HEPVS | PHVS
Haute école pédagogique du Valais
Pädagogische Hochschule Wallis

# Influence d'une séquence didactique expérimentale sur les conversions effectuées par des élèves de 7H lors de résolution de problèmes

Mémoire de fin d'études à la HEP-VS

Rion Samuel

Sous la direction de Mili Ismaïl

Déposé à Saint-Maurice, le 14 février 2017

## Remerciement

Je souhaite avant toute chose remercier les nombreuses personnes qui m'ont permis d'effectuer mon mémoire de fin d'études et qui m'ont apporté leur soutien :

- M. Mili Ismaïl, pour son professionnalisme, ses conseils, ses encouragements, son écoute et sa disponibilité.
- Les quatre enseignants de 7e HarmoS qui ont accepté de donner de leur énergie afin de mettre en place mon dispositif dans leur classe.
- Mes relectrices et relecteurs qui ont pris de leur temps et mis à l'épreuve leur concentration pour corriger ce travail.
- Mes collègues, mes amis et ma famille pour leur grande patience, leur aide, leurs encouragements et leur soutien indéfectible.

## Remarques

Pour la suite de cette recherche, nous ferons usage du pronom « nous » (pluriel de modestie et d'écriture scientifique) au lieu du « je ». Pour cette raison, certains accords avec le pluriel impliquant ce pronom n'auront pas lieu.

Afin de garantir l'anonymat des personnes concernées, aucun nom ou lieu spécifique ne sera mentionné.

# Résumé

Dans le cadre de notre recherche, nous nous sommes tout d'abord intéressés à la résolution de problèmes et son apprentissage. Nous avons ensuite mis en lien ce concept avec la conversion entre différents registres de représentations sémiotiques de Raymond Duval. Les travaux de ce dernier nous ont permis d'esquisser un premier questionnement qui a guidé le développement de notre cadre théorique.

En nous appuyant sur les didactiques des mathématiques et quelques apports de la psychologie cognitive, notre recherche a pour but d'observer, grâce à une expérimentation, l'influence d'une séquence didactique comportant des situations impliquant des conversions entre différents registres de représentations sémiotiques sur la démarche en résolution de problèmes d'élèves de 7e HarmoS.

Dans cette optique, nous avons construit une séquence didactique qui a été menée dans quatre classes. Dans deux d'entre elles, l'enseignant a explicité le processus de conversion. Dans les deux autres, la conversion est restée implicite. Afin de mesurer l'effet de ce dispositif, nous avons fait passer des tests impliquant des problèmes à résoudre avant et après la séquence.

Les premiers résultats ont montré des modifications dans leur démarche de résolution dans certaines situations. Ces changements laissent apparaître des ruptures avec le contrat didactique habituel et des modifications dans les processus de résolution, pouvant s'expliquer par un transfert du processus de conversion dans ces situations.

Plus généralement, nous avons constaté que ce dispositif n'avait une influence sur la démarche en résolution de problèmes des élèves que dans certaines situations. Nous avons également remarqué que de nombreuses erreurs provenaient du passage de l'énoncé vers le langage mathématique, qui est une conversion du registre naturel vers le registre symbolique.

Pratiquement, les enseignants et les élèves peuvent trouver leur intérêt dans le processus de conversion. Les premiers peuvent l'utiliser comme relance ou lors de feedback afin de soutenir l'apprentissage des élèves. Pour les seconds, l'apprentissage du processus de conversion permettrait de réduire le nombre d'erreurs découlant d'une mauvaise « traduction » de l'énoncé lors de la résolution de problèmes. L'efficacité de ces perspectives pratiques doit toutefois être confirmée par d'autres études, comme d'autres questions que nous soulevons et qui méritent un prolongement.



# Mots-clefs

Résolution de problèmes – conversion – registres de représentations sémiotiques – enseignement stratégique – contrat didactique

# Table des matières

# Table des illustrations

# I. Introduction

Durant l'ensemble de notre cursus à la Haute École Pédagogique du Valais, nous avons été confronté à de nombreuses reprises au concept de « problème ». Durant les phases en institution, de nombreux thèmes ont abordé cette notion selon plusieurs approches, psychologiques ou didactiques. Par exemple, les compétences créatives peuvent s'observer dans la résolution d'un problème. Une situation-problème permet de déstabiliser l'élève dans ses représentations afin de l'amener à une réorganisation et à une validation de ses connaissances.

Nous avons également expérimenté l'apprentissage par problèmes en stage. Les moyens d'enseignement en mathématiques regorgent de problèmes afin de faire découvrir ou développer des connaissances aux élèves. Toutefois, peu d'informations nous ont été données quant à la manière d'enseigner la résolution de problèmes aux élèves.

Ce manque nous a engagé dans ce travail de recherche en sciences sociales. Nous souhaitions chercher et mettre en place un moyen pour que les élèves développent leurs capacités dans ce domaine. Au cours de l'évaluation de l'un des thèmes de didactique des mathématiques, nous avons pris conscience d'une méthode allant dans cette optique que nous avions mise en place lors d'une séquence d'enseignement pendant notre stage. Sans en connaître les raisons, nous avons à plusieurs reprises décrit des problèmes mathématiques avec plusieurs représentations, dont certaines d'un autre type que celles généralement attendues. Nous nous sommes alors renseignés sur les représentations en mathématiques, ce qui nous a amené au concept de « conversion ». Prenons l'exemple d'un objet quelconque dessiné. La conversion est un processus qui permet de représenter cet objet dans un autre type de représentation, comme une description écrite en français.

À travers les lectures en lien avec ce thème, nous avons tout de suite remarqué les possibilités concrètes de sa mise en application dans des classes. Cette occasion était en parfaite adéquation avec ce que nous recherchions. De plus, nous avons trouvé de nombreux avantages à utiliser cette notion pour l'apprentissage des élèves. Nous avons choisi d'intégrer ce paramètre dans notre recherche. Son incorporation a eu de nombreuses autres implications dans la sélection des concepts théoriques sur lesquels nous nous appuierons.

Voulant d'un côté apporter des réponses pratiques grâce à notre recherche et de l'autre développer les capacités des élèves à résoudre des problèmes, nous avons choisi de mettre en place une expérimentation. Nous y avons intégré la notion de « conversion » afin d'en mesurer ses effets sur la démarche en résolution de problèmes des élèves. Quatre enseignants ont accepté d'appliquer notre dispositif le temps d'un thème de mathématiques. Grâce aux données récoltées, nous pourrons proposer quelques pistes pratiques pour tout enseignant sur la résolution de problèmes et la conversion entre différents registres de représentations.

# II. Partie théorique

## 1. Problématique

Pour commencer, nous allons nous intéresser plus spécifiquement à la signification de « problème » et à son importance dans la société de nos jours comme dans le système scolaire. Nous questionnerons les recherches actuelles sur le sujet et amorcerons la suite de notre recherche, tout en introduisant la notion de « conversion ».

### 1.1 Définition du sujet

Tout un chacun se confronte quotidiennement à des problèmes. Le dictionnaire Larousse en ligne (Problème, s.d.) définit le problème comme un « point sur lequel on s'interroge, question qui prête à discussion, qui fait l'objet d'argumentations, de théories diverses, en particulier dans le domaine de la connaissance » ou une « difficulté mettant dans une situation pénible, contraignante, contrariante ». L'être humain cherche généralement à éliminer les problèmes, ne supportant pas l'inconfort. Avec les années et l'expérience, nous devenons familiers si ce n'est habitués à résoudre des problèmes. Les enfants y font également face régulièrement.

L'école n'hésite pas à créer plus ou moins artificiellement des problèmes. En effet, la résolution de problèmes est souvent utilisée dans l'enseignement des sciences et des mathématiques afin de mettre l'élève en apprentissage et de lui faire changer ses représentations. Dans ces conditions, la résolution de problèmes devient un moyen d'apprentissage.

*A contrario*, la résolution de problèmes n'est que rarement enseignée comme objet d'apprentissage. Nous l'avons constaté à maintes reprises dans le deuxième cycle de l'école obligatoire, correspondant aux années HarmoS cinq à huit en Suisse.

Or, de nombreuses recherches faites ces dernières décennies en psychologie ont interrogé les processus sous-tendant la résolution de problèmes. Les constats en découlant permettent d'isoler des méthodes et schémas afin d'obtenir une solution. Des dispositifs d'enseignement seraient donc envisageables. De cette manière, la résolution de problèmes pourrait être abordée comme objet d'apprentissage avec les élèves, volontairement et consciemment.

### 1.2 Importance du sujet

Dans le monde du travail et la société actuelle, être créatif et être capable de résoudre rapidement des problèmes sont des capacités recherchées et saluées. Lubart (2003) définit la créativité comme « la capacité à réaliser une production qui soit à la fois nouvelle et adaptée au contexte dans lequel elle se manifeste ». Résoudre un problème en réalisant une production novatrice et adaptée correspond, d'après cette définition, à être créatif. La société a donc un fort intérêt à développer cette capacité chez les élèves. Les instances politiques et scolaires semblent déjà en avoir pris conscience.

Le Plan d'études romand, abrégé PER, est actuellement en vigueur dans la région francophone du canton du Valais. Dans la description du domaine « mathématiques et sciences de la nature », l'accent est mis de manière importante sur la résolution de problèmes. En effet, le terme « résolution de problèmes » apparaît à de nombreuses reprises dans les visées prioritaires dudit domaine. De plus, les explications faites dans les remarques spécifiques renforcent cette position. La CIIP (2008) insiste sur le fait que la résolution de problèmes est au centre des objectifs d'apprentissage dans les mathématiques, car elle sert de base aux différentes démarches afin de donner du sens aux notions, de définir leur cadre d’application et de construire des connaissances dites opératoires. Cette notion est ainsi l’un des concepts centraux des lignes directrices de l’enseignement romand.

Pourtant, l’évocation des concepts mathématiques mobilisés dans la résolution de problèmes ne peut se faire qu’au travers des représentations de ceux-ci, comme nous l’expliquerons au chapitre 2.4. Le PER ne mentionnant à ce sujet que la formulation très générale « d’écriture mathématique », il nous sera nécessaire de préciser cette terminologie et de l’agrémenter de plusieurs éléments théoriques issus des travaux de Hitt et Duval.

Nous avons également remarqué que les moyens valaisans d’enseignement des mathématiques, bien qu’antérieurs au plan d’études actuel, proposent régulièrement de découvrir et de développer des connaissances par des problèmes. Pour mieux appréhender l’importance de ce sujet, nous allons maintenant vérifier l’état des savoirs sur cette notion, d’après les recherches actuelles.

### 1.3 État de la question

Avec l’émergence des pédagogies nouvelles et le développement de la psychologie au XXe siècle, l’enseignement a parfois été complètement repensé. L’apprentissage par problèmes ou *problem-based learning* en anglais fait partie de ces nouveautés. Comme l’explique Hung, Jonassen et Liu (2008), cette approche a d’abord été mise en place dans les études de médecine dès la moitié du XXe siècle puis a été appliquée dans d’autres domaines. Par groupes, les étudiants doivent résoudre un problème dont ils n’ont pas la solution, sous le guidage d’un tuteur. Pour y arriver, ceux-ci font des recherches afin de trouver une réponse, qui amènera à un bilan final. L’apprentissage se déroule durant ce processus. En France, Astolfi (1993) de même que Charnay et Mante (2011), pour ne citer qu’eux, ont développé et caractérisé la notion de « situation-problème ». Le problème ne peut pas être résolu avec les connaissances et représentations actuelles des élèves de manière individuelle. Toutefois, « la solution ne doit pas être perçue comme hors d’atteinte pour les élèves » et « l’activité doit travailler dans une zone proximale propice au défi intellectuel à relever » (Astolfi, 1993). L’apprentissage se fait par le passage d’une ancienne conception, mise en déroute par la situation ou les autres personnes (conflit socio-cognitif), à une nouvelle conception, adaptée (Charnay & Mante, 2011). L’organisation et les buts sont proches de l’apprentissage par problèmes. Tous deux s’inscrivent dans les approches par problèmes, car « tous ont en commun des apprentissages résultant de la compréhension ou de la résolution d’un problème » (Guilbert, Ouellet, de Sainte-Foy, & Descôteaux, 2003, p. 185). Ces démarches sont de nos jours privilégiées par de nombreux enseignants dans l’apprentissage des sciences et des mathématiques. Or, un auteur remet indirectement en question ces choix didactiques.

