{2880} [3(165 + 68 \cos(2\theta) + 7 \cos(4\theta)) \\ &\quad + 16(29 + 7 \cos(2\theta)) \cos \phi_B \sin^2 \theta \\ &\quad + 56 \cos(2\phi_B) \sin^4 \theta] . \end{aligned} \quad (\text{G.3})$$

Moduliert man das Magnetfeld zwischen Pump- und Nachweisregion (siehe Abbildung G.1), d.h.

$$\vec{B} = \vec{B}_{Scan} + \vec{B}_{Mod} = \vec{B}_{Scan} + \vec{B}_m \cos(\omega_m t),$$

und demoduliert das Signal mit Hilfe eines Lock-In Verstärkers, so erhält man die Ableitung von S_κ nach dem Magnetfeld (siehe Abschnitt 4.2.2); zunächst wollen wir schreiben:

$$S_\kappa^{LIV} \propto \frac{dS_\kappa}{d\phi_B} = -\frac{1}{180} \sin^2 \theta [(29 + 7 \cos(2\theta)) \sin \phi_B + 7 \sin^2 \theta \sin(2\phi_B)] . \quad (\text{G.4})$$

In Abbildung G.2 sind S_κ und S_κ^{LIV} für verschiedene Winkel θ skizziert, wenn man $-360^\circ \leq \phi_B \leq +360^\circ$ wählt. Man sieht sehr schön, daß die Lage der Extrema für S_κ bzw. die Lage der

Nulldurchgänge für S_{κ}^{LIV} nicht¹ davon abhängen, daß der Winkel zwischen der in der Pumpregion erzeugten Spinpolarisation und dem Magnetfeld genau 90° beträgt; lediglich der Kontrast und die Form der Kurven ändern sich.

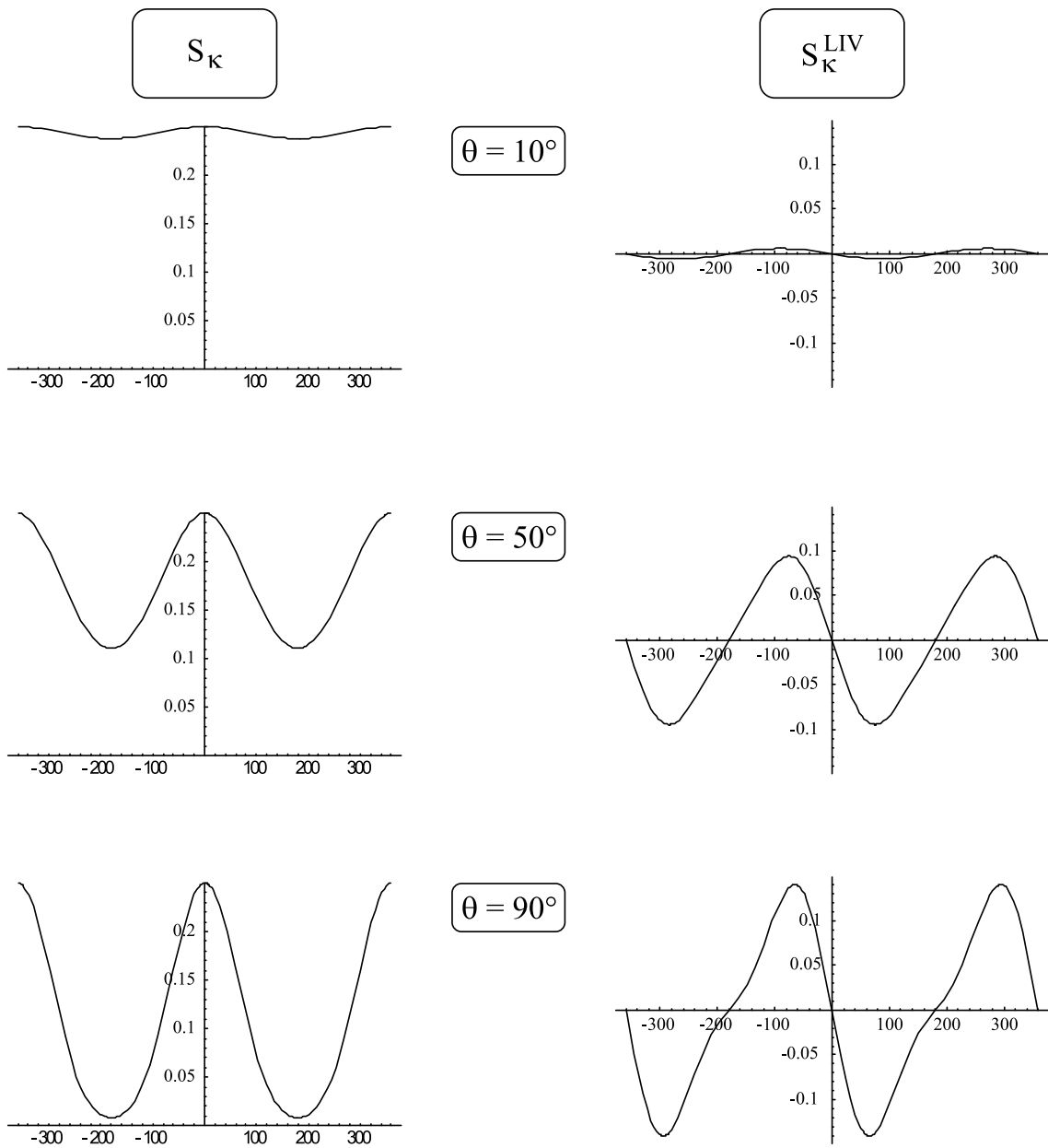


Abbildung G.2: Die nach (G.3) und (G.4) berechnete Abhängigkeit der Signale vom Magnetfeld: $-360^\circ \leq \phi_B \leq +360^\circ$.

G.2 Thermischer Atomstrahl

Wir haben gerade in Abschnitt G.1 gesehen, daß die Lage der Nullstellen eines mit Magnetfeldmodulation aufgenommenen Absorptionssignals praktisch nicht von

$$\theta \equiv \angle(\vec{k}, \vec{B})$$

abhängt. Dies ändert sich jedoch im Falle eines thermischen Atomstrahles, wenn man in RAMSEY-Geometrie mit zirkular polarisiertem Licht pumpt und nachweist. In Abbildung G.3 sind RAMSEY-Streifen des Absorptionssignals gemäß Gleichung (G.5) und für dessen Ableitung gemäß Gleichung (G.6) für verschiedene Werte von θ abgebildet.

Nehmen wir das Signal aus Gleichung (G.3), so können wir daraus leicht eine Formel für den zu erwartenden RAMSEY-Streifen herleiten, wenn wir $\frac{\phi_B}{x_v}$ an Stelle von ϕ_B einsetzen:

$$S_{RAM}^\kappa(\phi_B, \theta) \propto \int_0^\infty S_\kappa x_v^2 e^{-x_v^2} dx_v. \quad (G.5)$$

Nehmen wir andererseits das Signal aus Gleichung (G.4), so können wir daraus ebenfalls eine Formel für die zu erwartende Signalform ableiten:

$$S_{RAM}^{LIV}(\phi_B, \theta) \propto - \int_0^\infty \sin^2 \theta \left[[29 + 7 \cos(2\theta)] \sin\left(\frac{\phi_B}{x_v}\right) + 7 \sin^2 \theta \sin\left(2\frac{\phi_B}{x_v}\right) \right] x_v e^{-x_v^2} dx_v. \quad (G.6)$$

An dieser Stelle ist der Vergleich von

$$\phi_B \equiv \frac{B}{2 B_0^{RAM}} = \frac{B}{B_0^{zirk}}$$

interessant, wenn man für den hier diskutierten Fall ein Skalierungsfeld gemäß

$$B_0^{zirk} = \frac{v_0}{\gamma_G L} \quad (G.7)$$

definieren. Vergleicht man (G.7) mit Formel (2.59), so sieht man, daß die RAMSEY-Streifen bei der Verwendung von linear polarisiertem Pump- und Nachweislicht nur halb so breit sind, wie bei der Verwendung von zirkular polarisiertem Pump- und Nachweislicht.

Mit der Beziehung (G.6) kann man nun den Einfluß des Winkels θ auf die RAMSEY-Streifen (siehe Abbildung G.3) und die Lage der Nullstellen studieren. Die in Abbildung G.2 auftretende Asymmetrie des Signals ist nicht mehr sichtbar, da die (Neben)-Streifen durch die Geschwindigkeitsverteilung hinreichend gedämpft sind.

Rechnerisch erhält man für die Lage der Neben-Nulldurchgänge $\phi_B^{li/re}$ die dimensionlosen Werte

$$\phi_B^{li/re} = \mp 3.17727, \quad (G.8)$$

wenn man $\theta = 50^\circ$ annimmt. In Abbildung G.4 ist die Änderung der Lage der Nullstellen für $0^\circ < \theta < 90^\circ$ skizziert. Dort kann man ablesen, daß sich die relative Lage der rechten Nullstelle zwischen 45° und 55° um weniger als 1% ändert.

¹Die Berechnung der Nullstellen für S_κ^{LIV} mit Mathematica liefert eine relative Unsicherheit von weniger als 10^{-6} .