Hattie (2012) propose au travers de sa méta-analyse, regroupant plus de 900 études, un classement des influences sur les résultats des élèves, selon l’ampleur de leur effet. Quand nous l’observons en détail, nous remarquons que l’enseignement en résolution de problèmes (*problem-solving teaching*) obtient un score de 0,61, bien supérieur à l’apprentissage par problèmes (*problem-based learning*) avec son ampleur de 0,15. Quand nous savons qu’une influence avec un score inférieur à 0,25 est jugée comme faible et, qu’au contraire, un score supérieur à 0,60 indique une forte influence, nous pouvons en déduire que la résolution de problèmes comme objet d’apprentissage devrait être favorisée par rapport à sa fonction de moyen d’apprentissage. Pourtant, les observations effectuées dans les pays francophones limitrophes semblent révéler le contraire.

Comme le soulèvent Coppé et Houdement (2009), la résolution de problèmes est présente dans les programmes français de 1945 à nos jours. Durant ces années, sa fonction et son rôle ont changé. Ayant au départ un but pratique afin d’habituer l’élève à résoudre des problèmes quotidiens, la résolution devient par la suite un moyen de contrôler l'apprentissage. Très souvent, l'apprentissage en mathématiques et la résolution de problèmes sont encore séparés alors qu'ils peuvent, selon eux, se nourrir. L'analyse des plans d'études montre l'attention portée à cette problématique. Malgré tout, les pratiques pédagogiques ont besoin d'un certain temps afin d'évoluer.

Demonty et Fagnant (2012) donnent, quant à eux, une vue d'ensemble de la situation dans la région francophone de Belgique. Les constatations semblent identiques. Bien que la résolution de problèmes soit au centre de l'enseignement et de l'apprentissage en mathématiques, les manuels ne mobilisent que partiellement les différentes fonctions des problèmes. En effet, parmi les fonctions d'acquisition de nouvelles connaissances, d'application de savoirs, de modélisation mathématique ou d'apprentissage méthodologique, seules une ou deux d'entre elles sont travaillées. Ce constat met en exergue une différence entre les intentions et les moyens didactiques à disposition. De plus, les fonctions décrites par Demonty et Fagnant (2012) ne caractérisent que l'aspect « moyen d'apprentissage » du problème.

Nous n'avons pas trouvé d'études sur le sujet dans le cadre des écoles francophones de Suisse. Les résultats des tests PISA 2012 chez les jeunes romands en fin de scolarité obligatoire (Niedegger, 2014) nous apportent tout de même quelques informations. L'étude porte sur trois domaines, dont le domaine mathématique. Le programme OCDE/PISA définit dans ce domaine la notion de « culture mathématique » qui « se traduit, dans les résultats, à travers une échelle de différents niveaux des compétences qui sont décrits comme étant la capacité des individus à faire face à la résolution de problèmes » (Niedegger, 2014, p. 138). En Suisse romande, la moyenne en mathématiques est de 523 points, correspondant à un profil de niveau 3. L'OCDE, citée dans Niedegger (2014, p. 139), fait correspondre à ce niveau, dans le cadre spécifique de la résolution de problèmes, la compétence de pouvoir « choisir et mettre en œuvre des stratégies simples de résolution de problèmes ». La plupart des élèves romands ont donc la capacité de résoudre, à l'aide de stratégies peu complexes, des problèmes à la fin de leur scolarité obligatoire. Niedegger (2014) précise également dans la conclusion du rapport que ces modalités d'évaluation sont en adéquation avec le PER. Les constats en découlant nous donnent un aperçu des résultats dus aux plans d'études antérieurs et actuels en vigueur en Suisse romande. En raison de leur caractère évaluatif, les tests PISA ne fournissent pas de données sur l'apprentissage de la capacité à résoudre des problèmes ou la place des problèmes dans l'enseignement.

En nous intéressant plus en détail à ce qui se passe dans les classes, nous remarquons que de nombreuses situations proposées dans les moyens d'apprentissage en mathématiques collent à l'expérience courante, pour que les élèves s'y identifient. En général, elles sont décrites de manière précise dans la langue d'enseignement par une consigne ou donnée. Les élèves ne peuvent pas traiter le problème directement. Ils doivent en premier lieu le représenter d'une nouvelle manière en langage mathématique. Ce changement de « registre de représentations sémiotiques » mobilise un processus de « conversion », notions que nous développerons en détail par la suite dans notre cadre conceptuel. Succinctement, la conversion est un processus qui permet de représenter un objet dans un nouveau type de représentation, différente de la représentation initiale. Bien que de nombreuses recherches aient déjà été consacrées aux procédures impliquées dans la résolution de problèmes, aucune étude n'a été faite sur ce phénomène, comme le soulevait déjà Duval (1993). Or, la conversion est nécessaire dans l'appréhension d'un objet mathématique (Duval, 2010). De plus, réorganiser la situation avec de nouvelles représentations peut permettre à l'élève de résoudre un problème, comme nous le verrons au point 2.2.4. Ce bilan aura une influence non négligeable dans l'élaboration de nos hypothèses et objectifs.

### 1.4 Hypothèses et objectifs

Comme nous l'avons vu dans les sections 1.2 et 1.3, la résolution de problèmes tient une place importante dans l'appropriation des concepts mathématiques. Et pourtant, les manuels et les enseignants la négligent souvent comme objet d'apprentissage. Dans cette recherche, nous souhaitons suivre les résultats d'Hattie (2012) en privilégiant le développement de la capacité en résolution de problèmes des élèves.

De nombreuses possibilités, qui ont pour but de développer cette capacité, existent. Nous avons choisi de construire notre démarche à partir des apports en didactique des mathématiques de Raymond Duval sur la conversion entre différents registres de représentations sémiotiques. Son approche permet de soutenir l'apprentissage des concepts mathématiques et, comme nous l'expliquerons au chapitre 2.2.4, d'influencer les démarches des élèves. En parallèle, nous détaillerons la notion de résolution de problèmes avec un positionnement général, puis d'après la psychologie cognitive.

D'après les observations de Hitt (2004), les élèves mobilisent des représentations sémiotiques de manière fonctionnelle au cours d'une démarche heuristique visant la résolution d'un problème. Les représentations sémiotiques peuvent avoir une fonction d'outil. Or, elles interviennent déjà bien plus tôt dans les problèmes, dès l'énoncé. Et pour les intégrer, le processus de conversion, qui permet d'effectuer des correspondances entre différentes représentations d'un même objet mathématique et qui sera défini à la section 2.4.4, doit être mobilisé. Nous émettons l'hypothèse qu'une familiarisation des élèves aux processus de conversion favoriserait leurs capacités à résoudre des problèmes. Nous renforçons également cette idée par l'une des citations de Duval (2010, p. 136), parlant de l'analyse de l'activité et des productions en mathématiques :

> Il faut donc que l'élève soit déjà capable, comme le mathématicien, soit d'anticiper lui-même une conversion à faire, soit de reconnaître le même objet dans deux représentations, et cela assez rapidement. Sinon, il va être arrêté, rester bloqué, et devoir attendre, à chaque nouveau problème, que quelqu'un d'autre vienne lui suggérer quoi faire pour pouvoir résoudre.

La suite de notre travail aura donc pour objectif de définir les concepts théoriques relatifs à notre hypothèse afin de clarifier notre question de recherche, dans le but d'y apporter des éléments de réponse.

## 2. Cadre conceptuel

Dans notre cadre conceptuel, nous allons décrire les différents concepts mobilisés dans notre recherche. Bien que le lien entre notre recherche et certains des concepts traités puisse parfois être difficile à cerner, nous nous efforcerons de contextualiser chaque aspect théorique et d'effectuer des liens entre chaque concept, dans la mesure du possible.

### 2.1 Séquence didactique

Afin de mener à bien notre expérimentation, nous souhaitons choisir une méthode nous permettant d'être cohérent entre l'objet et le mode d'apprentissage. Le développement d'une capacité nécessitant un travail sur la durée avec constance, nous avons choisi de mettre en place une séquence didactique, concept que nous développerons ci-dessous.

### 2.1.1 Programmation didactique

Reuter, Cohen-Azria, Daunay, Delcambre et Lahanier-Reuter (2013, p. 179) définissent le concept de programmation didactique de la manière suivante :

> On entend par « programmation didactique » le processus de planification temporelle des contenus d'enseignement d'une discipline. Dans son sens large, la programmation didactique est consubstantielle au système d'enseignement et constitue un des traits importants de la forme scolaire, qui envisage la découverte progressive des contenus d'enseignement dans le cursus scolaire : c'est le curriculum, qu'on peut définir comme l'ensemble des programmes disciplinaires. Dans son sens restreint, la programmation didactique est consubstantielle au système didactique, dont elle règle la chronogenèse : l'enseignant organise temporellement la découverte des contenus d'enseignement dans une durée plus ou moins longue.

### 2.1.2 Séquence didactique et éléments de séquence didactique

Dans leur définition du concept de programmation didactique, Nonnon et Dolz (2010, cité dans Reuter, Cohen-Azria, Daunay, Delcambre et Lahanier-Reuter, 2013, p.180) distinguent la notion de séquence didactique :

> Au niveau de la classe, une autre programmation didactique est à l'œuvre à l'école, celle de l'enseignant : il se doit en effet de programmer sur l'année les contenus d'enseignement qu'il se propose de faire découvrir aux élèves : on parle souvent, alors, de progression. Par ailleurs, s'agissant d'un contenu d'enseignement déterminé isolable (même s'il entretient évidemment des liens avec l'ensemble de la progression et du programme), l'enseignant envisage aussi une programmation didactique sur un temps plus court, sous forme d'un enchaînement entre situations, auquel on donne parfois le nom de séquence (en français par exemple) ou de cycle (en éducation physique et sportive par exemple). Cette programmation relève du travail de l'enseignant — dont elle en constitue une part importante et néanmoins cachée.

Une séquence didactique est une part de la programmation didactique. Elle intervient au niveau de la classe et est mise en place par l'enseignant. Une séquence didactique est un enchaînement, sur un temps court, de situations choisies par l'enseignant afin de faire découvrir aux élèves un contenu d'enseignement défini. Nous jugeons ces conditions optimales au vu de notre situation afin de mener à bien notre recherche. Le déroulement concret de notre séquence ne sera explicité qu'au chapitre 4.

### 2.1.3 Situation et variable didactique

L'organisation d'une séquence didactique s'exprime par le choix, l'arrangement et l'enchaînement de situations liées à l'objet d'apprentissage. Ces étapes reposent sur la variation des objectifs, eux-mêmes adaptables au regard de la modification des valeurs attribuées aux différentes variables didactiques contenues dans les énoncés.

La situation didactique détermine les possibilités d'action de l'apprenant dans un milieu et est « choisie de telle manière que la stratégie de résolution ne puisse être mise en œuvre que grâce à une certaine connaissance mathématique, l'apparition de cette décision sans la connaissance étant hautement improbable » (Brousseau, 2004, p. 245).

Mili (2015), s'appuyant sur Brousseau, Margolinas et Balacheff, définit la variable didactique comme « un élément de la situation, modifiable par l'enseignant, qui affecte la hiérarchie des stratégies de résolutions de l'élève (par le coût, la validité, la complexité) ».

Prenons l'exemple d'une multiplication entre deux nombres inférieurs à douze, huit et onze. L'élève peut faire appel à des connaissances acquises grâce au livret. Il peut donc effectuer le calcul de tête. Dès le moment où les nombres deviennent plus grands, avec huit et 23, cette stratégie ne marche plus, forçant les élèves à passer à l'algorithme écrit de multiplication ou à développer une décomposition du 23 en somme de deux multiplications connues. Changer la taille d'un nombre peut forcer les élèves à changer de stratégie. La situation didactique reste la même et force l'élève à faire appel à ses connaissances en multiplication.

Les situations didactiques permettent de mobiliser une connaissance mathématique souhaitée et les variables didactiques nous offrent la possibilité d'orienter le processus de résolution de problèmes des élèves. Sachant que nous souhaitons observer l'évolution de ce processus chez les élèves, l'utilisation active des variables didactiques au cours de notre séquence didactique fait sens. Nous allons dès maintenant définir la notion de résolution de problèmes afin d'appréhender au mieux les processus relatifs.

## 2.2 Résolution de problèmes

Comme expliqué au chapitre 1.2, la résolution de problèmes est recommandée dans le Plan d'études romand (CIIP, 2008) afin de permettre l'apprentissage de notions mathématiques. Comme nous ne pouvons pas directement intervenir en classe, les enseignants titulaires piloteront notre séquence didactique. De plus, nous étudions, dans cette recherche, le développement des habiletés en résolution de problèmes. Pour ces raisons, nous avons choisi de nous orienter vers un apprentissage par problèmes et de définir plus précisément la notion de problème.

### 2.2.1 Définition de problème

D'après Dupays (2011, p. 5), un problème peut être défini comme :

> Une situation pour laquelle l'organisme a un but, mais ne dispose pas d'un moyen connu pour y parvenir. Il est constitué de données, d'objectifs et d'obstacles. Trois attributs caractérisent un problème à résoudre : l'existence d'un écart entre la situation présente et le but à atteindre ; l'absence d'un cheminement évident menant à la réduction de cet écart ; le caractère subjectif et circonstanciel de la résolution de problème. Une situation fait problème pour une personne donnée à un moment donné.

### 2.2.2 Résolution de problèmes

La résolution de problèmes peut alors être définie comme le processus mis en place à partir des données à disposition afin d'atteindre les objectifs relatifs tout en passant par-dessus les obstacles présents.

> En situation de problème, même si la découverte de la solution semble, le plus souvent, procéder par différentes tentatives d'essais et d'erreurs, le mode opératoire employé pour résoudre le problème peut être perçu comme une stratégie mise en place et nécessitant une certaine représentation de la situation. Ce processus de résolution peut être une règle, un heuristique ou bien lié à l'utilisation d'une situation déjà rencontrée (Lemaire, 1999, cité dans Dupays, 2011, p. 6).

La résolution de problèmes fait appel à des processus définis qu'il est parfois difficile d'identifier, la démarche semblant aléatoire. Tout de même, il est possible d'extraire des modèles précis permettant d'analyser la majorité des résolutions de problème effectuées.

### 2.2.3 Différents processus

Dupays (2011) décrit trois processus principaux que nous retiendrons : l'analogie, les algorithmes et l'analyse moyen-fin.

L'analyse moyen-fin fait partie, comme l'essai-erreur, des démarches heuristiques, règles simples et générales très pragmatiques utilisées principalement hors de son domaine de compétences. Dans ce processus, l'individu observe la situation initiale et la situation finale à atteindre puis cherche à diviser le chemin à effectuer en sous-objectifs. Cette méthode s'apparente à une prise à rebours du problème. Bien qu'elle mène rapidement à l'action, elle peut gêner l'apprentissage tel que le soulèvent Sweller et Lévine (1982, cité dans Dupays, 2011). Nous ne pourrons toutefois pas empêcher l'utilisation de ce processus au cours de ce travail, les problèmes des manuels scolaires présentant généralement une situation finale à atteindre.

Les algorithmes sont des règles d'action systématiques garantissant la solution (Dupays, 2011, p. 8). Ce processus s'oppose au précédent, en raison de ses situations d'utilisation. En effet, les algorithmes sont appliqués dans le domaine de compétences relatif. Ils peuvent devenir des objets d'apprentissage à part entière afin de résoudre, par la suite, des problèmes reposant sur une logique commune.

L'analogie s'appuie également sur les ressemblances entre situations. L'individu met en lien un problème, résolu précédemment et perçu comme similaire, avec une toute nouvelle situation. De cette manière, des liens peuvent être créés afin d'implémenter de nouvelles relations à la situation initiale. Ces éléments permettent dans la plupart des cas de faire avancer la situation, l'amenant progressivement à l'objectif attendu.

Nos résultats nous permettront par la suite d'associer ces processus à des démarches de résolution utilisées par les élèves, ce qui nous permettra d'évaluer l'influence de notre dispositif de manière plus précise aux chapitres 7.4 et 7.5.

### 2.2.4 Différentes approches

Clément (2009), cité dans Dupays (2011), développe cinq approches en matière de résolution de problèmes associées à des courants psychologiques : l'approche behavioriste, l'approche gestaltiste, l'approche du traitement de l'information, la flexibilité cognitive et les schémas pragmatiques de raisonnement.

Dans l'approche behavioriste, l'individu agit par essai-erreur. Celui-ci n'a pas besoin d'une représentation précise du problème. L'important se situe dans la réussite. La résolution du problème posé renforce le comportement positif.

Inversement, l'approche gestaltiste repose sur une représentation du problème, interne à l'individu. La résolution passe par une réorganisation perceptive des différents éléments. Cette réorganisation amène à la résolution de manière abrupte, phénomène appelé *insight*.

Au cours d'une résolution de problèmes suivant l'approche du traitement de l'information, l'individu doit identifier les différents chemins de résolution possibles. Puis, celui-ci utilise différents processus appelés heuristiques, comme l'essai-erreur ou l'analyse moyen-fin, afin de parvenir à la solution.

Au quotidien, de nombreux schémas appris s'observent et s'expriment chez chacun de nous. L'emploi de schémas pragmatiques utilisés dans des situations courantes afin de résoudre des problèmes pratiques correspond aux schémas pragmatiques de raisonnement. Les connaissances préalablement stockées en mémoire sont utilisées sous forme de schéma.

La flexibilité cognitive est une approche s'attachant à l'idée que la résolution d'un problème procède d'un changement de point de vue sur la situation problématique (Dupays, 2011). En changeant de perspective, l'individu réorganise le problème, ce qui amène à sa résolution. Le problème vient de la fixation sur un élément de la situation empêchant de percevoir les informations permettant la résolution du dit problème. Nous nous appuierons principalement sur cette approche découlant de la psychologie cognitive dans notre dispositif. Nous estimons que changer de registre de représentations sémiotiques revient à changer de perspective. Le développement de la capacité de conversion influence logiquement cette approche en résolution de problèmes.

De plus, nous ajoutons que la notion de flexibilité cognitive entre en adéquation avec l'apprentissage spécifique des concepts mathématiques. En effet, les objets mathématiques ne sont perceptibles qu'au travers de leurs représentations. Pour distinguer le concept de ses représentations, il faut pouvoir mobiliser au moins deux représentations différentes, comme nous le verrons à la section 2.4.5. Plus le nombre de représentations est grand, meilleure sera l'appréhension du concept mathématique correspondant (Duval, 1993). Cette approche joue un rôle majeur que nous nous efforcerons d'intégrer à notre travail grâce à l'enseignement stratégique, autre apport de la psychologie cognitive.

### 2.3 Enseignement stratégique

Dans notre travail de recherche, nous visons un apprentissage chez les élèves, qui sera ensuite évalué. Comme le souligne Ouellet (1997, p. 4), « l'apprentissage exige l'organisation constante de connaissances, et cela, en fonction du mode de représentation particulier à chaque type de connaissances ». Nous avons déjà mentionné l'importance de la multiplication des représentations ci-dessus et nous le ferons encore au chapitre 2.4.5. Ne pouvant pas agir physiquement dans les classes, nous voulons intervenir auprès des enseignants en leur proposant un modèle d'enseignement cohérent avec notre sujet d'étude et nous pensons que l'enseignement stratégique correspond au mieux à nos attentes.

Bien que Tardif (1992) développe de manière complète et détaillée la notion d'enseignement stratégique ainsi que sa mise en application au cœur du chapitre cinq de son ouvrage intitulé « Caractéristiques et pratiques de l'enseignement stratégique », nous nous appuierons sur les apports de Ouellet (1997) dans le but d'esquisser les principes pratiques de l'enseignement stratégique. En effet, ces principes nous semblent plus facilement interprétables dans l'optique d'une mise en application.

Ouellet (1997) décrit six principes se rapportant à l'apprentissage selon des angles de vue différents. Deux principes, dont un que nous avons déjà cité, nous intéressent plus particulièrement dans ce travail : « l'apprentissage exige l'organisation constante de connaissances, et cela, en fonction du mode de représentation particulier à chaque type de connaissances » et « l'apprentissage concerne autant les stratégies cognitives et métacognitives que les connaissances théoriques » (Ouellet, 1997, p. 4). Dans le premier, l'enseignant doit prendre en compte l'organisation des connaissances, et ce afin de « comprendre la dynamique du transfert des connaissances et des compétences » (Ouellet, 1997, p. 5). Cette notion de transfert nous semble importante et sera développée ci-dessous. Le second met en avant l'importance pour les élèves d'apprendre à utiliser les savoirs et savoir-faire acquis. Cet apprentissage doit passer par un travail d'explicitation des stratégies chez l'enseignant.

Cette démarche d'enseignement s'appuie sur les apports de la psychologie cognitive, à laquelle se réfère l'enseignement stratégique. Nous avons une synergie entre le courant psychologique, l'approche choisie au point 2.2.4 ci-dessus et notre dispositif, dont la mise en œuvre avec les enseignants sera décrite au chapitre 5.

### 2.3.1 Capacité de transfert

Vianin (2009) propose plusieurs définitions, utilisées par d'autres auteurs, afin de décrire la notion de transfert. Il choisit tout de même de donner une définition générale sur laquelle chaque auteur s'accorde. Le transfert « consiste pour les élèves à généraliser leurs apprentissages et à utiliser leurs connaissances et leurs compétences dans un contexte différent de celui dans lequel s'est réalisé l'apprentissage » (Vianin, 2009, p. 176).

Bien que notre séquence didactique ait pour objectif de présenter des situations didactiques permettant de travailler la conversion, notion décrite au point 2.4.4, nous souhaitons évaluer son impact sur la capacité à résoudre des problèmes au travers des processus mobilisés. Les problèmes présentés peuvent être éloignés des situations d'apprentissage initiales. De ce fait, nous allons observer de manière indirecte les transferts effectués par les élèves.

## 2.4 Conversion entre différents registres de représentations sémiotiques

Les concepts que nous décrirons dans ce chapitre sont capitaux pour notre recherche. En effet, notre question de recherche et notre séquence didactique reposent principalement sur les travaux de Raymond Duval autour des différents registres de représentations sémiotiques et de la notion de conversion.

Cette citation, tirée de Duval (1993, p. 62), résume parfaitement l'importance qu'a pour nous ce chapitre :

> La résolution de tels problèmes dépend d'abord de la compréhension de l'énoncé et de la conversion des informations pertinentes qui y sont présentées : il s'agit de passer d'une description discursive des objets relevant du champ de la question posée à une écriture symbolique (numérique ou littérale) de leurs relations telles qu'elles sont marquées linguistiquement, et souvent de façon très variable, dans le texte de l'énoncé. C'est seulement à partir de cette écriture symbolique que les traitements mathématiques (opérations arithmétiques, règle de moyennes, résolution d'un système, etc.) peuvent être appliqués.

### 2.4.1 Définition de « représentation »

Dans leur article, Bernoussi et Florin (1995) présentent plusieurs définitions de « représentation » suivant différents courants de la psychologie. En psychologie cognitive, la représentation est un savoir sur quelque chose présent chez un individu. Abric (1989, cité dans Bernoussi & Florin, 1995, p.75) définit, dans le cadre de la psychologie sociale, la représentation comme « le produit et le processus d'une activité mentale par laquelle un individu ou un groupe reconstitue le réel auquel il est confronté et lui attribue une signification spécifique ».

Brousseau (2004, p. 241) définit brièvement la représentation comme « l'action de "rendre présent à nouveau" et son résultat ». Cette définition à caractère didactique témoigne du fait que la représentation a pour fonction d'évoquer et de rendre visible un objet mathématique situé dans la mémoire didactique du sujet.

Pour Bruner (1966), les modes de représentation sont le moyen de stocker des connaissances dans la mémoire. Il distingue trois types de représentations dans son approche en psychologie du développement : enactive, iconique et symbolique. Les représentations se construisent chez l'enfant sous différentes formes. Lorsqu'il recueille des informations par l'action, le stockage se fait sous forme de représentation enactive. Quand c'est par image, nous nous situons dans une représentation iconique. Dès le moment où l’information est organisée suivant un code et des symboles, la représentation est dite symbolique. Cette approche laisse présager la notion de registres de représentations que nous développerons au chapitre 2.4.3.

### 2.4.2 Représentation sémiotique

La sémiotique, se regroupant aussi dans l’usage courant avec le terme sémiologie, correspond à la science qui étudie le signe. Nous pouvons définir de manière naïve les représentations sémiotiques comme des représentations fonctionnant grâce à des signes.

Duval (1993, p. 39) les définit comme « des productions constituées par l’emploi de signes appartenant à un système de représentation qui a ses contraintes propres de signifiance et de fonctionnement ». Ces systèmes de représentation sont appelés « registres de représentations sémiotiques ».

### 2.4.3 Registre de représentations sémiotiques

Les représentations sémiotiques peuvent être classées en différents registres suivant le moyen utilisé pour les exprimer. Duval (2002) définit le registre comme un système sémiotique producteur d’un type de représentations, et dont la production peut répondre à des fonctions cognitives différentes. Un système permettant, suivant des règles précises, de former des représentations ayant sens et pouvant répondre à plusieurs fonctions cognitives est un registre de représentations sémiotiques.

L’ensemble des registres de représentations sémiotiques n’est pas délimité et fermé, sachant qu’un registre peut être à tout moment créé, tant que les règles précédemment citées sont respectées.

Pour notre travail, nous définirons brièvement les registres naturels, symboliques et graphiques, sur lesquels nous nous concentrerons lors de l’analyse.

#### 2.4.3.1. Registres naturels

Le registre naturel est « composé de termes usuels et de termes scientifiques propres à la discipline » (Mili, 2015). Dans notre recherche, le registre naturel s’appuiera sur la langue française, langue d’enseignement pour notre séquence didactique.