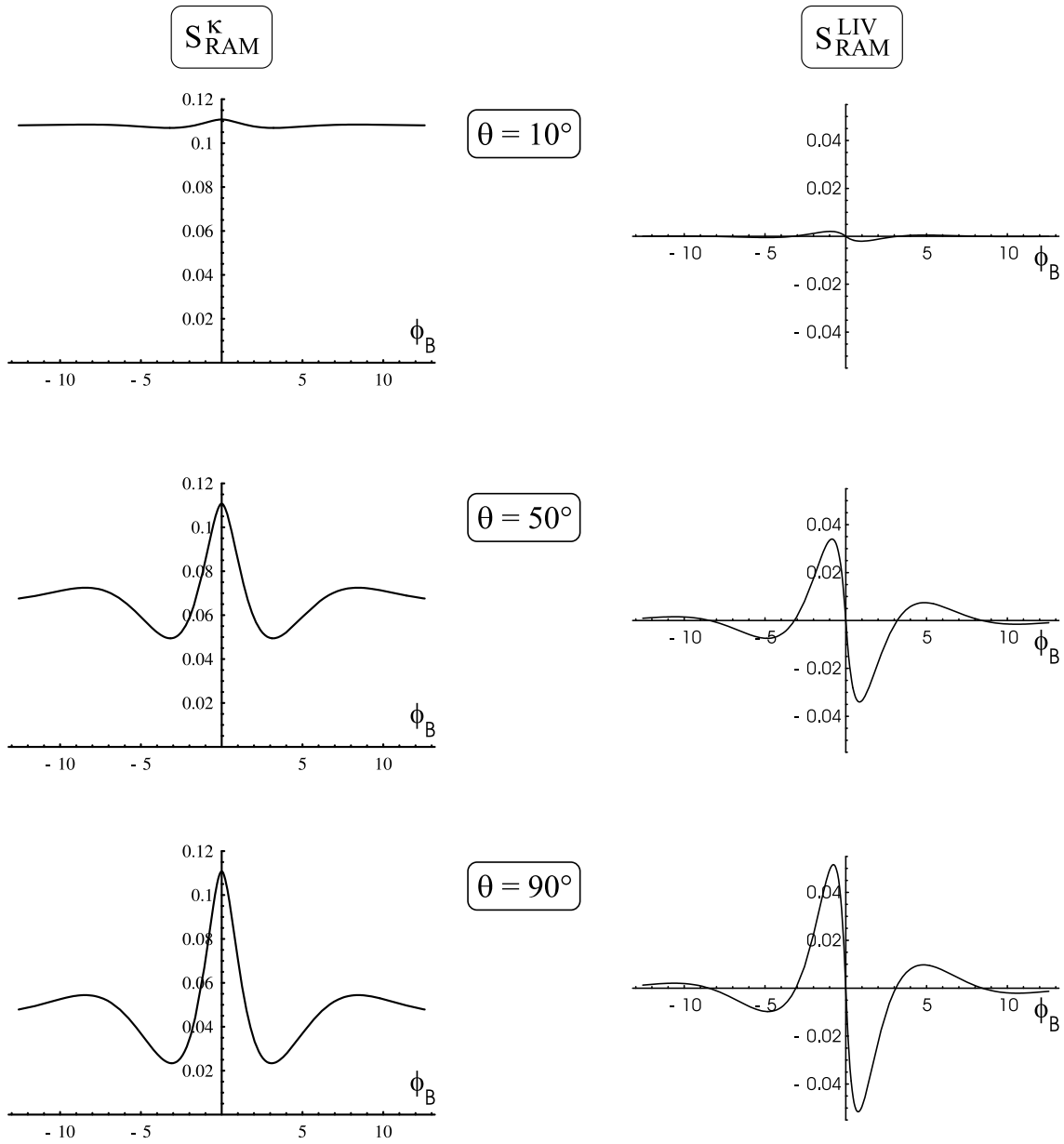


Abbildung G.3: RAMSEY-Streifen (links: das Absorptionssignal; rechts: die Ableitung des Absorptionssignals) für Pumpen und Nachweisen mit zirkular polarisiertem Licht für verschiedene Werte von θ in Abhängigkeit von $\phi_B = \frac{B}{B_0^{\text{zirk}}}$ ($B_0^{\text{zirk}} = 340 \mu\text{G}$).

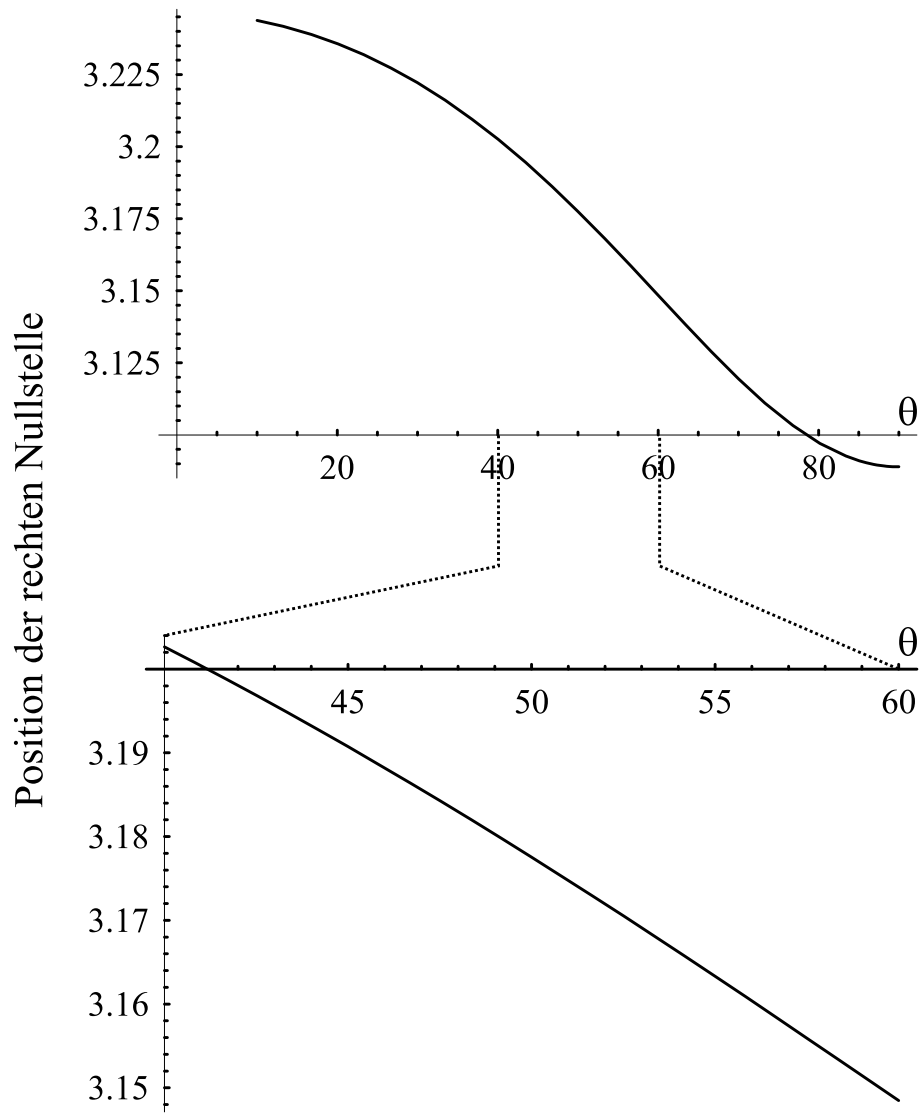


Abbildung G.4: Lage der Nullstelle ϕ_B^{re} für verschiedene Werte von θ bei Pumpen und Nachweisen mit zirkular polarisiertem Licht.

Anhang H

Die neue Spulen-/Elektrodenhalterung

Dieser Teil des Anhangs beschreibt kurz die neue Spulen-/Elektrodenhalterung, mit der es möglich sein sollte, den systematischen Fehler bei der Messung der Tensorpolarisierbarkeit α_2 um eine Größenordnung zu verringern.

In Abbildung H.1 ist das Gesamtsystem dargestellt. Die obere und die untere Hälfte der Elektrodenhalterung wurden aus Polycarbonat gefertigt, da es hervorragende Hochspannungstauglichkeit (siehe Tabelle H.1) mit leichter Verarbeitung kombiniert. In diesen beiden Hälften sind die Elektroden aus Floatglas, die durch (bis zu) zehn Quarz-Abstandshalter der Höhe $6065.0(5) \mu\text{m}$ auf einem wohldefinierten, präzise bekannten Abstand gehalten werden, fixiert. Die beiden Hälften sind mit Hilfe von handgefertigten Schrauben aus Polycarbonat verschraubt. Dieses *Sandwich* wird zwischen zwei Rechteckspulen befestigt, die auf Aluminiumträger gewickelt sind. Jede Spule besitzt zehn Windungen (Drahtdurchmesser: 0.7 mm); das Spulenpaar liefert etwa 2.5 mG/mA. Diese filigranen Spulenträger werden durch die beiden Kopfstücke, zwei Versteifungsteile und zwei Blenden stabilisiert. Die Eintrittsblende hat einen Durchmesser von 3.6 mm, wodurch bei ihrem aktuellen Abstand vom Ofen der Atomstrahl die Elektroden vor der Nachweisregion gerade nicht berührt. Die Austrittsblende hat einen Durchmesser von 10 mm.

Werkstoff	Oberflächenwiderstand (Ω / sq)	spezif. Widerstand (Ωcm)	Dielektrizitätskonstante @ 1 MHz	Durchschlagsfeldstärke
Polycarbonat	10^{15}	$10^{14} - 10^{16}$	2.9	$15-67 \frac{\text{kV}}{\text{mm}}$
Quarz	–	10^{20}	3.75	$50 \frac{\text{kV}}{\text{mm}}$

Tabelle H.1: Wichtige Daten der verwendeten Materialien.