#### 2.4.3.2. Registres symboliques

Le registre symbolique, quant à lui, est « constitué d’un ensemble de symboles ayant un sens bien précis et de règles régissant leur agencement » (Mili, 2015). Nous englobons dans ce registre l’utilisation des nombres et des signes mathématiques.

#### 2.4.3.3. Registres graphiques

Mili (2015) définit le registre graphique comme l’« ensemble des éléments visuels ou pictogrammes utilisés en mathématiques, munis de règles d’agencement ». Les croquis et schémas appartiennent à ce registre.

### 2.4.4 Conversion entre différents registres de représentations sémiotiques

La conversion entre différents registres de représentations sémiotiques est un concept qui a été employé pour la première fois par Raymond Duval. La conversion d’une représentation est la transformation de cette représentation en une représentation d’un autre registre en conservant la totalité ou une partie seulement du contenu de la représentation initiale (Duval, 1993).

La conversion se distingue du traitement, une autre activité cognitive liée aux registres de représentations sémiotiques. Le traitement d'une représentation se fait à l'interne du registre correspondant. Elle équivaut à une transformation de la représentation dans le même registre. Duval (1993) prend l'exemple de la paraphrase dans le langage naturel. L'information est transformée tout en restant dans le même registre de représentations. Les règles permettant le traitement restent propres à chaque registre. En mathématiques, résoudre une équation revient à appliquer des règles de traitement sur l'objet représenté afin d'obtenir la réponse, qui représente le même objet que l'énoncé et dans le même registre.

Duval (1993) propose une troisième activité cognitive possible avec les registres de représentations sémiotiques, qu'il nomme « formation d'une représentation identifiable ». Cette action nécessite la sélection des données dans le contenu à représenter. Puis, il faut respecter les règles de conformité propres au registre afin que la représentation soit identifiable. Dans le langage naturel, la grammaire est par exemple l'une des nombreuses règles de conformité.

À première vue, il n'existe pas de règles irréductibles et directement applicables en toutes circonstances afin d'effectuer ces activités cognitives. Dans le cas de la conversion, la première étape nécessaire est l'identification du contenu de la représentation initiale, qu'on appelle unité signifiante. Cette étape est commune aux trois activités cognitives liées au registre de représentations sémiotiques. Ensuite, le registre d'accueil de la nouvelle représentation doit mettre à disposition au plus le même nombre d'unités signifiantes sans quoi, la conversion est impossible. Enfin, les unités signifiantes sont représentées dans le nouveau registre en s'appuyant sur les règles de conformités propres au registre. Par unité signifiante, nous entendons un élément entier ayant un sens. Mili (2017, p. 45) propose un exemple afin de mieux cerner cette notion :

> Par exemple, il y a congruence entre le registre symbolique $y>x$ et son équivalent en langage naturel : l'ordonnée est supérieure à l'abscisse. On constate en effet une correspondance terme à terme entre les unités signifiantes respectives qui est suffisante pour effectuer la conversion. En revanche, cette correspondance terme à terme n'est pas respectée entre l'expression $x>0$ (qui contient trois unités signifiantes) et l'abscisse est positive, un de ses homologues en langage naturel (qui ne contient que deux unités signifiantes).

Prenons cette fois l'exemple concret d'un problème mathématique en lien avec notre recherche, tiré des moyens d'enseignement pour les 7H (Chastellain & Jaquet, 2001) dont voici l'énoncé en langage naturel :

Il y a trois paquets de 250 feuilles à répartir entre 17 personnes. Combien chacune en recevra-t-elle ?

Dans cet énoncé, plusieurs unités signifiantes sont représentées. Tout d'abord, il y a trois paquets. Chaque paquet contient 250 feuilles. Enfin, l'ensemble de ces feuilles est réparti entre dix-sept personnes. Chaque élément précédemment décrit est une unité signifiante. Pour convertir cet énoncé en registre naturel vers un autre registre, nous devons trouver un registre mettant à disposition au plus trois unités signifiantes. Regardons cet exemple de conversion vers le registre symbolique :

$$(3 \times 250) : 17 = 750 : 17 = 44,11\overline{76} \cong 44$$

***Figure 1 : Exemple de conversion vers le registre symbolique avec traitement***

Les trois unités signifiantes ont été converties en nombres puis mises en relation grâce à des opérations mathématiques. Nous avons bien trois fois 250 feuilles dont le total est réparti entre 17 personnes. Ensuite, un processus de traitement a été appliqué sur cette nouvelle représentation. 750 est une autre représentation sémiotique pour l'objet (3x250) dans le même registre. Les différents traitements permettent d'arriver à la solution du problème, qui est 44 feuilles par personne. En explicitant ici la réponse, nous avons converti la représentation dans le registre symbolique vers une représentation dans le registre naturel.

Au chapitre suivant sera développée l'importance des représentations avec l'activité de conversion associée dans le cadre de l'appropriation des concepts mathématiques.

### 2.4.5 Importance des représentations dans l'activité mathématique

Hitt (2004) rappelle que les objets mathématiques ne sont pas directement accessibles par nos sens. Leur appréhension est possible grâce à l'utilisation de représentations sémiotiques. Augmenter le nombre de représentations sémiotiques à disposition des élèves leur permettrait de mieux développer l'appréhension du concept mathématique, chaque représentation ne représentant le concept que partiellement. La conversion entre différents registres de représentations sémiotiques, telle que définie par Duval (1993), devient selon Hitt (2004) nécessaire aux étudiants afin de construire au mieux le concept mathématique recherché, les différents registres étant complémentaires. Duval (1996) avait déjà évoqué cette problématique quelques années auparavant. Il en conclut que la coordination de registres sémiotiques est une condition nécessaire à la compréhension en mathématiques.

Duval enrichit cette approche en analysant l'apprentissage même des savoirs. Selon lui, nous avons deux modes d'accès aux objets de connaissance : un accès sensoriel, par la perception directe ou l'utilisation d'instruments, et un accès sémiotique, par « l'utilisation de systèmes qui produisent des représentations, indépendamment de toute conservation de données sensorielles comme de toute contrainte physique » (Duval, 2010). En mathématiques, nous ne pouvons accéder aux objets de connaissance par le sensoriel. Ce constat amène Duval (2010, p. 129) à poser ce qu'il appelle « le paradoxe cognitif des mathématiques », qu'il résume sous forme de deux questions.

La première, « Comment ne pas confondre un OBJET et sa REPRÉSENTATION *si on n'a pas accès à cet objet en dehors de la représentation* par laquelle cet objet est présenté ? », rappelle que nous ne pouvons pas percevoir l'objet mathématique directement. Nous n'avons pas de moyens de comparaison. La seconde question, « Étant donné qu'il y a de multiples représentations sémiotiques possibles d'un même objet, comment ne pas penser que les CONTENUS différents des différentes représentations possibles renvoient à des OBJETS différents, et non pas à ce seul et même objet ? », pousse encore plus loin cette réflexion. Le doute reste permis lorsque des représentations semblent en tout point distinctes. Nous n'avons aucun moyen d'associer avec certitude ces représentations à un objet tant que nous n'avons rencontré qu'une ou deux représentations. Ces questionnements soulèvent l'importance des représentations dans l'activité mathématique. Elles semblent même centrales dans le processus d'apprentissage.

Duval (1995) déduit également qu'il n'y pas de noésis sans sémiosis. La sémiosis « désigne la mobilisation, implicite ou explicite, d'au moins deux registres pour produire, extérieurement ou mentalement, des représentations sémiotiques d'un objet, et pour pouvoir les transformer » (Duval, 2010, p. 130). Pour lui, la sémiosis correspond à « l'appréhension ou la production d'une représentation sémiotique » et la noésis aux « actes cognitifs comme l'appréhension conceptuelle d'un objet, la discrimination d'une différence ou la compréhension d'une inférence » (Duval, 1995). Afin de développer des capacités essentielles à l'apprentissage mathématique, toute personne doit passer par la production et l'appréhension de représentations sémiotiques. Inversement, le nombre de registres mobilisables et la qualité des conversions entre ces registres témoignent de l'habilité à résoudre des problèmes, habilité nous intéressant tout particulièrement.

### 2.5 Contrat didactique

Dans la séquence didactique que nous souhaitons créer, nous avons pour ambition de travailler la multiplication des coordinations entre les registres de représentations sémiotiques, dans le but de développer la capacité de conversion. Les élèves n'étant pas familiers à cette démarche, nous risquons de les bouleverser. Ces modifications peuvent avoir un impact sur les habitudes de l'ensemble de la classe et sur la relation enseignant-élève. Le contrat didactique habituel sera alors modifié d'une manière ou d'une autre.

Brousseau (1982) définit le concept de contrat didactique comme « un contrat qui détermine — explicitement pour une petite part, mais surtout implicitement — ce que chaque partenaire, l'enseignant et l'enseigné, a la responsabilité de gérer et dont il sera d'une manière ou d'une autre responsable devant l'autre ». Duplessis (2007, p. 16), citant les travaux de Brousseau, résume le contrat didactique de la manière suivante :

> Un contrat social implicite passé entre le maître et la classe, et qui a pour fonction de légitimer les statuts, les rôles, les attentes plus ou moins normatives et les obligations de chacun des partenaires l'un envers l'autre, pour autant qu'elles concernent l'acquisition des connaissances d'une discipline.

Le contrat didactique gère la relation d'apprentissage/enseignement entre les élèves et l'enseignant de manière implicite. De ce fait, il ne s'observe pas directement, mais au travers de ces manifestations telles les ruptures (Duplessis, 2007). Lorsque l'enseignant installe des routines au sein de la classe et des activités d'apprentissage, les élèves se préparent, dans des situations proches, à remplir les attentes de celui-ci en transférant les méthodes précédemment apprises. À l'inverse, dès que les habitudes sont rompues, comme dans notre séquence didactique, les participants sont perturbés. Notre intérêt, tel que développé dans notre question de recherche et les sous-questions correspondantes, est d'identifier la mesure dans laquelle notre séquence didactique modifiera le contrat didactique habituel. Nous observerons ces modifications au travers des traces de résolution des élèves, dans le cadre des situations didactiques choisies.

## 3. Question de recherche

En partant de nos premières questions, des informations soulevées dans notre problématique et des aspects théoriques développés au chapitre 2, tout particulièrement au point 2.4.5, nous avons défini la question de recherche suivante :

Dans quelle mesure une séquence didactique comportant des situations impliquant des conversions entre différents registres de représentations sémiotiques influence-t-elle la démarche en résolution de problèmes d'élèves de 7H ?

L’influence de cette séquence didactique sera étudiée au travers des sous-questions suivantes :

- Le contrat didactique habituel subit-il des modifications majeures lors de l’introduction de situations novatrices ?
- L’introduction de situations novatrices permet-elle un transfert de procédures, auparavant appliquées dans des situations similaires ?
- Dans quelle mesure les modifications des procédures peuvent-elles être imputées aux variables didactiques de l’énoncé ?

À cette fin, les variables suivantes, développées aux chapitres 4.2 et 4.4, seront observées :

- Nombre d’erreurs et taux de réponse
- Nombre d’erreurs par type de conversion
- Écart entre le nombre de conversions attendues et le nombre de conversions observées
- Écart entre le nombre d’étapes attendues et le nombre d’étapes observées
- Prise en compte d’une unité signifiante novatrice dans la conversion

# 4. Dispositif méthodologique

Afin de répondre au mieux à notre question de recherche et aux sous-questions relatives, nous avons sélectionné une méthode dite d’expérimentation. Nous développerons ci-dessous tous les détails sur ce dispositif méthodologique.

## 4.1 Méthodes retenues pour récolter les données

Pour mesurer l’évolution des démarches en résolution de problèmes des élèves de 7H grâce à une séquence didactique comportant des situations impliquant la conversion entre différents registres de représentations sémiotiques, nous avons choisi de mettre en place une expérimentation. Cette méthode permet d’analyser les effets d’un dispositif, une séquence didactique dans notre cas, sur différents facteurs tels que l’apprentissage, le développement moral ou autre. Nous jugeons que cette forme d’observation est la plus cohérente avec notre question de recherche, ce qui justifie son utilisation. De plus, Van der Maren (1995) associe l’expérimentation à une démarche de recherche axée de manière plus importante sur le quantitatif que le qualitatif, démarche cohérente avec notre question de recherche.

L’établissement d’une séquence didactique dans une ou plusieurs classes est la première étape de notre méthodologie. En effet, cette démarche nous permettra d’exercer une influence directe sur l’apprentissage des élèves. Nous devons par la suite recueillir des traces de ces apprentissages. Nous avons par conséquent opté pour l’utilisation de tests dans le but de comparer l’évolution des processus en résolution de problèmes de chaque élève. Nous développerons justement cet instrument d’enquête au chapitre suivant.

## 4.2 Élaboration de l’instrument d’enquête

Afin de mesurer les effets de notre séquence didactique sur les processus en résolution de problèmes des élèves, nous avons choisi de faire passer un pré-test et deux post-tests avant et après ladite séquence. De cette manière, nous pouvons observer l’évolution pour chaque élève en comparant des exercices semblables. Notre séquence, que nous développerons à la section 4.4 et en annexe, traitera du thème « multiples et diviseurs ».

Tous les exercices que nous avons choisis permettent la mobilisation d’au moins trois registres de représentations sémiotiques différents et ne peuvent pas être résolus en une seule étape. Ces données seront mises en relation avec le processus que nous avons défini comme logique afin de résoudre le problème, avec l'objectif d'obtenir un écart. En plus de ces deux éléments, nous voulons également observer si les élèves ont répondu ou non aux exercices. Enfin, nous récolterons des données sur le nombre total d'erreurs et le nombre d'erreurs liées aux conversions.

### 4.2.1 Pré-test

Nous avons imaginé ce pré-test comme évaluation diagnostique afin que les enseignants puissent identifier les connaissances et compétences de leurs élèves avant de débuter le thème.

Ce pré-test est constitué de deux exercices présentant des problèmes sur le thème des multiples. Nous les avons construits en reprenant des exercices des moyens d'enseignement (Chastellain & Jaquet, 2001) et en modifiant certaines variables didactiques. De cette manière, les élèves sont évalués de manière continue. De plus, le premier post-test, comme expliqué ci-dessous, comporte des exercices similaires afin de rester cohérent.

Nous avons également pris en compte deux variables importantes. Dans le premier exercice, nous avons explicitement mentionné « comment » représenter la situation sans toutefois dire « quoi » représenter. Dans le second exercice, nous avons *a contrario* mentionné explicitement l'objet d'enseignement en sous-entendant « quoi » représenter sans donner d'indications sur le « comment ». Ces données ne seront toutefois pas réutilisées dans la suite de notre travail.

### 4.2.2 Post-tests

Nous avons choisi de faire passer des post-tests afin de percevoir l'évolution des processus en résolution de problèmes des élèves après apprentissage. Le deuxième post-test nous permet également d'observer cette évolution dans une situation éloignée à la fois dans le temps et le domaine mathématique.

#### 4.2.2.1. Premier post-test

Ce premier post-test a pour but d'évaluer les élèves dans leurs apprentissages en lien avec le thème « multiples et diviseurs » et en résolution de problèmes. De cette manière, ce test n'entre pas en rupture avec les habitudes de la classe, permettant ainsi de rester dans le contrat didactique habituel (Duplessis, 2007). Nous avons également recherché un but pratique. En effet, les exercices de ce test peuvent être intégrés à l'évaluation sommative du thème prévue par l'enseignant. Ceci permet de ne pas alourdir la charge de travail des enseignants volontaires.

Nous avons sélectionné trois exercices des moyens d'enseignement en vigueur dans les classes sur le thème « multiples et diviseurs ». Puis, nous avons modifié certaines variables didactiques ainsi que quelques éléments d'habillage ne jouant, selon nous, aucune influence.

Le premier exercice correspond aussi bien dans sa forme que dans les éléments demandés à l'exercice deux du pré-test. Le deuxième exercice est, quant à lui, semblable au premier exercice du pré-test. Dans ces deux exercices, nous avons conservé les variables importantes citées au point 4.2.1.

Dans le deuxième exercice, nous avons modifié les variables didactiques entre les classes afin d'obtenir des données plus précises dans le but de répondre à la sous-question mettant en lien variables didactiques et processus de résolution. En effet, nous avons vu au chapitre 2.1.3 que la modification de variables didactiques pouvait influencer les processus de résolution des élèves. Nous avons donc modifié la taille des nombres et le nombre de données dans le problème afin d'obtenir des éléments analysables en lien avec notre question.

Nous avons seulement utilisé ces variables lors d'une situation, notre échantillon étant déjà peu conséquent.

Le troisième exercice reprend la même forme que l'exercice deux en incluant un nouveau concept mathématique : les diviseurs. L'objet d'apprentissage évalué, la recherche de diviseurs, n'est pas explicité. Nous observons à travers cet exercice les mêmes éléments que ceux apparaissant dans les deux premiers. Nous avons choisi d'ajouter un troisième exercice afin d'affiner nos observations tout en ajoutant un élément novateur par rapport au pré-test.

#### 4.2.2.2. Second post-test

Nous avons choisi de faire passer un deuxième post-test afin d'évaluer l'évolution des processus de résolution de problèmes dans d'autres domaines mathématiques que celui traité dans notre séquence didactique. De cette manière, nous pouvons observer les transferts, tels que définis au chapitre 2.3.1, provenant de notre dispositif. Nous limitons également les biais du contrat didactique liés à la réutilisation de routines et schémas appris dans un domaine mathématique récurrent.

Nous avons sélectionné deux problèmes tirés des cours de didactique des mathématiques de la HEP Valais (Mili, 2015). Ces problèmes ne touchent pas au domaine des « multiples et diviseurs », qui sera travaillé avec les élèves. De plus, nous avons choisi des exercices leur permettant de faire plusieurs conversions, comme dans les tests précédents.

Des modifications ont été apportées au deuxième exercice afin d'avoir deux variantes. En effet, cet exercice comporte une unité signifiante novatrice pour les élèves : le fuseau horaire. Dans l'une d'elles, une image servant de première conversion de la donnée en registre naturel vers une représentation graphique a été insérée. Pour l'autre groupe, nous n'avons pas intégré cette image. Nous avons fait ce choix afin d'ajouter un élément de mesure vis-à-vis de la modification du contrat didactique, en rapport avec l'une de nos sous-questions de recherche.

## 4.3 Échantillonnage choisi et durée d'expérimentation

Nous avons décidé de choisir des classes de 7H et de travailler sur le thème « multiples et diviseurs » pour plusieurs raisons. Tout d'abord, les moyens d'enseignement autour du thème « multiples et diviseurs » ne proposent que des problèmes pour l'apprentissage. Ensuite, ce thème n'a été évoqué que partiellement en 6H au travers de la recherche de multiples, d'après les précisions du Canton du Valais dans le PER (CIIP, 2008). Nous pouvons donc considérer l'utilisation de ce concept dans le domaine de la résolution de problèmes comme nouvelle.

Afin d'avoir des données représentatives, nous avons travaillé avec quatre classes du Valais central. Nous avons ensuite séparé les classes en deux groupes distincts, afin de pouvoir comparer l'évolution du groupe test avec un groupe témoin. Nous avons fait cette séparation en prenant en compte la situation des écoles (ville ou village). Deux classes proviennent de la même ville avec une classe-test et l'autre témoin. Les deux autres classes proviennent de villages. Les classes-témoins regroupent trente-neuf élèves et les classes-tests trente-huit.

Nous avons choisi d'expérimenter notre dispositif le temps d'une séquence didactique, séquence que nous avons planifiée sur une durée d'environ 16 à 17 séances représentant quatre semaines. Nous donnerons plus d'informations à ce sujet au chapitre ci-dessous.

## 4.4 Caractéristiques du dispositif d'expérimentation

Avant de détailler la chronologie de notre dispositif, nous souhaitons en donner la structure générale :

1. Passation pour l'ensemble des élèves du pré-test sur des problèmes tirés du thème « multiples et diviseurs » avant de débuter ledit thème.
2. Les enseignants titulaires donnent une séquence préconstruite sur les « multiples et diviseurs » pour une durée d'environ quatre semaines.
3. Passation du premier post-test pour l'ensemble des classes dans l'évaluation du thème.
4. Passation du second post-test pour l'ensemble des classes entre trois et cinq jours après la passation du premier post-test.

Nous avons conçu une séquence didactique sur le thème des « multiples et diviseurs » d'après la typologie des exercices de Wilhelm et Luthiger (2015). Dans leur écrit sur la planification orientée sur les exercices afin de produire un enseignement axé sur les compétences, ils proposent une classification détaillée des exercices avec des critères d'analyse précis. De cette manière, nous avons pu analyser chaque exercice des moyens d'enseignement de mathématiques (Chastellain & Jaquet, 2001). Wilhelm, Luthiger et Wespi (2014) proposent également un modèle d'organisation des exercices afin de développer au mieux et de façon cohérente les compétences des élèves. Nous voulons, dans le cadre de notre recherche, développer une compétence chez les élèves, observée indirectement par les processus mobilisés. Afin de rester cohérent, nous avons suivi ces indications dans la construction de notre séquence didactique en utilisant les exercices du moyen d'enseignement en vigueur préalablement analysés.

Par la suite, nous avons analysé chaque exercice utilisé dans notre séquence didactique dans le but d'identifier les registres sémiotiques mobilisables par les enseignants et les élèves. Puis, nous avons sélectionné les exercices où deux registres sémiotiques autres que le registre naturel étaient mobilisables et les avons marqués dans notre séquence. De cette manière, nous savions que ces exercices devaient impérativement être traités, permettant le travail d'explicitation par l'enseignant. En complément, nous avons développé un exemple de conversion sur l'un des exercices choisis à l'intention des enseignants afin de les aider dans l'appréhension de ce nouveau mode d'enseignement.

Nous devons également rappeler que l'expression « écriture mathématique » choisie dans la rédaction de notre séquence didactique provient du vocabulaire dans les moyens d'enseignement. En effet, le terme « écriture mathématique » est central dans notre étude et son acceptation est trop large pour nous (cf. section 1.2).

Comme partiellement évoqué au chapitre 4.2, nous allons recueillir plusieurs données en lien avec différentes variables, décrites dans le tableau ci-dessous :

| Nom | Nature | Échelle de mesure |
|---|---|---|
| Réponse ou non à l'exercice | Qualitative nominale | Nominal |
| Nombre d'erreurs | Quantitative discrète | À intervalles |
| Type d'erreurs (liées à la conversion) | Quantitative discrète | À intervalles |
| Nombre de conversions observées | Quantitative discrète | À intervalles |
| Nombre d'étapes observées | Quantitative discrète | À intervalles |
| Prise en compte ou non d'une unité signifiante novatrice | Qualitative nominale | Nominal |

***Tableau 1 : Variables indépendantes retenues dans l'analyse***

Même si notre question de recherche nous oriente vers une démarche quantitative, nous avons choisi de recueillir des informations sur deux variables qualitatives. Pour la première, réponse ou non à l'exercice, nous souhaitons observer de possibles corrélations avec le nombre d'erreurs. La variable sur l'unité signifiante novatrice est quant à elle importante pour deux de nos sous-questions de recherche, comme nous le mentionnerons aux chapitres 7.4.1 et 7.4.2.

Bien que la méthode de recueil et d'analyse pour la majorité des variables soit détaillée dans l'analyse des données, nous souhaitons mettre en évidence plusieurs éléments. Pour ce qui est du nombre d'erreurs et du type d'erreurs, ces deux variables dépendent de chaque élève. Nous comparerons grâce au nombre de conversions observées et au nombre d'étapes observées ce qu'a fait l'élève et ce que nous attendions de lui. De plus, une relation implicite apparaît dans la variable « nombre de conversions observées ». Le nombre de conversions observées est lié au nombre de représentations sémiotiques proposées par les élèves appartenant à des registres différents. Cette nuance prendra de l'importance au point 7.5. Nous développerons nos observations liées à ces variables dans le chapitre « Analyse des données ».

# III. Partie empirique

## 5. Mise en œuvre du dispositif

Afin de mettre en œuvre notre dispositif, nous avons rencontré une première fois chaque enseignant titulaire pour expliquer notre démarche et nos attentes. Nous leur avons proposé notre séquence didactique sur le thème des « multiples et diviseurs » en leur expliquant que des possibilités d'ajustement pouvaient être envisagées. Nous avons tout de même précisé que les exercices permettant des conversions, tel que nous les avons identifiés (cf. chapitre 4.4), étaient obligatoires alors que les autres restaient optionnels. Nous avons ensuite expliqué à tous les enseignants quelques possibilités afin de travailler les changements de registre avec leurs élèves.

Les enseignants du groupe témoin nous ont donné leur accord de ne pas expliciter le travail de conversion lors d'éventuels changements de registre. Nous avons proposé aux enseignants du groupe expérimental des activités concrètes afin de mobiliser et d'expliciter les changements de registre lors de diverses situations didactiques.

Durant la mise en œuvre de la séquence, nous avons communiqué avec les différents enseignants afin de connaître l'avancée des élèves et de transmettre en temps voulu les post-tests. Nous n'avons pas eu de contrôle sur la séquence et avons récupéré les traces écrites souhaitées à la fin du dispositif dans chacune des classes.