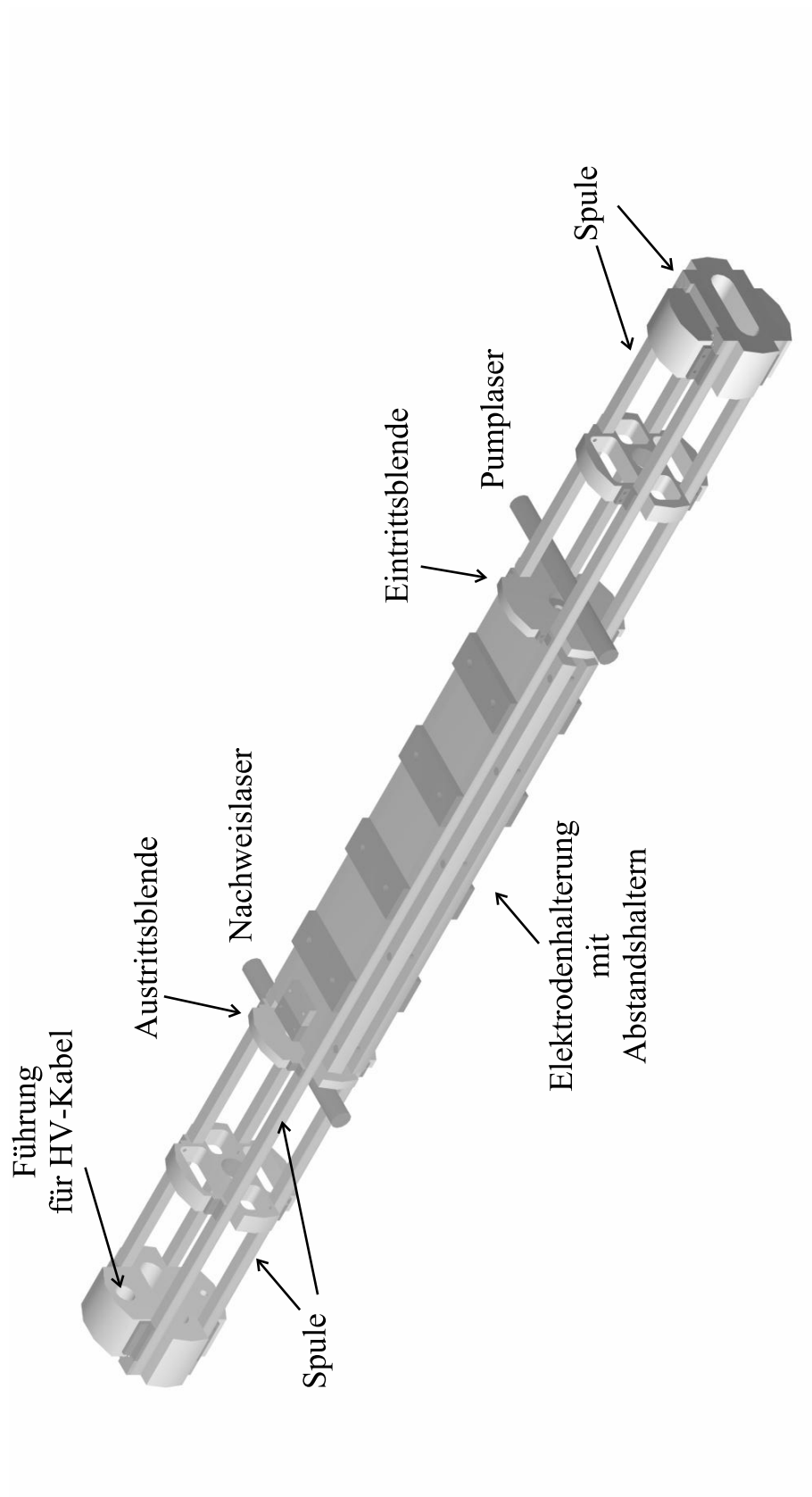


Abbildung H.1: Die neue Spulen-/Elektrodenhalterung.

Literaturverzeichnis

- [AAK⁺88] A. Aspect, E. Arimondo, R. Kaiser, N. Vansteenkiste, and C. Cohen-Tannoudji. Laser Cooling below the One Photon Recoil Energy by Velocity-Selective Coherent Population Trapping. *Physical Review Letters*, 61, 7:826–829, 1988.
- [AB59] Y. Aharonov and D. Bohm. Significance of Electromagnetic Potentials in the Quantum Theory. *Physical Review*, 115, 3:485–491, 1959.
- [AC84] Y. Aharonov and A. Casher. Topological Quantum Effects for Neutral Particles. *Physical Review Letters*, 53, 4:319–321, 1984.
- [ADH⁺86] A. Aspect, J. Dalibard, A. Heidmann, C. Salomon, and C. Cohen-Tannoudji. Cooling Atoms with Stimulated Emission. *Physical Review Letters*, 57,14:1688–1691, 1986.
- [AH66] J. Aubel and C. Hause. *J. Chem. Phys.*, 44:2659 ff., 1966.
- [AIV77] E. Arimondo, M. Inguscio, and P. Violino. Experimental determinations of the hyperfine structure in the alkali atoms. *Reviews of Modern Physics*, 49, 1:31–75, 1977.
- [All66] David W. Allan. Statistics of Atomic Frequency Standards. *Proceedings of the IEEE*, 54, 2:221–230, 1966.
- [AS68] J.R.P. Angel and P.G.H. Sandars. The hyperfine structure Stark effect. *Proc. Roy. Soc. A*, 305:125–138, 1968.
- [AVK⁺90] Alain Aspect, Nathalie Vansteenkiste, Robin Kaiser, Helmut Haberland, and Martin Karrais. Preparation of a pure intense beam of metastable helium by laser cooling. *Chemical Physics*, 145:307–315, 1990.
- [BAZ89] V. S. Bagnato, A. Aspect, and S. C. Zilio. Study of laser deceleration of an atomic beam by monitoring the fluorescence along the deceleration path. *Optics Communications*, 72,1,2:76–81, 1989.
- [BB57] William E. Bell and Arnold L. Bloom. Optical Detection of Magnetic Resonance in Alkali Metal Vapor. *Physical Review*, 107, 6:1559–1565, 1957.
- [BB91] E. Baum and J. Bork. Systematic design of magnetic shields. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 101:69–74, 1991.
- [Ber00] Patrick Berthoud. *Développement d’une source continue d’atomes de césium refroidis par laser*. PhD thesis, Observatoire cantonal de Neuchâtel - Université de Neuchâtel, 2000.

- [Bis00] Georg P. Bison. *Kleinfeldmagnetometrie mit optisch gepumptem Cäsium-Dampf*. Diplomarbeit in Physik, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn, 2000.
- [BLM⁺85] V.I. Balykin, V.S. Lethokov, V.G. Minogin, Yu.V. Rozhdestvensky, and A.I. Sidorov. Radiative collimation of atomic beams through two-dimensional cooling of atoms by laser-radiation pressure. *J. Opt. Soc. Am. B*, 2,11:1776–1783, 1985.
- [BLP79] G. R. Boyer, B. F. Lamouroux, and B. S. Prade. Automatic measurement of the Stokes vector of light. *Applied Optics*, 18, 8:1217–1219, 1979.
- [BLS86] V.I. Balykin, V.S. Lethokov, and A.I. Sidorov. Focusing atomic beams by the dissipative radiation-pressure force of laser light. *JETP Lett.*, 43,4:217–220, 1986.
- [BMH71] B. R. Bulos, A. Marshall, and W. Happer. Light Shifts Due to Real Transitions in Optically Pumped Alkali Atoms. *Physical Review A*, 4,1:51–58, 1971.
- [Bor87] Jochen Bork. Grundlagen und Anwendungen der magnetischen Schirmung. *Berichte der VDI/VDE-Gesellschaft Meß- und Automatisierungstechnik*, 13, 1987.
- [BP90] N.P. Bigelow and M. Prentiss. Decreased damping of ultracold atoms in optical molasses: prediction and a possible solution. *Optics Letters*, 15,24:1479–1481, 1990.
- [BP99] R. J. Brecha and L. M. Pedrotti. Analysis of imperfect polarizer effects in magnetic rotation spectroscopy. *Optics Express*, 5, 5:101–113, 1999.
- [BS81] A.F. Bernhardt and B.W. Shore. Coherent atomic deflection by resonant standing waves. *Physical Review A*, 23,3:1290–1301, 1981.
- [BS93] Bergmann and Schaefer. *Optik*. Walther de Gruyter, 9 edition, 1993.
- [BYZ] Dmitry Budker, Valeriy Yashchuk, and Max Zolotarev. Resonant magneto-optical rotation: New twists in an old plot. *LBNL-41149*.
- [CAB⁺68] J.P. Carrico, A. Adler, M.R. Baker, S. Legowski, E. Lipworth, P.G.H. Sandars, T.S. Stein, and M.C. Weisskopf. Atomic-Beam Resonance Measurement of the Differential Polarizability between Zeeman Substates in the Ground State of the Cesium Atom. *Physical Review*, 170,1:64–76, 1968.
- [Car97] C. Carstensen. An a posteriori estimate for a first-kind integral equation. *Mathematics of Computation*, 66:139–155, 1997.
- [CHHHF94] Xu Chen, F.R. Huang-Hellinger, B.R. Heckel, and E.N. Fortson. Measurement of a linear Stark interference effect on the rubidium D1 absorption line. *Physical Review A*, 50,6:4729–4732, 1994.
- [Cho97] D. Cho. Analogous Zeeman Effect from the Tensor Polarizability in Alkali Atoms. *Journal of the Korean Physical Society*, 30, 2:373–376, 1997.
- [CLH⁺98] Kristan L. Corwin, Zheng-Tian Lu, Carter F. Hand, Ryan J. Epstein, and Carl E. Wieman. Frequency-stabilized diode laser with the Zeeman shift in an atomic vapour. *Applied Optics*, 37, 15:3295–3298, 1998.
- [CLV⁺01] Cheng Chin, Véronique Leiber, Vladan Vuletić, Andrew J. Kerman, and Steven Chu. Measurement of an electron’s electric dipole moment using Cs atoms trapped in optical lattices. *Physical Review A*, 63:033401–1 – 033401–8, 2001.

- [Cor79] A. Corney. *Atomic and laser spectroscopy*. Oxford University Press, 1979.
- [CT62] Claude Cohen-Tannoudji. Théorie quantique du cycle de pompage optique; Thèse de Doctorat. *Ann. Phys.*, 7:423–460, 1962.
- [CTDR72] Claude Cohen-Tannoudji and Jacques Dupont-Roc. Experimental Study of Zeeman Light Shifts in Weak Magnetic Fields. *Physical Review A*, 5,2:968–984, 1972.
- [CTDRG98] Claude Cohen-Tannoudji, Jacques Dupont-Roc, and Gilbert Grynberg. *Atom-Photon Interactions*. John Wiley and Sons, 1998.
- [CTK66] C. Cohen-Tannoudji and A. Kastler. “Optical Pumping” in *E. Wolf: Progress in Optics*, volume V. North-Holland Publishing Company, 1966.
- [CTW87] X. Chen, V.L. Telegdi, and A. Weis. Magneto-Optical Rotation near the Caesium D₂-Line (Macaluso-Corbino effect) in Intermediate Fields: I. Linear Regime. *J. Phys. B: At.Mol.Phys*, 20:5653–5662, 1987.
- [CZ63] George E. Chamberlain and Jens C. Zorn. Alkali Polarizabilities by the Atomic Beam Electrostatic Deflection Method. *Physical Review*, 129, 2:677–680, 1963.
- [DCT85] J. Dalibard and C. Cohen-Tannoudji. Dressed-atom approach to atomic motion in laser light: the dipole force revisited. *J. Opt. Soc. Am. B*, 2,11:1707–1720, 1985.
- [DCT89] J. Dalibard and C. Cohen-Tannoudji. Laser cooling below the Doppler limit by polarization gradients: simple theoretical models. *J. Opt. Soc. Am. B*, 6,11:2023–2045, 1989.
- [DDK⁺97] M. DeKieviet, D. Dubbers, M. Klein, Ch. Schmidt, and M. Skrzypczyk. Surface science using molecular beam spin echo. *Surface Science*, 377-379:1112–1117, 1997.
- [DDS⁺95] Maarten DeKieviet, Dirk Dubbers, Christian Schmidt, Dirk Scholz, and Ulrich Spinola. ³He Spin Echo: New Atomic Beam Technique for Probing Phenomena in the neV range. *Physical Review Letters*, 75, 10:1919–1922, 1995.
- [Dem94] Wolfgang Demtröder. *Experimentalphysik 1*. Springer Verlag, 1994.
- [Dem96] Wolfgang Demtröder. *Laser Spectroscopy*. Springer Verlag, second enlarged edition, 1996.
- [DK98] David DeMille and M.G. Kozlov. Stark-Induced Electric Dipole Amplitudes for Hyperfine Transitions. 1998.
- [Dra86] Alex F. Drake. Polarisation modulation - the measurement of linear and circular dichroism. *J. Phys. E: Sci. Instrum.*, 19:170–181, 1986.
- [DSS⁺77] U. Drodofsky, J. Stuhler, Th. Schulze, M. Drewsen, T. Pfau, and J. Mlynek. Hexagonal nanostructures generated by light masks for neutral atoms. *Applied Physics B*, 65:755–759, 1977.
- [Edm96] A.R. Edmonds. *Angular Momentum in Quantum Mechanics*. Princeton University Press, 4th edition, 1996.
- [EFS47] I. Estermann, S. N. Foner, and O. Stern. The mean Free Paths of Cesium Atoms in Helium, Nitrogen and Cesium Vapor. *Physical Review*, 71, 4:250–257, 1947.

- [EHH92] Tilman Esslinger, Andreas Hemmerich, and T.W. Hänsch. Imaging an atomic beam in two dimensions. *Optics Communications*, 93:49–53, 1992.
- [Ein17] Albert Einstein. Quantentheorie der Strahlung. *Physikalische Zeitschriften*, 13:121 f., 1917.
- [Ess91] Tilman Esslinger. *Abbildender Detektor für einen Atomstrahl*. Diplomarbeit in Physik, Ludwig Maximilians-Universität München und MPQ Garching, 1991.
- [ESW⁺96] T. Esslinger, F. Sander, M. Weidemüller, A. Hemmerich, and T. W. Hänsch. Sub-recoil Laser Cooling with Adiabatic Transfer. *Physical Review Letters*, 76, 14:2432–2435, 1996.
- [Fan57] U. Fano. Description of States in Quantum Mechanics by Density Matrix and Operator Techniques. *Review of Modern Physics*, 29, 1:74–93, 1957.
- [Far46] M. Faraday. *Phil. Trans. Roy. Soc.*, 136, 1846.
- [FM73] U. Fano and Joseph H. Macek. Impact Excitation and Polarization of the Emitted Light. *Reviews of Modern Physics*, 45, 4:553–573, 1973.
- [GA80] J.P. Gordon and A. Ashkin. Motion of Atoms in a radiation trap. *Physical Review A*, 21,5:1606–1617, 1980.
- [GCH91] H. Gilles, B. Cheron, and J. Hamel. ⁴He optical pumping with polarization modulated light. *Optics Communications*, 81,6:369–373, 1991.
- [GK00] J. P. Gordon and H. Kogelnik. PMD fundamentals: Polarization mode dispersion in optical fibers. *PNAS*, 97, 9:4541–4550, 2000.
- [GLW69] H. Gould, E. Lipworth, and M.C. Weisskopf. Quadratic Stark Shift between Zeeman Substates in Cs¹³³, Rb⁸⁷, Rb⁸⁵, K³⁹ and Na²³. *Physical Review*, 188, 1:24–29, 1969.
- [Gö95] Axel Görlitz. *Untersuchung des Aharonov-Casher-Effekts in Faraday-Ramsey-Geometrie*. Diplomarbeit in Physik, Ludwig Maximilians-Universität München und MPQ Garching, 1995.
- [GRP86] Phillip L. Gould, Georg A. Ruff, and David E. Pritchard. Diffraction of Atoms by Light: The Near-Resonant Kapitza-Dirac Effect. *Physical Review Letters*, 56,8:827–830, 1986.
- [GSW95] A. Görlitz, B. Schuh, and A. Weis. Measurement of the Aharonov-Casher phase of aligned Rb atoms. *Physical Review A*, 51:R4305–R4308, 1995.
- [Hag90] C. R. Hagen. Exact Equivalence of Spin- $\frac{1}{2}$ Aharonov-Bohm and Aharonov-Casher Effects. *Physical Review Letters*, 64, 20:2347–2349, 1990.
- [Hap72] William Happer. Optical Pumping. *Reviews of Modern Physics*, 44, 2:169–249, 1972.
- [HDV⁺96] M.D. Hoogerland, J.P.J. Driessen, E.J.D. Vredenburg, H.J.L. Megens, M.P. Schuwer, H.C.W. Beijerinck, and K.A.H. van Leeuwen. Bright thermal atomic beams by laser cooling: A 1400-fold gain in beam flux. *Appl. Phys. B*, 62:323–327, 1996.

- [HDW00] D. Haubrich, M. Dornseifer, and R. Wynands. Lossless beam combiners for nearly equal laser frequencies. *Rev. Sci. Inst.*, 71:338–340, 2000.
- [Hei99] Björn Heitmann. *Aufbau eines Cäsium-Magnetometers*. Diplomarbeit in Physik, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn, 1999.
- [Hem91] Andreas Hemmerich. *Über die Lichtkräfte bei der Wechselwirkung von Rubidiumatomen mit einer zweidimensionalen optischen Stehwelle*. PhD thesis, Max-Planck-Institut für Quantenoptik Garching, 1991.
- [HHF91] J. Hodgdon, B.R. Heckel, and E.N. Fortson. Calculation of a linear-Stark effect in D-line absorption in rubidium. *Physical Review A*, 43, 7:3343–3347, 1991.
- [HHJ⁺94] Robert C. Hilborn, Larry R. Hunter, Kent Johnson, Stephen K. Peck, Alison Spencer, and John Watson. Atomic barium and cesium alignment-to-orientation conversion in external electric and magnetic fields. *Physical Review A*, 50, 3:2467–2474, 1994.
- [Hir94] Isao Hirano. Forward scattering magneto-optical spectra of the Cs D₂ line. *Physical Review A*, 50, 6:4650–4656, 1994.
- [HJM⁺92] L.R. Hunter, D. Krause Jr., K.E. Miller, D.J. Berkeland, and M.G. Boshier. Precise measurement of the Stark shift of the cesium D1 line. *Optics Communications*, 94:210–214, 1992.
- [HM67] W. Happer and B.S. Mathur. Effective Operator Formalism in Optical Pumping. *Physical Review*, 163, 1:12–25, 1967.
- [HS75] T.W. Hänsch and A.L. Schawlow. Cooling of gases by laser radiation. *Optics Communications*, 13,1:68 f., 1975.
- [HZ74] William D. Hall and Jens C. Zorn. Measurement of alkali-metal polarizabilities by deflection of a velocity-selected atomic beam. *Physical Review A*, 10, 4:1141–1144, 1974.
- [IJO⁺01] Kang-Bin Im, Hye-Yun Jung, Cha-Hwan Oh, Seok-Ho Song, and Pill-Soo Kim. Saturated absorption signals for the Cs D₂ line. *Physical Review A*, 63:034501–1 – 034501–4, 2001.
- [ILW83] W.M. Itano, L.L. Lewis, and D.J. Wineland. Shift of $^2S_{1/2}$ Hyperfine Splittings due to Blackbody Radiation and its Influence on Frequency Standards. *Journal de Physique, France*, 42,12:C8–283 – C8–287, 1983.
- [JKL⁺95] J.P. Jacobs, W.M. Klipstein, S.K. Lamoreaux, B.R. Heckel, and E.N. Fortson. Limit on the electric-dipole moment of ^{199}Hg using synchronous optical pumping. *Physical Review A*, 52, 5:3521–3540, 1995.
- [Jou99] ELV Journal. Elektronik Grundlagen. 2/99, pages 26–30, 1999.
- [JZ57] R.D. Haun Jr. and J.R. Zacharias. Stark effect on Cesium-133 Hyperfine Structure. *Physical Review*, 107, 1:107–109, 1957.
- [KAD⁺94] S. Karnorsky, M. Arndt, R. Dziewor, A. Weis, and T. W. Hänsch. Optical Spectroscopy of Atoms Trapped in Solid Helium. *Physical Review B*, 49:3645, 1994.