Le premier post-test a été intégré par les enseignants lors de l'évaluation sommative du thème « multiples et diviseurs » à la fin de la séquence didactique, comme initialement prévu. Les enseignants des classes-tests ont également fait passer le second post-test trois jours après, afin de limiter les biais du contrat didactique. Les enseignants des classes-témoins ne l'ont pas donné à leurs élèves, faute de temps et pour ne pas augmenter la charge de travail déjà demandée.

Deux enseignants nous ont communiqué quelques informations sur leur ressenti et celui des élèves face à ses tests. Nous les évoquerons ultérieurement dans le chapitre 8.1.

# 6. Analyse des données

Comme évoqué précédemment dans le chapitre 4.4, nous avons choisi deux axes principaux pour l'analyse des données. Tout d'abord, nous analyserons l'évolution du taux de réponse, des erreurs, de l'écart avec le nombre de conversions attendues et de l'écart avec le nombre d'étapes attendues entre le pré-test et le post-test chez les quatre classes de notre échantillon. Puis, nous exposerons les chiffres représentant l'évolution selon les mêmes catégories entre le pré-test et le second post-test chez nos deux classes-tests. À la suite de ces premiers éléments, nous présenterons quelques données complémentaires en lien avec nos questions de recherche subsidiaires. L'ensemble des données ne sera exposé qu'objectivement. Nous les interpréterons au cours du chapitre 7.

Nous tenons également à préciser un élément valable tout au long de cette analyse. En effet, nous n'avons pas pris en compte les résultats d'élèves n'ayant répondu à aucun exercice de l'un des tests, mis à part dans le second post-test. Ils sont au nombre de 11 avec cinq dans les classes-témoins et six dans les classes-tests. Ils apparaîtront toutefois dans nos données sous la catégorie « pas de réponse ».

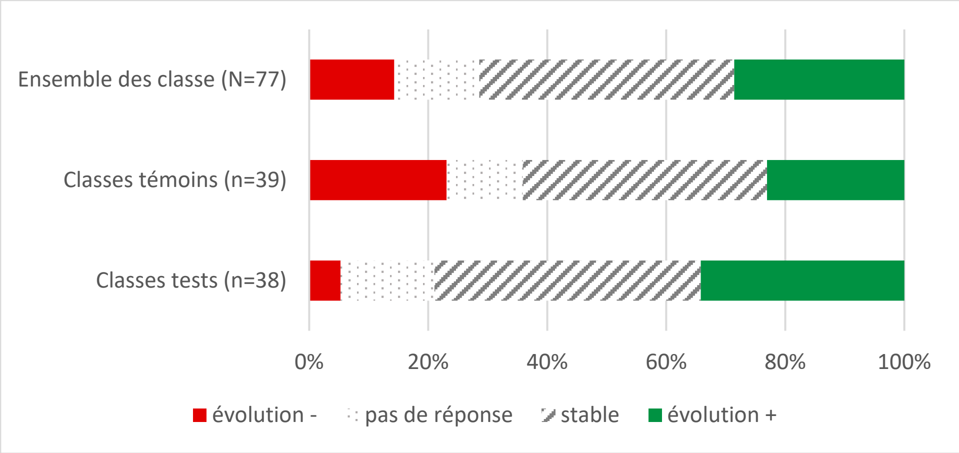
De plus, nous avons librement choisi de parler de stabilité, d'évolution positive et d'évolution négative. Ces termes n'ont aucune connotation. Nous les avons choisis afin d'exprimer au mieux les constantes mathématiques sous-jacentes.

## 6.1 Évolution entre le pré-test et le premier post-test

Afin d'observer l'évolution entre les deux tests pour l'ensemble de l'échantillon, nous avons sélectionné, comme dit ci-dessus, quatre catégories. Nous allons détailler pour chaque catégorie l'évolution de l'échantillon global et de chaque groupe spécifique.

### 6.1.1 Évolution du taux de réponse

En mettant en relation le nombre d'exercices auxquels les élèves ont répondu avec le nombre total d'exercices d'un même test, nous obtenons un taux de réponse pour un test donné, convertissable en pourcentage. Nous avons comparé le taux de réponse entre les deux tests et assigné une valeur négative, neutre ou positive selon que le taux au post-test est inférieur, égal ou supérieur au taux du pré-test.

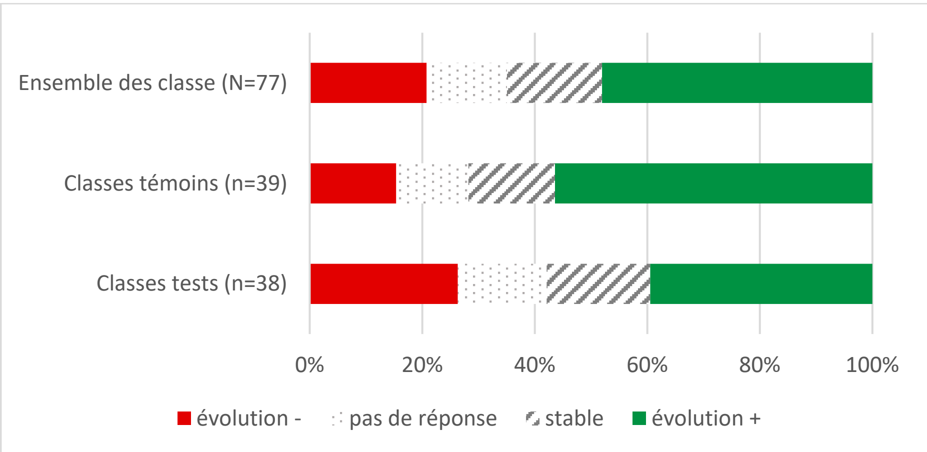



***Graphique 1 : Évolution du taux de réponse entre le pré-test et le premier post-test***

Nous observons que sur 77 élèves, 33 d'entre eux sont restés stables. Pour 11 autres, le taux de réponse a diminué alors que pour 22 élèves, le taux a augmenté. Les différences entre les classes-tests et classes-témoins s'observent principalement sur les rapports d'évolution positifs et négatifs. En effet, 16 élèves sur les 39 des classes-témoins et 17 des 38 en classes-tests n'ont pas vu leur taux de réponse changer. Dans les classes-témoins, autant d'élèves ont davantage répondu au post-test par rapport au pré-test que d'élèves ayant moins répondu. Ils sont au nombre de neuf. Dans les classes-tests, deux élèves ont vu leur taux de réponse diminuer alors que 13 ont amélioré ledit taux. Ces données seront mises en lien avec le nombre d'erreurs en moyenne dans le chapitre 7.1.

### 6.1.2 Évolution du nombre d'erreurs en moyenne

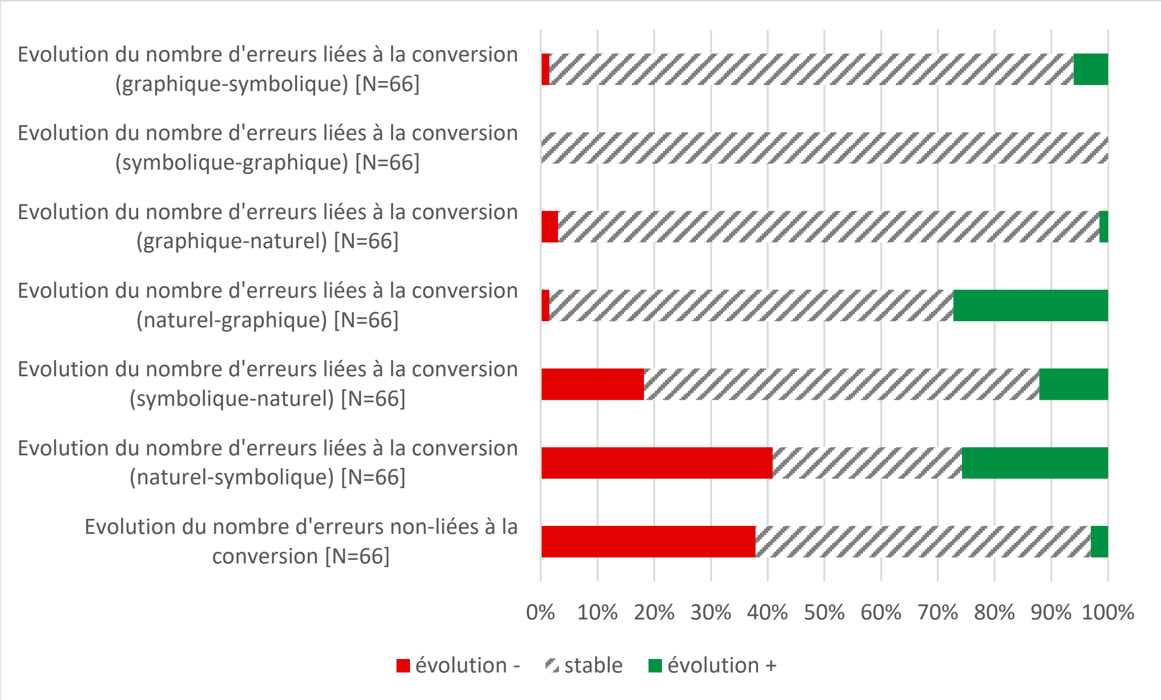
Les deux tests ne contenant pas le même nombre d'exercices, nous avons effectué une moyenne entre le nombre d'erreurs et le nombre d'exercices auxquels les élèves ont répondu pour chaque test. Nous avons ensuite mis en relation les données obtenues afin de mettre en évidence l'évolution entre les deux tests. Contrairement au point 6.1.1 ci-dessus, un taux au post-test inférieur à celui du pré-test indique une évolution positive, le nombre d'erreurs diminuant. Il en est de même dans le cas de l'évolution négative.




***Graphique 2 : Évolution du nombre d'erreurs en moyenne entre le pré-test et le premier post-test***

Sur l'ensemble de 77 élèves, 37 ont fait en moyenne moins d'erreurs dans le post-test que lors du pré-test. Pour 13 élèves, le nombre moyen d'erreurs est resté constant. Les 16 autres ont commis plus d'erreurs lors de ce deuxième test. Dans les classes-témoins, 22 élèves ont fait moins d'erreurs, six sont restés constants et six en ont fait davantage. Au sein des classes-tests, alors que sept élèves n'ont pas vu de variation dans leur nombre d'erreurs en moyenne, dix connaissent une évolution négative et 15 en diminuent le nombre.

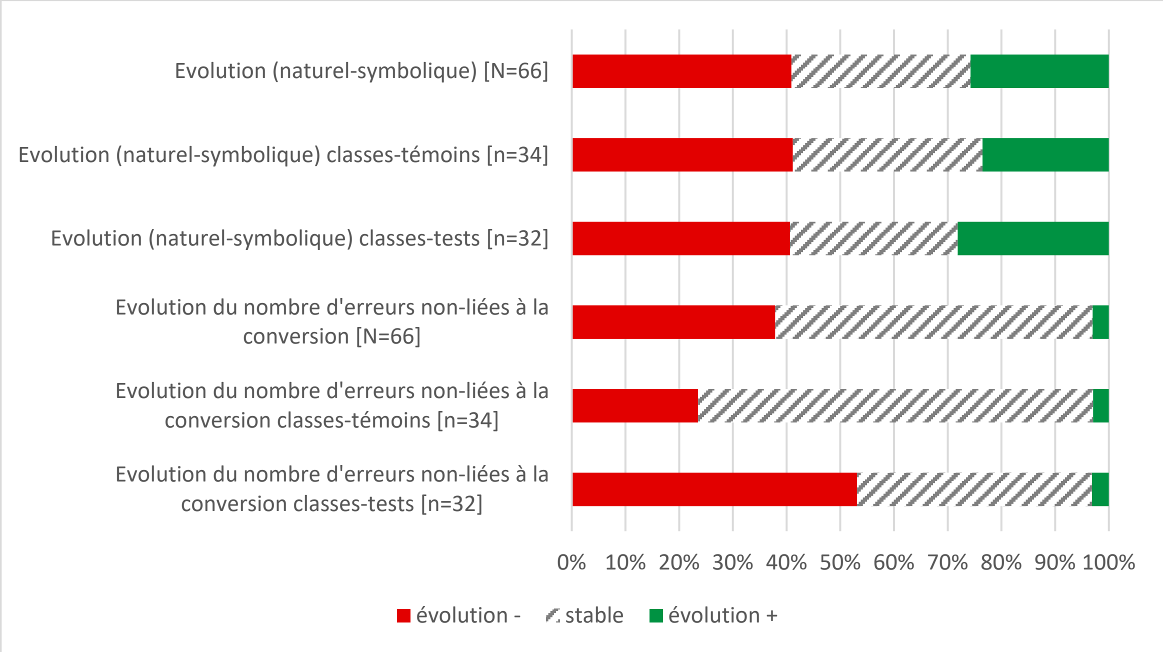
Lors du traitement des données, nous avions relevé les erreurs liées à chaque type de conversion. Nous avons comparé pour chaque type d'erreur les résultats au pré-test et ceux au premier post-test, dans le but d'en esquisser l'évolution. Les erreurs ne provenant pas de conversions n'ont pas été différenciées. Seuls les élèves ayant répondu sont intégrés à ce graphique.