-
- [Kas55] A. Kastler. Quelques suggestions concernant la production optique et la détection optique. *J. Phys. Radium*, 11:255, 1955.
- [KGH⁺95] F. Kurth, T. Gudjons, B. Hilbert, T. Reisinger, G. Werth, and A.-M. Mårtensson-Pendrill. Doppler free dark resonances for hyperfine measurements and isotope shifts in Ca^+ isotopes in a Paul trap. *Z. Phys. D*, 34:227–237, 1995.
- [Kir81] Detlev Kirsten. *Faraday-Rotation-Modulations-Spektroskopie der Fundamentalbande des freien OH-Radikals mit einem Farbzentrenlaser*. Diplomarbeit in Physik, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn, 1981.
- [KL66] H. Kogelnik and T. Li. Laser Beams and Resonators. *Applied Optics*, 5, 10:1550–1567, 1966.
- [KLH68] Abbas Khadjavi, Allen Lurio, and W. Happer. Stark Effect in the Excited States of Rb, Cs, Cd, and Hg^* . *Physical Review*, 167, 1:128–135, 1968.
- [Kof01] A. G. Kofman. Electromagnetically induced transparency and evolution of a two-level system under a strong chaotic field. *Physical Review A*, 63:033810–1 – 033810–13, 2001.
- [KRCD89] Mark A. Kasevich, Erling Riis, Steven Chu, and Ralph G. DeVoe. rf Spectroscopy in an atomic Fountain. *Physical Review Letters*, 63, 6:612–615, 1989.
- [Kre97] Melanie Kreis. *Lithographie mit Cs-Atomen*. Diplomarbeit in Physik, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn, 1997.
- [KSTY84] A. P. Kazantsev, V. S. Smirnov, A. M. Turmaikin, and I. A. Yagofarov. Effect of atomic ground state self-polarization in the optical-cycle on the increase of linear light absorption for $j \rightarrow j + 1$ transitions. *Opt. Spectrosc. (USSR)*, 57 (2):189–191, 1984.
- [KSW95] S.I. Kanorsky, J. Skalla, and A. Weis. A wall collision induced Ramsey resonance. *Applied Physics B*, 60:165–168, 1995.
- [Kur98] Christian Kurz. *Aufbau und Charakterisierung eines laserkollimierten Cs-Atomstrahls*. Diplomarbeit in Physik, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn, 1998.
- [KWH66] A. Khadjavi and Jr. W. Happer. Electric field level crossing spectroscopy. *Physical Review Letters*, 17, 9:463–465, 1966.
- [KWWH93] S.I. Kanorsky, A. Weis, J. Wurster, and T.W. Hänsch. Quantitative Investigation of the resonant nonlinear Faraday effect under conditions of optical hyperfine pumping. *Physical Review A*, 47:1220–1226, 1993.
- [Lan97] Steffen Lang. *Optisch detektierte Magnetresonanz an Cäsium Atomen in festem ^4He* . PhD thesis, Ludwig-Maximilians-Universität München, 1997.
- [LC94] Shifang Li and John F. Clauser. Diode-laser production of collimated slow cold potassium beams and crossover resonances. *Physical Review A*, 49,4:2702–2713, 1994.

- [LCR⁺96] Z.T. Lu, K.L. Corwin, M.J. Renn, M.H. Anderson, E.A. Cornell, and C.E. Wieman. Low-Velocity Intense Source of Atoms from a Magneto-optical Trap. *Physical Review Letters*, 77, 16:3331–3334, 1996.
- [Lee96] Chang Jae Lee. Atomic de Broglie waves in multiple optical standing waves. *Physical Review A*, 53,6:4238–4244, 1996.
- [Lef80] H. C. Lefevre. Single-mode fibre fractional wave devices and polarisation controllers. *Electronic Letters*, 16, 20:778–780, 1980.
- [LF92] S. K. Lamoreaux and E. N. Fortson. Calculation of a linear Stark effect on the 254-nm line of Hg. *Physical Review A*, 46,11:7053–7059, 1992.
- [Lis98] Frank Lison. *Atomlithographie und reflexive Atomoptik mit laserpräparierten Atomen*. PhD thesis, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn, 1998.
- [LPR⁺89] P.D. Lett, W.D. Phillips, S.L. Rolston, C.E. Tanner, R.N. Watts, and C.I. Westbrook. Optical molasses. *J. Opt. Soc. Am. B*, 6,11:2084–2107, 1989.
- [LS64] E. Lipworth and P.G.H. Sandars. Removal of Zeeman-Level Degeneracy in Alkali Atoms by an Electric Field. *Physical Review Letters*, 13, 24:716–717, 1964.
- [LSHM99] F. Lison, P. Schuh, D. Haubrich, and D. Meschede. High-brilliance Zeeman-slowed cesium atomic beam. *Physical Review A*, 61, 1999.
- [MA92] F. Mauri and E. Arimondo. Two Dimension Selective Coherent Population Trapping Controlled by a Phase Shift. *Applied Physics B*, 54:420–427, 1992.
- [MC98] D. Macaluso and O. M. Corbino. Sulle relazione tra il fenomeno di zeeman e la rotazione magnetica anomala del piano di polarizzazione della luce. *Nuov. Cim.*, 8:381, 1898.
- [McC96] Douglas McColm. Ramsey patterns for multiquantum transitions in fountain experiments. *Physical Review A*, 54, 6:4842–4848, 1996.
- [MDKLH89] S. A. Murthy, Jr. D. Krause, Z. L. Li, and L. R. Hunter. New Limits on the Electron Electric Dipole Moment from Cesium. *Physical Review Letters*, 63, 9:965–968, 1989.
- [Met91] Harold Metcalf, editor. *Cooling and Trapping of Neutral Atoms*. Physics Department, State University, Stony Brook, NY 11794, 1991. A Collection of Reprints of Published Articles.
- [Met95] Harold Metcalf, editor. *Cooling and Trapping of Neutral Atoms II*. Physics Department, State University, Stony Brook, NY 11794, 1995. A Collection of Reprints of Published Articles.
- [MEZ96] S. Marksteiner, K. Ellinger, and P. Zoller. Anomalous diffusion and Levy walks in optical lattices. *Physical Review A*, 53,5:3409–3430, 1996.
- [MGP85] Philip E. Moskowitz, Phillip L. Gould, and David E. Pritchard. Deflection of atoms by standing-wave radiation. *J. Opt. Soc. Am. B*, 2,11:1784–1790, 1985.
- [Miz64] Masataka Mizushima. Theory of Frequency Shift due to Radiation Field. *Physical Review*, 133, 2A:A414–A418, 1964.

- [MK94] T. Mayer-Kuckuk. *Atomphysik*. B. G. Teubner Stuttgart, 4th edition, 1994.
- [MNW93] C.J. Myatt, N.R. Newbury, and C.E. Wieman. Simplified atom trap using direct microwave modulation of a diode laser. *Optics Letters*, 18, 8:649–651, 1993.
- [Møl91] Klaus Mølmer. Friction and diffusion coefficients for cooling of atoms in laser fields with multidimensional periodicity. *Physical Review A*, 44,9:5820–5832, 1991.
- [MOMP88] Peter J. Martin, Bruce G. Oldaker, Andrew H. Miklich, and David E. Pritchard. Bragg Scattering of Atoms from a standing Light Wave. *Physical Review Letters*, 60,6:515–518, 1988.
- [MP98] Valery Milner and Yehiam Prior. Multilevel Dark States: Coherent Population Trapping with Elliptically Polarized Incoherent Light. *Physical Review Letters*, 80, 5:940–943, 1998.
- [MRB⁺92] Ch. Miniatura, J. Robert, S. Le Boiteux, J. Reinhardt, and J. Baudon. A Longitudinal Stern-Gerlach Atomic Interferometer. *Applied Physics B*, 54:347–350, 1992.
- [MRP99] L. Michaille, U. Rasbach, and J. P. Pique. Regularity of the vibrational spectrum of the CS₂ in the Σ_g^+ state: Our previous results revisited. *J. Chem. Phys.*, 111, 7:2968–2972, 1999.
- [MSGG01] Hans-Christoph Mertins, Franz Schäfers, Andreas Gaupp, and Wolfgang Gudat. Faraday-effekt mit weicher Röntgenstrahlung. *Physikalische Blätter*, 57:53–55, 2001.
- [MSMB74] Robert W. Molof, Henry L. Schwartz, Thomas M. Miller, and Benjamin Bedersen. Measurements of electric dipole polarizabilities of the alkali-metal atoms and the metastable noble-gas atoms. *Physical Review A*, 10, 4:1131–1140, 1974.
- [MTH68] B. S. Mathur, H. Tang, and W. Happer. Light Shifts in the Alkali Atoms. *Physical Review*, 171,1:11–19, 1968.
- [MTPW93] B.P. Masterson, C. Tanner, H. Patrick, and C.E. Wieman. High-brightness, high-purity spin-polarized cesium beam. *Physical Review A*, 47,3:2139–2145, 1993.
- [Mü98] Reinhard Müller. *Eigenschaften und Anwendungen von selektiven Reflexionsspektren*. Diplomarbeit in Physik, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn, 1998.
- [MvdS99] Harold Metcalf and Peter van der Straten. *Laser Cooling and Trapping*. Springer Verlag, 1999.
- [MVM⁺95] D. M. Meekhof, P. A. Vetter, P. K. Majumder, S. K. Lamoreaux, and E. N. Fortson. Optical-rotation technique used for a high-precision measurement of parity nonconservation in atomic lead. *Physical Review A*, 52, 3:1895–1908, 1995.
- [MW98] R. Müller and A. Weis. Laser frequency stabilization using selective reflection spectroscopy. *Applied Physics B*, 66:323–326, 1998.
- [NBT96] Vasant Natarajan, Robert E. Behringer, and Gregory Timp. High-contrast, high-resolution focusing of neutral atoms using light forces. *Physical Review A*, 53,6:4381–4385, 1996.