***Graphique 3 : Évolution des erreurs chez l'ensemble de l'échantillon entre le pré-test et le premier post-test***

Hormis une évolution positive non négligeable par rapport à la conversion naturel-graphique, deux résultats ressortent de manière importante. Près de 40 % des élèves ont commis plus d'erreurs non liées à la conversion entre le pré-test et le premier post-test, pour seulement deux élèves en amélioration sur les 66. De plus, malgré une diminution pour 17 élèves du nombre d'erreurs liées à la conversion entre le registre naturel et le registre symbolique, 27 élèves connaissent une évolution négative par rapport à ce type d'erreurs.

Ces deux catégories nous semblaient particulièrement intéressantes. Nous avons alors comparé l'évolution du nombre d'erreurs liées à la conversion naturel-symbolique et du nombre d'erreurs non liées à la conversion entre les classes-tests et les classes-témoins :

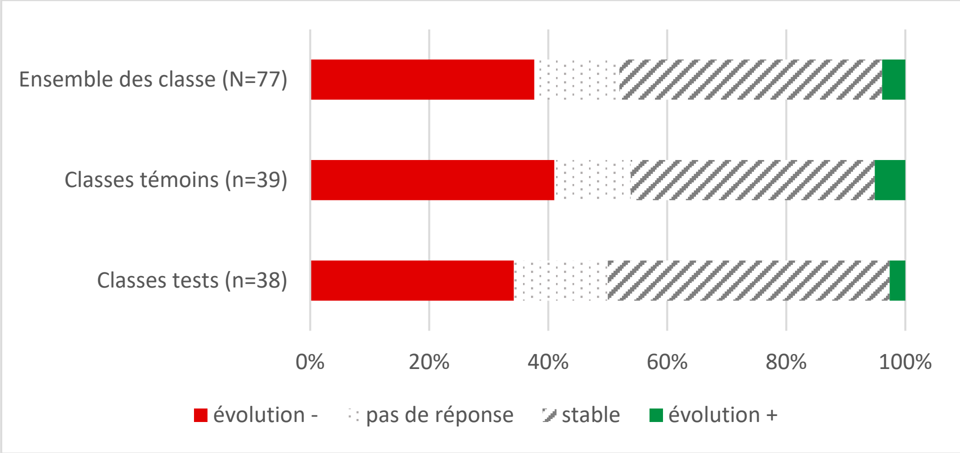



***Graphique 4 : Comparaison de l'évolution des erreurs entre les classes-témoins et les classes-tests entre le pré-test et le premier post-test***

Pour ce qui est de l'évolution du nombre d'erreurs dans la conversion du naturel vers le registre symbolique, les chiffres sont similaires entre les deux groupes. 14 élèves des classes-témoins et 13 élèves des classes-tests sont en évolution négative, 12 et dix en stabilité et huit et neuf en évolution positive. Les données sont plus tranchées pour les erreurs non liées à la conversion. Un élève dans chaque groupe a commis moins d'erreurs dans cette catégorie lors du premier post-test qu'au cours du pré-test. Pour les classes-témoins, 25 élèves restent stables et huit sont en évolution négative. Dans l'autre échantillon, 14 élèves font le même nombre d'erreurs alors que 17 en commettent plus. Nous tenterons de donner des pistes d'explication afin de comprendre ces résultats à la section 7.5.

### 6.1.3 Évolution de l'écart avec le nombre de conversions attendues

Ayant modifié, comme nous l'avons expliqué aux chapitres 4.2.2.1 et 4.2.2.2, certaines variables didactiques dans nos exercices, nous n'avons pas pris en compte directement le nombre de conversions observées. Nous avons préféré définir le nombre de conversions attendues dans chaque exercice puis identifier si la différence entre l'observé et l'attendu est positive, neutre ou négative, afin d'avoir des données comparables. Les tests ne comportaient pas le même nombre d'exercices. Nous avons donc effectué une moyenne des écarts entre l'attendu et l'observé par test que nous avons ensuite mis en relation afin de présenter les résultats ci-dessous :

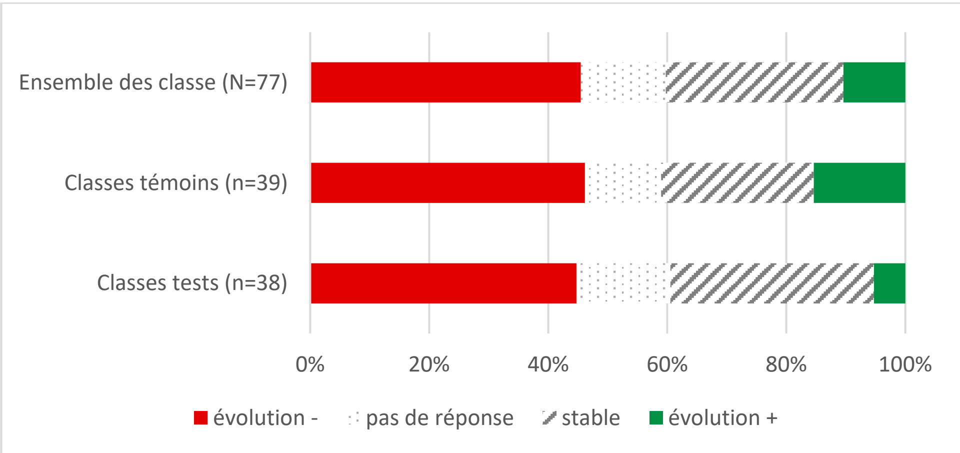



***Graphique 5 : Évolution de l'écart avec le nombre de conversions attendues entre le pré-test et le premier post-test***

Dans l'ensemble de l'échantillon, la stabilité domine avec 34 élèves sur les 77 observés. 29 élèves connaissent une évolution négative alors que trois élèves entrent dans la catégorie de l'évolution positive. Dans les classes-témoins, 32 élèves répartis équitablement représentent la stabilité et l'évolution négative. Deux élèves présentent en moyenne plus de conversions dans le deuxième test que dans le premier. Les classes-tests connaissent des résultats similaires avec 13 élèves en évolution négative, 18 en stabilité et un en évolution positive.

### 6.1.4 Évolution de l'écart avec le nombre d'étapes attendues

Pour les mêmes raisons que celles présentées au point 6.1.3 ci-dessus, nous avons pris en compte l'écart entre le nombre d'étapes attendues et le nombre d'étapes observées afin d'esquisser la tendance évolutive par groupe expérimental.




***Graphique 6 : Évolution de l'écart avec le nombre d'étapes attendues entre le pré-test et le premier post-test***

Sur les 35 élèves de l'ensemble en évolution négative, 18 proviennent des classes-témoins et 17 des classes-tests. Dix élèves en classes-témoins et 13 en classes-tests ne connaissent pas de variations alors que six élèves du premier groupe et deux du second sont en évolution positive. Ces données ainsi que celles sur la conversion seront importantes afin de répondre à la question principale de notre recherche à la section 7.5.

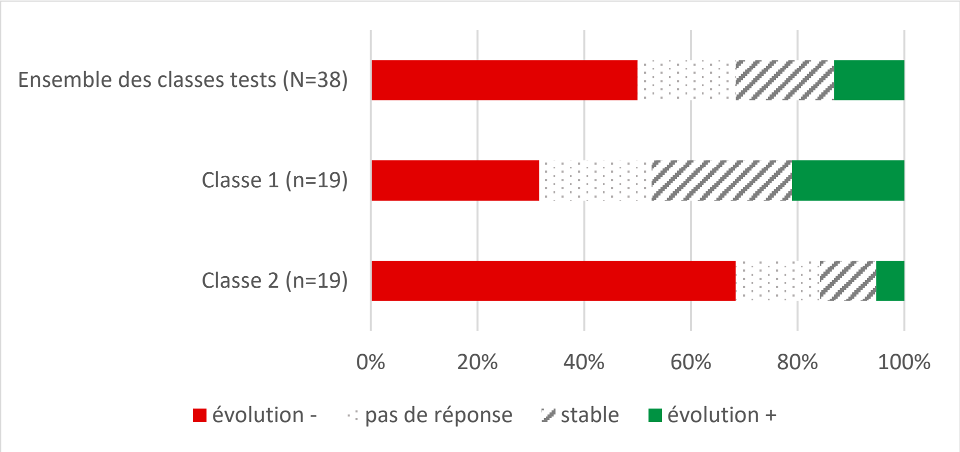
## 6.2 Évolution entre le pré-test et le second post-test pour l'échantillon test

Cette deuxième étape d'analyse s'appuie sur les mêmes méthodes et catégories que celles présentées dans le chapitre 6.1 et ses sous-sections. L'évolution sera cette fois détaillée pour l'ensemble des classes-tests et pour chaque classe de cet échantillon.

Comme expliqué dans la partie « Analyse des données », certains élèves n'ont répondu à aucun exercice du pré-test. De plus, un élève de la classe 1 n'a pas fait le second post-test. Nous aurons donc quatre élèves de la classe 1 et trois élèves de la classe 2 qui apparaîtront dans la catégorie « pas de réponse ».

### 6.2.1 Évolution du taux de réponse

Nous avons repris le même système que celui en 6.1.1 afin d'obtenir les résultats suivants :

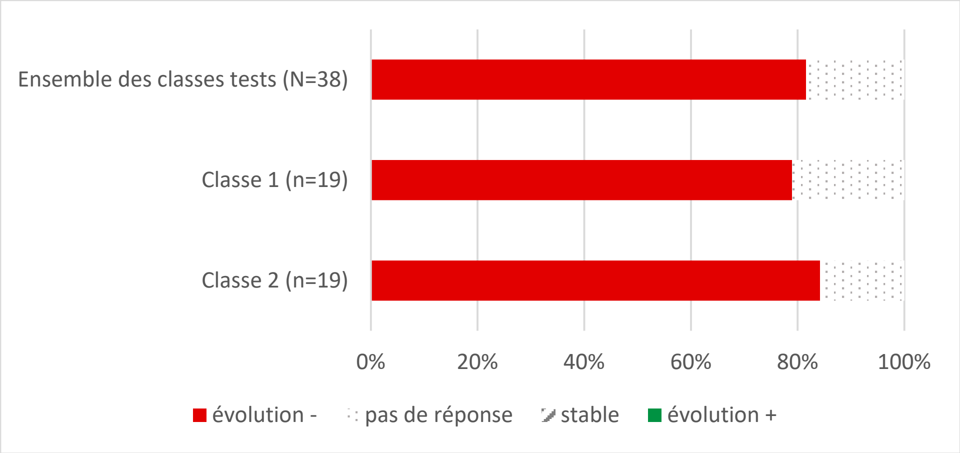



*Graphique 7 : Évolution du taux de réponse entre le pré-test et le second post-test*

Sur les 38 élèves des classes-tests, cinq ont répondu à plus de questions dans le troisième test que lors du premier, sept sont restés stables et 19 ont donné moins de réponses. Les chiffres varient fortement entre les deux classes. Dans la classe 1, quatre élèves sont en évolution positive, six en négative et cinq en stabilité. Pour la classe 2, un élève est en positive, 13 sont en évolution négative et deux restent stables.