- [Nie96] Markus Niering. *Messung der elektrischen Tensorpolarisierbarkeit des $5S_{1/2}$ Grundzustands von ^{85}Rb und ^{87}Rb* . Diplomarbeit in Physik, Ludwig Maximilians-Universität München und MPQ Garching, 1996.
- [NWE90] J. Nellessen, J. Werner, and W. Ertmer. Magneto-optical compression of a monoenergetic sodium atomic beam. *Optics Communications*, 78, 3,4:300–308, 1990.
- [Osp01] Christian Ospelkaus. *Messung der elektrischen Tensorpolarisierbarkeit des Grundzustandes von ^{133}Cs* . Diplomarbeit in Physik, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn, 2001.
- [PG85] David E. Pritchard and Phillip L. Gould. Experimental possibilities for observation of unidirectional momentum transfer to atoms from standing-wave light. *J. Opt. Soc. Am. B*, 2,11:1799–1804, 1985.
- [PNLC01] Chang Yong Park, Heeso Noh, Chung Mok Lee, and D. Cho. Measurement of the Zeeman-like ac Stark shift. *Physical Review A*, 63:032512–1 – 032512–7, 2001.
- [PWKW93] E. Pfleghaar, J. Wurster, S.I. Kanorsky, and A. Weis. Time-of-flight effects in nonlinear magneto-optical spectroscopy. *Optics Communications*, 99:303–308, 1993.
- [PWS⁺94] N. Papageorgiou, A. Weis, V.A. Sautenkov, D. Bloch, and M. Ducloy. High resolution selective reflection spectroscopy in intermediate magnetic fields. *Applied Physics B*, 59:123–126, 1994.
- [Ram50] Norman F. Ramsey. A Molecular Beam Resonance Method with Separated Oscillating Fields. *Physical Review*, 78, 6:695–699, 1950.
- [Ram56] N. F. Ramsey. *Molecular Beams*. Oxford University Press, 1956.
- [Ram90] Norman F. Ramsey. Experiments with separated oscillatory fields and hydrogen masers. *Reviews of Modern Physics*, 62,3:541–552, 1990.
- [Rex99] Frank Rex. *Aufbau und Charakterisierung eines Faraday-Ramsey Spektrometers*. Diplomarbeit in Physik, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn, 1999.
- [RF93] H. Römer and M. Forger. *Elementare Feldtheorie*. VCH Verlagsgesellschaft mbH, Weinheim, 1993.
- [RHB⁺01] S. M. Rochester, D. S. Hsiung, D. Budker, R. Y. Chiao, D. F. Kimball, and V. V. Yashchuk. Self-rotation of resonant elliptically polarized light in collision-free rubidium vapor. *Physical Review A*, 63:043814–1 – 04381410, 2001.
- [RKB⁺99] U. Rasbach, C. Kurz, G. Bison, F. Rex, and A. Weis. Ein Atomstrahl hoher Dichte. *Verhandl. DPG (VI)*, 34:248, 1999.
- [RMS⁺98] U. Rasbach, L. Michaille, G. Sitja, J.-P. Pique, and W. Urban. Study of Highly Excited Vibrational States of the $X^1\Sigma_g^+$ State of CS_2 by LIDFS. *Verhandl. DPG (VI)*, 33:145, 1998.
- [ROW01] U. Rasbach, C. Ospelkaus, and A. Weis. Linear and quadratic Stark effect studies of the Cs ground state using Faraday-Ramsey spectroscopy. *International Conference on Coherent and Nonlinear Optics, Minsk (Belarus)*, to appear as SPIE Proceedings, 2001.

-
- [RRM⁺97] Ulrich Rasbach, Hubertus Ring, Laurent Michaille, Georges Sitja, Jean-Paul Pique, Stefan Büscher, and Wolfgang Urban. IR-UV-Doubleresonance Spectroscopy in the Carbon Disulfide Molecule. *Verhandl. DPG (VI)*, 32:239, 1997.
 - [RRM⁺98] H. Ring, U. Rasbach, L. Michaille, S. Büscher, W. Urban, and J. P. Pique. IR-UV double resonance experiment using a CO and a CuHBr (HyBrID) laser pumped dye laser: application to the spectroscopy of CS₂. *Optics Communications*, 156(1, 2, 3):178–187, 1998.
 - [RRW00] U. Rasbach, F. Rex, and A. Weis. Faraday-Ramsey-Spektroskopie an einem Cs-atomstrahl. *Verhandl. DPG (VI)*, 35:935, 2000.
 - [RTL⁺94] R. J. Rafac, C.E. Tanner, A. E. Livingston, H. G. Berry K.W. Kukla, and C.A. Kurz. Precision lifetime measurements of the $6p^2P_{1/2,3/2}$ states in atomic cesium. *Physical Review A*, 50,3:R1976–R1979, 1994.
 - [RTLB99] Robert J. Rafac, Carol E. Tanner, A. Eugene Livingston, and H. Gordon Berry. Fast-beam lifetime measurements of the cesium $6p^2P_{1/2,3/2}$ states. *Physical Review A*, 60, 5:3648–3662, 1999.
 - [RWKH92] F. Riehle, A. Witte, Th. Kisters, and J. Helmcke. Interferometry with Ca Atoms. *Applied Physics B*, 54:333–340, 1992.
 - [RWMC90] Erling Riis, David S. Weiss, Kathryn A. Moler, and Steven Chu. Atom Funnel for the Production of a Slow, High-Density Atomic Beam. *Physical Review Letters*, 64,14:1658–1661, 1990.
 - [Sam85] Sammlung. The Mechanical effects of Light. *J. Opt. Soc. Am. B*, 2,11:1706 ff., 1985.
 - [San67] P.G.H. Sandars. Differential polarizability in the ground state of the hydrogen atom. *Proc. Phys. Soc.*, 92:857–861, 1967.
 - [Sch76] M. F. H. Schuurmans. *J. Phys. France*, 37:496, 1976.
 - [Sch94] Birgit Schuh. *Magneto-optische Ramsey-Spektroskopie*. PhD thesis, Max-Planck-Institut für Quantenoptik Garching, 1994.
 - [Sch97] Christian Schmidt. *Entwicklung, Aufbau und Erprobung eines ³Helium-Atomstrahl-Spinecho-Spektrometers für die Untersuchung des dynamischen Verhaltens zweidimensionaler Systeme*. PhD thesis, Physikalisches Institut der Universität Heidelberg, 1997.
 - [SD97] Christian Schmidt and Dirk Dubbers. Spin-echo Experiments with Neutrons and with Atomic Beams. *preprint*, 1997.
 - [SDP⁺90] C. Salomon, J. Dalibard, W.D. Phillips, A. Clairon, and S. Guellati. Laser Cooling of Cesium Atoms below 3 μ K. *Europhys. Lett.*, 12,8:683–688, 1990.
 - [SE81] R.D. Swennumson and U. Even. Continuous flow reflux oven as the source of an effusive molecular Cs beam. *Rev. Sci. Instrum.*, 52, 4:559–561, 1981.
 - [SGM⁺97] R.E. Scholten, R. Gupta, J.J. McClelland, R.J. Celotta; M.S. Levenson, and M.G. Vangel. Laser collimation of a chromium beam. *Physical Review A*, 55,2:1331–1338, 1997.

- [Shi68] Leonard I. Schiff. *Quantum Mechanics*. McGraw-Hill, 3rd edition, 1968.
- [Sho90a] Bruce W. Shore. *The Theory of Coherent Atomic Excitation*, volume 1: Simple Atoms and Fields. John Wiley & Sons, 1990.
- [Sho90b] Bruce W. Shore. *The Theory of Coherent Atomic Excitation*, volume 2: Multilevel Atoms and Incoherence. John Wiley & Sons, 1990.
- [SJD99] M.S. Safronova, W. R. Johnson, and A. Derevianko. Relativistic many-body calculations of energy levels, hyperfine constants, electric dipole matrix elements, and static polarizabilities for alkali-metal atoms. *Physical Review A*, 60, 6:4476–4487, 1999.
- [SKWH93] B. Schuh, S.I. Kanorsky, A. Weis, and T.W. Hänsch. Observation of Ramsey fringes in nonlinear Faraday rotation. *Optics Communications*, 100:451–455, 1993.
- [SKWM94] O. Schmidt, K.-M. Knaak, R. Wynands, and D. Meschede. Cesium saturation spectroscopy revisited: How to reverse peaks and observe narrow resonances. *Applied Physics B*, 59:167–178, 1994.
- [SLC98] E. Simon, P. Laurent, and A. Clairon. Measurement of the Stark shift of the Cs hyperfine splitting in an atomic fountain. *Physical Review A*, 57, 1:436–439, 1998.
- [SLH71] Robert W. Schmieder, Allen Lurio, and W. Happer. Quadratic Stark Effect in the $^2P_{3/2}$ States of the Alkali Atoms. *Physical Review A*, 3, 4:1209–1217, 1971.
- [Sob96] Igor I. Sobelman. *Atomic Spectra and Radiative Transitions*. Springer Verlag, 2nd edition, 1996. Springer Series on Atoms+Plasmas 12.
- [SPB⁺92] T. Sleator, T. Pfau, V. Balykin, O. Carnal, and J. Mlynek. Experimental Demonstration of the Optical Stern-Gerlach Effect. *Physical Review Letters*, 68, 13:1996–1999, 1992.
- [SPBM92] T. Sleator, T. Pfau, V. Balykin, and J. Mlynek. Imaging and Focusing of an Atomic Beam with a Large Period Standing Light Wave. *Applied Physics B*, 54:375–379, 1992.
- [SSM⁺92] U. Sterr, K. Sengstock, J.H. Müller, D. Bettermann, and W. Ertmer. The Magnesium Ramsey Interferometer: Applications and Prospects. *Applied Physics B*, 54:341–346, 1992.
- [Ste86] Stig Stenholm. The semiclassical theory of laser cooling. *Review of Modern Physics*, 58,3:699–739, 1986.
- [Ste97] Jürgen Steiger. *Optische Spinmanipulation an einem Lithium-Atomstrahl*. Diplomarbeit in Physik, Physikalisches Institut der Universität Heidelberg, Max-Planck-Institut für Kernphysik, 1997.
- [Sum79] Timothy J. Sumner. D. Phil, University of Sussex, 1979.
- [TL37] J.B. Taylor and I. Langmuir. Vapor pressure of cesium by the positive ion method. *Physical Review*, 51, 1937.
- [TMW88] Carol E. Tanner, Bernard P. Masterson, and Carl E. Wieman. Atomic beam collimation using a laser diode with a self-locking power-buildup cavity. *Optics Letters*, 13,5:357, 1988.

- [TS93] U. Tietze and Ch. Schenk. *Halbleiter-Schaltungstechnik*. Springer Verlag, 10th edition, 1993.
- [UWRC89] P.J. Ungar, D.S. Weiss, E. Riis, and Steven Chu. Optical molasses and multilevel atoms: theory. *J. Opt. Soc. Am. B*, 6,11:2058–2071, 1989.
- [VAC88] VAC. *Magnetische Abschirmungen*. Vacuumschmelze Hanau, 1988.
- [Van97] W.A. VanWijngaarden. Scalar and tensor polarizabilities of low lying S, P, D, F and G states in rubidium. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 57,2:275–279, 1997.
- [VGYP92] C. Valentin, M.-C. GAGNE, J. Yu, and P. Pillet. One-Dimension Sub-Doppler Molasses in the Presence of Static Magnetic Field. *Europhys. Lett.*, 17, 2:133–138, 1992.
- [VL94] W.A. VanWijngaarden and J. Li. Polarizabilities of Cesium S, P, D and F states. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 52,5:555–562, 1994.
- [Voi98] W. Voigt. Über den Zusammenhang zwischen dem Zeemanschen und dem Faradayschen Phänomenen. *Nachr. v. d. Kgl. Ges. d. Wiss. z. Göttingen*, 349, 1898.
- [WBL⁺98] M. R. Williams, M. J. Bellanca, L. Liu, C. Xie, W. F. Buell, T. H. Bergemann, and H. J. Metcalf. Atom cooling in one dimension with high-intensity laser light. *Physical Review A*, 57, 1:401–411, 1998.
- [WBN⁺01] A. Weis, G. Bison, D. Nettels, U. Rasbach, and R. Müller-Siebert. Resonant nonlinear magneto-optical effects of atoms in vapors, beams and quantum crystals. *International Conference on Coherent and Nonlinear Optics, Minsk (Belarus)*, to appear as SPIE Proceedings, 2001.
- [WCG⁺68] M. C. Weisskopf, J. P. Carrico, H. Gould, E. Lipworth, and T. S. Stein. Electric dipole moment of the Cs atom. a new upper limit to the electric dipole moment of the electron. *Physical Review Letters*, 21, 24:1645–1648, 1968.
- [WD88] A. Weis and S. Derler. Doppler modulation and Zeeman modulation: laser frequency stabilization without direct frequency modulation. *Appl. Opt.*, 27, 13:2662–2665, 1988.
- [Wei96] Antoine Weis. *Hunting the electron electric dipole moment: state-of-the-art and future trends*. Habilitationsschrift, Ludwig Maximilians Universität München, 1996.
- [Wei01] Antoine Weis. *Introduction à l’Optique Moderne*. Vorlesungsskript an der Universität Fribourg (CH), 2001.
- [WH91] Carl E. Wieman and Leo Hollberg. Using diode lasers for atomic physics. *Rev. Sci. Instrum*, 62, 1:1–20, 1991.
- [WNB⁺98] R. Wynands, A. Nagel, S. Brandt, D. Meschede, and A. Weis. Selection rules and line strengths of Zeeman-split dark resonances. *Physical Review A*, 58, 1:196–203, 1998.
- [WRS⁺89] David S. Weiss, Erling Riis, Yaakov Shevy, P. Jeffrey Ungar, and Steven Chu. Optical molasses and multilevel atoms: experiment. *J. Opt. Soc. Am. B*, 6,11:2072–2083, 1989.

- [WSH92] A. Weis, V.A. Sautenkov, and T.W. Hänsch. Observation of Ground State Zeeman Coherences in the Selective Reflection from Cesium Vapor. *Physical Review A*, 45:7991–7996, 1992.
- [WSH93] A. Weis, V.A. Sautenkov, and T.W. Hänsch. Magneto-rotation and magnetic circular dichroism of cesium atoms near a dielectric surface. *J. Phys. II (France)*, 3:263–270, 1993.
- [WSKH93] A. Weis, B. Schuh, S.I. Kanorsky, and T.W. Hänsch. Use of Faraday-Ramsey-Spectroscopy to Search for the Permanent Atomic Electric Dipole Moments. *EQEC*, Ed. by P. de Natale, R. Meucci and S. Pelli (EPS, Florence), 1993.
- [WW86a] R.N. Watts and C.E. Wieman. Manipulating atomic velocities using diode lasers. *Optics Letters*, 11,5:291–293, 1986.
- [WW86b] R.N. Watts and C.E. Wieman. The Production of a highly polarized atomic Cesium beam. *Optics Communications*, 57,1:45–48, 1986.
- [WWK93] A. Weis, J. Wurster, and S.I. Kanorsky. Qualitative Interpretation of the Nonlinear Faraday effect as a Hanle effect of a light-induced birefringence. *J. Opt. Soc. Am. B*, 10:716–724, 1993.
- [YBD00] Valeriy V. Yaschuk, Dmitry Budker, and John R. Davis. Laser frequency stabilization using linear magneto-optics. *REVIEW OF SCIENTIFIC INSTRUMENTS*, 71, 2:341–346, 2000.
- [YDNP94] J. Yu, J. Djemaa, P. Nosbaum, and P. Pillet. Funnel with orientated Cs atoms. *Optics Communications*, 112:136–140, 1994.
- [YHK95] J.R. Yeh, B. Hoeling, and R.J. Knize. Longitudinal and transverse cooling of a cesium atomic beam using D1 transition with Stark-effect frequency compensation. *Physical Review A*, 52,2:1388–1393, 1995.
- [YIS⁺94] L. Young, W.T. Hill III, S.J. Siebener, Stephen D. Price, C.E. Tanner, C.E. Wieman, and Stephen R. Leone. Precision lifetime measurements of Cs $6p\ ^2P_{1/2}$ and $6p\ ^2P_{3/2}$ levels by single-photon counting. *Physical Review A*, 50, 3:2174–2181, 1994.
- [YY84] Amnon Yariv and Pochi Yeh. *Optical Waves in Crystals*. John Wiley , Sons, 1984.
- [ZMM⁺98] M. Zielonkowski, I. Manek, U. Moslener, P. Rosenbusch, and R. Grimm. Manipulation of spin-polarized atoms in an optical dipole-force trap. *Europhys. Letters*, preprint, 1998.
- [ZOH91] M. Zhu, C. W. Oates, and J. L. Hall. Continuous High-Flux Monovelocity Atomic Beam Based on a Broadband Laser-Cooling Technique. *Physical Review Letters*, 67, 1:46–49, 1991.
- [ZSS⁺98] M. Zielonkowski, J. Steiger, U. Schünemann, M. DeKieviet, and R. Grimm. Optically induced spin precession and echo in an atomic beam. *Physical Review A*, 58:3993–3998, 1998.

Eigene Publikationen:

Konferenzen ohne Proceedings:

- Ulrich Rasbach, Hubertus Ring, Laurent Michaille, Georges Sitja, Jean-Paul Pique, Stefan Büscher and Wolfgang Urban:
IR-UV-Doubleresonance Spectroscopy in the Carbon Disulfide Molecule. *Verhandl. DPG (VI)*, 32:239, 1997.
- U. Rasbach, L. Michaille, G. Sitja, J.-P. Pique and W. Urban:
Study of Highly Excited Vibrational States of the $X^1\Sigma_g^+$ State of CS₂ by LIDFS. *Verhandl. DPG (VI)*, 33:145, 1998.
- U. Rasbach, C. Kurz, G. Bison, F. Rex und A. Weis:
Ein Atomstrahl hoher Dichte. *Verhandl. DPG (VI)*, 34:248, 1999.
- U. Rasbach, F. Rex und A. Weis:
Faraday-Ramsey-Spektroskopie an einem Cs-Atomstrahl. *Verhandl. DPG (VI)*, 35:935, 2000.

Konferenzen mit Proceedings:

- U. Rasbach, C. Ospelkaus and A. Weis:
Linear and quadratic Stark effect studies of the Cs ground state using Faraday-Ramsey spectroscopy. *International Conference on Coherent and Nonlinear Optics, Minsk (Belarus)*, to appear as SPIE Proceedings.
- A. Weis, G. Bison, D. Nettels, U. Rasbach and R. Müller-Siebert:
Resonant nonlinear magneto-optical effects of atoms in vapors, beams and quantum crystals. *International Conference on Coherent and Nonlinear Optics, Minsk (Belarus)*, to appear as SPIE Proceedings.

Beiträge in Zeitschriften:

- H. Ring, U. Rasbach, L. Michaille, S. Büscher, W. Urban and J. P. Pique:
IR-UV double resonance experiment using a CO and a CuHBr (HyBrID) laser pumped dye laser: application to the spectroscopy of CS₂. *Optics Communications*, 156(1,2,3):178-187, 1998.
- L. Michaille, U. Rasbach and J. P. Pique:
Regularity of the vibrational spectrum of the CS₂ in the Σ_g^+ state: Our previous results revisited. *J. Chem. Phys.*, 111, 7:2968-2972, 1999.

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich allen danken, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben.

An erster Stelle gilt mein Dank Herrn Prof. Antoine Weis, der mich zum 01.08.1997 in seine Arbeitsgruppe am Institut für Angewandte Physik der Universität Bonn aufgenommen hat und somit die Betreuung meiner Doktorarbeit übernommen hat. In zahlreichen, regelmäßigen Diskussionen im Büro, vor dem Rechner und am Experiment hat er mir viele Anregungen und Hilfestellungen zur Bewältigung experimenteller und theoretischer Probleme gegeben, ohne dabei meinen Freiraum bei der Realisierung der apparativen sowie experimentellen Teilschritte zu beschneiden. Dank der engen und fruchtbaren Zusammenarbeit konnte ich *seinen* Zugang zu vielen Teilgebieten der Physik intensiv kennen- und schätzen lernen sowie seine Begeisterung von und für Physik in mir aufnehmen.

Ferner danke ich ihm für sein uneingeschränktes Vertrauen und den Handlungsspielraum bei allen administrativen und organisatorischen Angelegenheiten sowie für die ebenso fordernde wie bereichernde Zusammenarbeit im Übungsbetrieb.

Herrn Prof. Jean-Claude Dousse und Herrn Priv. Doz. Robert Wynands danke ich für die Übernahme des Korreferats und ihr Interesse an meiner Arbeit. Ferner danke ich beiden für die angenehme und bereichernde Zusammenarbeit am jeweiligen Institut im Lehrbetrieb.

Den von mir betreuten Diplomanden (Christian Kurz, Frank Rex und Christian Ospelkaus) danke ich für ihr enormes Engagement und ihre Beiträge zur Entwicklung der Apparatur von einem Ofen zu einem Hochpräzisionsspektrometer. Christian Ospelkaus hat in der entscheidenden Phase des Experimentes sein vielfältiges Wissen und seine umfangreichen Fähigkeiten in das Experiment einfließen lassen, so daß nicht nur aufgrund der von ihm entwickelten Software ein einfaches, automatisiertes Messen möglich wurde. Außerdem ist ihm die Einrichtung eines *Servers* zu verdanken, der einen enormen Gewinn für die Gruppe und eine immense Erleichterung für das Sichern und Auswerten von Daten darstellt. Für die gute Zusammenarbeit sage ich ein herzliches Dankeschön.

Georg Bison gilt mein Dank nicht nur dafür, daß er mir stets ein guter Diskussionspartner war, sondern auch dafür, daß er mir neben der Unterstützung bei den zahlreichen, üblichen Software-Problemen einen Schnellkurs in AUTOCAD erteilt hat. Hierdurch waren die komplexen technischen Zeichnungen für die neuen Spulen-/Elektrodenhalterung erst möglich.

Reinhard Müller-Siebert sei an dieser Stelle für seine stete Hilfsbereitschaft und die technische Bereicherung der Arbeitsgruppe gedankt.

Daniel Nettels danke ich für die Unterstützung bei den diversen \TeX -Installationen sowie für die zahlreichen Diskussionen.

Allen anderen, zum Teil ehemaligen, Mitgliedern der Arbeitsgruppe (Taro Eichler, Dominik Giel, Patrik Haymoz, Björn Heitmann, Xsueren Huang, Steffen Lang, Silke Schwarzer, Caroline Winkler und Gerhard Zündorf) danke ich für ihren Beitrag zum Klima in der Gruppe und ihre Unterstützung.

Auch noch so große Ambitionen eines Forschers tragen keine Früchte, wenn er nicht leistungsfähige Werkstätten an seiner Seite hat. Daher danke ich sowohl den Werkstattleitern aus Bonn (Herr Langen, Herr Krause/Herr Rudloff) als auch den Werkstattleitern aus Fribourg (Elmar Mooser, Oswald Raetzo, Jean-Luc Schenker) stellvertretend für ihre hervorragenden Teams für ihre zuverlässige und hervorragende Arbeit. Herr Langen hat nach Zerlegen des alten Ofens die Pläne für einen Neubau erstellt und umgesetzt; ferner hat er fast alle Komponenten für die geplante Drei-Meter-Apparatur in enger Absprache mit mir konstruiert und gefertigt. Hierfür gilt ihm mein spezieller Dank. Herrn Lütz danke ich für die rasche und zuverlässige Erledigung von Eilaufträgen, wodurch viele Ideen fast ohne Verzögerung direkt in den experimentellen Aufbau eingehen konnten.

Ein besonderer Dank geht an die freiburger Werkstatt für ihr enormes Engagement beim Aufbau und bei der Einrichtung der Labors.

Jean-Luc Schenker baute für uns die rauschärmste Stromquelle, die ein zentraler Bestandteil des Experimentes wurde. Danke!

Der Gruppe ME am Physikdepartement der Universität Freiburg (CH), insbesondere Paul Knowles, gilt mein Dank für die Bedampfung der Floatglas-Elektroden.

Herrn Bütikofer danke ich für das Ausleihen zahlreicher essentieller Gegenstände (Transformator zum Entmagnetisieren, Teleobjektiv etc.)

Dem Max-Planck-Institut für Quantenoptik in Garching, namentlich Herrn G. Brandl, möchte ich für die kostenlose und gut gelungene Beschichtung meiner Spiegelsubstrate danken, ohne die der Aufbau der Melasse nicht möglich gewesen wäre.

Der hausinternen Administration am IAP (Dagmar Eichler-Becker, Herr Haberstroh, Fien Latumahina) und am Physikdepartement in Fribourg (Aude Ferreri, Elisabeth François, Bernadette Kuhn-Piccand, Marie-Louise Raemy) danke ich für die hervorragende Zusammenarbeit und die selbstlose Unterstützung. Elisabeth gilt ein besonderer Dank für ihr Engagement bei der Abwicklung aller Formalitäten vor, während und nach dem Umzug.

Allen hier nicht namentlich erwähnten, die mich auf meinem Weg begleitet haben, danke ich ebenfalls.

Meiner Verlobten danke ich für ihre seelische Unterstützung während der Promotion und dafür, daß sie die lange Zeit der Trennung nach meinem Weggang in die Schweiz so geduldig ertragen hat.

Abschließend möchte ich tiefe Dankbarkeit meinen Eltern gegenüber zum Ausdruck bringen, die mich während des Studiums und während der Promotion menschlich, seelisch und finanziell unterstützt haben.

Die in der vorliegenden Arbeit beschriebenen Experimente wurden mit finanzieller Unterstützung der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG), Projektnummer WE2202/6-1, und des Schweizer Nationalfonds (FN), Projektnummer 2100-059451.99/1, durchgeführt.

CURRICULUM VITAE

Ulrich Rasbach

Haselrain 31
CH-3186 Düringen

Tannenweg 4
D-56235 Ransbach-Baumbach

e-mail: ulrich.rasbach@web.de



Persönliche Daten:

Familienstand: ledig
Geburtsdatum: 30.01.1972
Geburtsort: Dernbach / WW
Staatsangehörigkeit: Deutsch

Schulbildung:

August 1978-Juni 1982: Grundschule Ransbach-Baumbach
August 1982-Juni 1991: Staatl. Mons-Tabor Gymnasium Montabaur
Juni 1991: Abitur

Wehrdienst:

Juli 1991-September 1992: Panzerbataillon 154 in Westerburg/WW

Wissenschaftliche Laufbahn:

- Oktober 1992: Beginn des Physikstudiums an der
Rheinischen Friedrich-Wilhelms Universität, Bonn
- Oktober 1994: Vordiplom
- Juli 1996-Juli 1997: externe Diplomarbeit (Molekülphysik) am
Laboratoire de Spectroscopie Physique, Grenoble
- Juli 1997: Diplom an der
Rheinischen Friedrich-Wilhelms Universität, Bonn

Promotion:

- August 1997: Beginn der Promotion (Atom-/Laserphysik) am Institut für
Angewandte Physik, der Universität Bonn
Nebenfach: Wirtschaftswissenschaften (2 Semester)
- April 2000-Dezember 2001: Fortsetzung der Promotion am Département de Physique
de l'Université de Fribourg (CH)

Lehrtätigkeiten:

- Oktober 1995-Februar 1996: Tutor im Fach Mathematik (Funktionalanalysis)
- August 1997-März 2000: Organisation und Betreuung des Fortgeschrittenen Praktikums
sowie Einsatz im Übungsbetrieb (deutsch, englisch)
an der Universität Bonn
- April 2000-Dezember 2001: Einsatz im Übungsbetrieb (französisch, deutsch)
an der Universität Fribourg

Praktika:

- August und September 1995: Freiwilliges Praktikum (Untersuchung von Makromolekülen) am
Institut Laue-Langevin (ILL), Grenoble

Sonstiges:

- März 1995 und März 1996: Teilnahme an der Frühjahrsschule des IFF
am Forschungszentrum Jülich GmbH

Fremdsprachen:

Englisch, Französisch, Latein

Publikationen:

- Konferenzen ohne Proceedings: [RRM⁺97], [RMS⁺98], [RKB⁺99], [RRW00]
- Konferenzen mit Proceedings: [ROW01], [WBN⁺01]
- Beiträge in Zeitschriften: [RRM⁺98], [MRP99]

Ich versichere, daß ich diese Arbeit selbständig und ohne unerlaubte Hilfe verfaßt und keine anderen, als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt sowie die Zitate kenntlich gemacht habe.

CH-1700 Freiburg, den 20. Dezember 2001

A handwritten signature in black ink, appearing to read 'Ulrich Rasbach', with a stylized, flowing script.

Ulrich Rasbach