### 6.2.2 Évolution du nombre d'erreurs

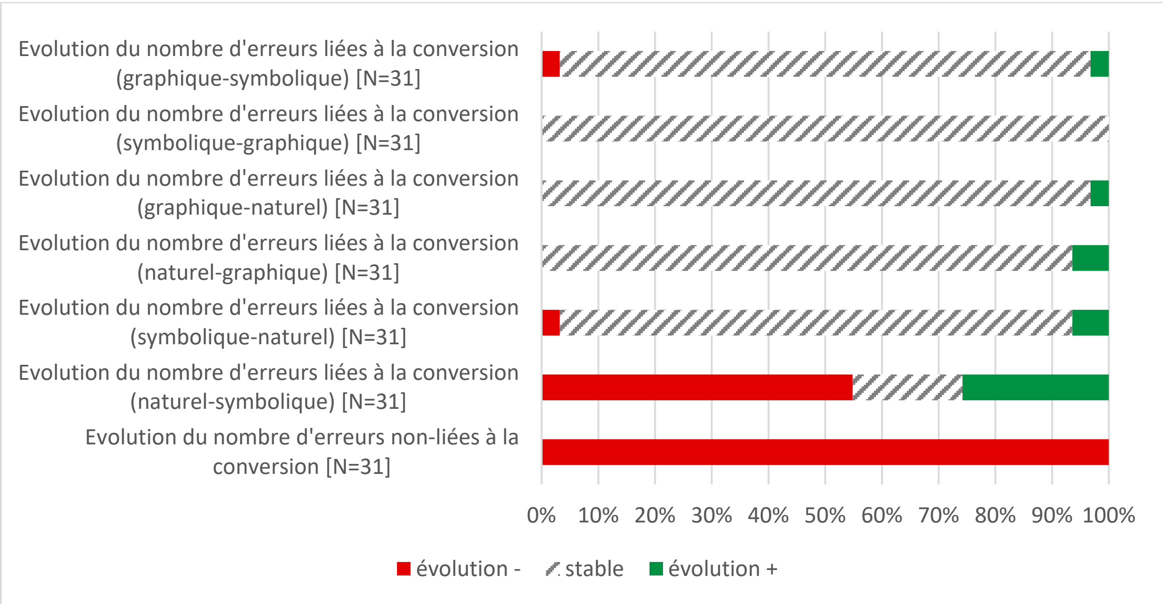
La méthode d'analyse est quasi identique à celle présentée au point 6.1.2. Nous n'avons pas fait de moyenne, sachant que les deux tests comportaient le même nombre d'exercices. La comparaison se fait sur le nombre d'erreurs total. Ci-dessous se trouvent les données ainsi obtenues :




***Graphique 8 : Évolution du nombre d'erreurs entre le pré-test et le second post-test***

Nous observons qu'aucun élève ne connaît de stabilité ou d'évolution positive entre le pré-test et le second post-test dans la catégorie du nombre d'erreurs. Tous les élèves ayant répondu se trouvent en évolution négative, soit 15 dans la classe 1 et 16 dans la classe 2.

Nous avons également comparé pour chaque type d'erreur les résultats au pré-test et ceux au second post-test afin d'en esquisser l'évolution.

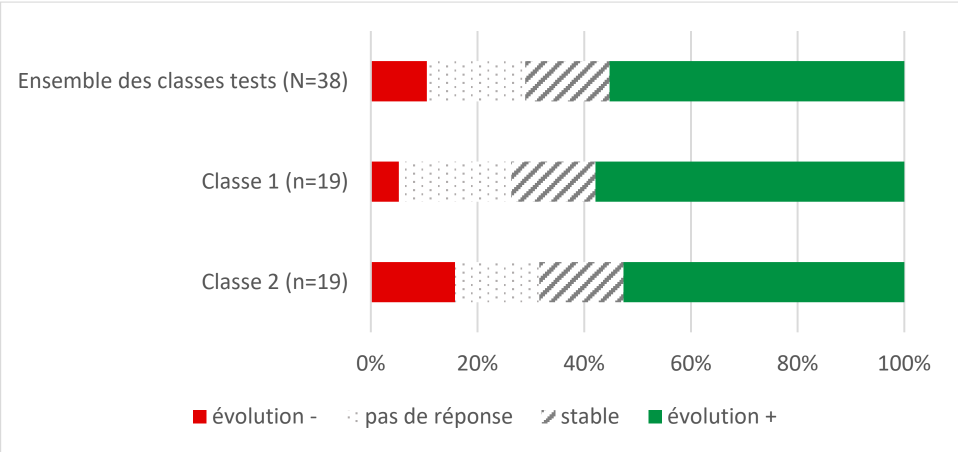



***Graphique 9 : Évolution des erreurs chez les classes-tests entre le pré-test et le second post-test***

Tous les 31 élèves ayant été pris en compte dans l'évolution du nombre d'erreurs restent stables dans le nombre d'erreurs liées à la conversion du registre symbolique vers le graphique. Dans les erreurs liées à la conversion entre le registre graphique et le registre symbolique, un élève est en évolution négative et un en positive. Tous les autres restent stables. Dans le domaine de conversion du graphique vers le naturel, un élève a fait moins d'erreurs lors du post-test que lors du pré-test. Les autres sont dans la stabilité. Dans la conversion inversée de naturel vers graphique, la situation est sensiblement équivalente. Deux élèves ont commis moins d'erreurs alors que les autres en ont fait le même nombre. Le nombre d'erreurs liées à la conversion du registre symbolique vers le registre naturel est resté stable pour 28 élèves. Un élève en a fait plus lors du post-test alors que deux en ont fait moins. Dans la dernière catégorie traitant de la conversion du registre naturel vers le symbolique, 17 élèves connaissent une évolution négative, huit une évolution positive et six restent stables. La totalité des élèves est en évolution négative du point de vue des erreurs non liées à la conversion. Ils ont donc fait plus d'erreurs ne dépendant pas des conversions dans le second post-test que lors du pré-test. Ce résultat important sera discuté dans notre point 7.2 et soulèvera quelques limites de notre dispositif.

### 6.2.3 Évolution de l'écart avec le nombre de conversions attendues

Nous avons ici traité les données strictement comme dans le chapitre 6.1.3. Nous avons modifié le nombre de conversions attendues dans l'exercice 2 entre les deux classes, sachant que pour l'une d'elles, une représentation graphique était déjà donnée.

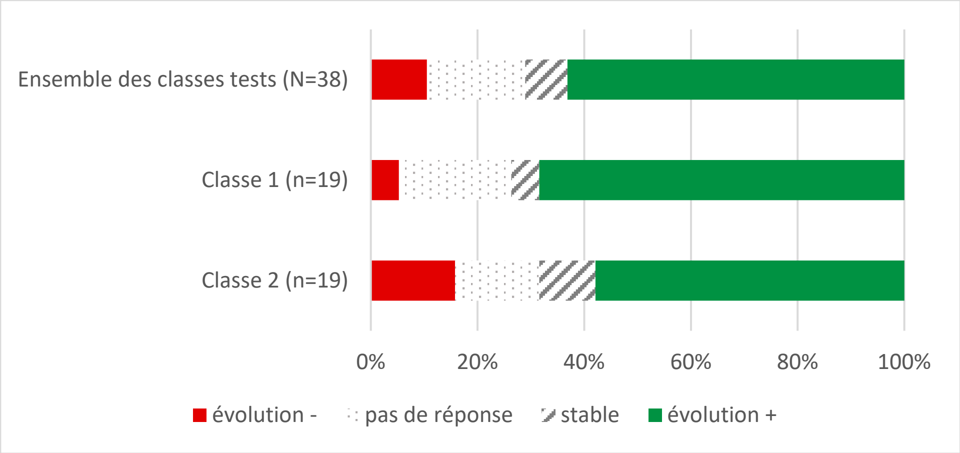



***Graphique 10 : Évolution de l'écart avec le nombre de conversions attendues entre le pré-test et le second post-test***

En général, l'évolution fut positive pour la majorité des élèves avec 11 élèves dans la classe 1 et dix dans la classe 2, donnant un total de 21 sur les 38 élèves de l'échantillon. Trois élèves dans chaque classe ne connaissent pas de différence sur l'écart entre le nombre de conversions attendues et celles observées. Un élève de la classe 1 et trois de la classe 2 partagent une évolution négative. Les tendances de ce chapitre et du suivant seront décryptées au point 7.2. Elles permettront également de fournir des éléments de réponse à la question principale et aux sous-questions de recherche.

### 6.2.4 Évolution de l'écart avec le nombre d'étapes attendues

Comme au point 6.1.4, nous avons mis en relation l'écart entre le nombre d'étapes attendues et le nombre d'étapes observées entre le pré-test et le second post-test.

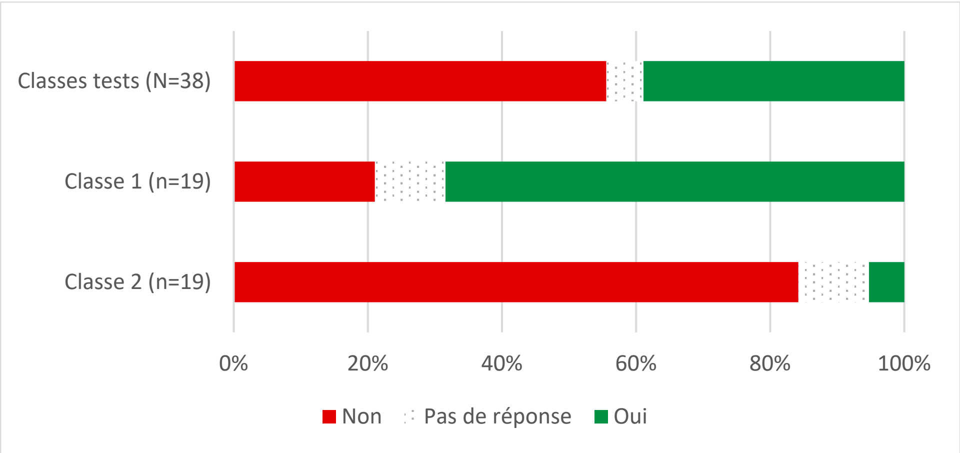



***Graphique 11 : Évolution de l'écart avec le nombre d'étapes attendues entre le pré-test et le second post-test***

Plus de 50 % des élèves ont effectué un nombre d'étapes supérieur dans le second post-test que lors du pré-test. Ils sont 13 dans la classe 1 et 11 dans la classe 2. Les élèves ayant gardé un nombre d'étapes stable sont au nombre de trois avec un dans la classe 1 et deux dans la deuxième. Un élève de la classe 1 et trois de la classe 2 connaissent une évolution négative.

### 6.3 Mobilisation d'une unité signifiante novatrice

Nous avons effectué cette observation supplémentaire sur l'exercice 2 du second post-test, comme mentionné au chapitre 4.2.2.2. Les élèves de la classe Seuls deux élèves de la classe 1, n'ayant pas effectué le second post-test, et deux élèves de la classe 2, n'ayant pas effectué cet exercice, appartiennent à la catégorie « pas de réponse ». Nous avons noté pour chaque élève si l'unité signifiante « fuseau horaire » était intégrée dans la démarche de résolution.




***Graphique 12 : Mobilisation d'une unité signifiante novatrice dans le second exercice du second post-test***

Dans la classe 1, 13 élèves ont pris en compte l'unité signifiante novatrice dans leur conversion, ce qui représente plus de deux tiers, et quatre ne l'ont pas fait. Dans la classe 2, un élève a intégré cette unité signifiante dans sa conversion alors que les 16 autres ne l'ont pas fait. Nous essayerons d'expliquer cette importante différence aux points 7.4.1 et 7.4.2.

# 7. Interprétation et discussion des résultats

Dans ce chapitre, nous allons, grâce aux données précédemment analysées, dresser de premières constatations en lien avec chaque catégorie. Puis, nous synthétiserons toutes ces informations avec l'éclairage de nos aspects théoriques afin de répondre au mieux à notre question de recherche ainsi qu'aux sous-questions posées au chapitre 3.

## 7.1 Évolution entre le pré-test et le premier post-test

Nous avons remarqué dans le « Graphique 1 » que dans les classes-témoins, l'évolution par rapport au taux de réponse entre les deux tests est quasiment neutre sachant que le nombre d'élèves en progression est égal au nombre d'élèves en évolution négative. Inversement, l'évolution positive est importante chez les classes-tests et une minorité presque négligeable d'élèves se trouve dans le négatif. Nous avons alors comparé ces résultats avec le nombre d'erreurs en moyenne par classe (cf. Graphique 2). Nous observons que le rapport est inversé. Les classes-témoins connaissent une évolution positive plus importante, à l'instar des classes-tests dans le négatif. Une première corrélation semble apparaître. Plus les élèves répondent à des problèmes, plus grande est la probabilité qu'ils fassent des erreurs. Nous comparerons ces résultats avec ceux analysés au point 7.2 ci-dessous afin d'infirmer ou confirmer cette hypothèse.

En observant attentivement la catégorie sur l'écart entre le nombre de conversions attendues et celles observées en 6.1.3, nous jugeons important de mettre en évidence qu'il n'y a pas de différences notables entre les échantillons. En effet, toutes les classes se situent principalement dans une stabilité ou une évolution négative avec pratiquement aucun individu en évolution positive. Les mêmes constatations s'appliquent à la catégorie « Évolution de l'écart avec le nombre d'étapes attendues ». Une évolution négative importante est à mentionner pour tout l'échantillon indépendamment des classes. Toutefois, nous pouvons signaler que l'évolution positive est trois fois plus importante chez le groupe témoin. Une deuxième corrélation nous apparaît. Moins les élèves changent de registres de représentations sémiotiques dans leur démarche de résolution et moins d'étapes sont mobilisées. Ce lien nous semble tout à fait logique. En effet, chaque conversion est au moins une étape supplémentaire dans la résolution du problème.

Nous reviendrons sur ces différents éléments dans les chapitres « Éléments de réponse à la question de recherche principale » et « Éléments de réponse aux questions de recherche secondaires ».

## 7.2 Évolution entre le pré-test et le second post-test pour l'échantillon test

Nous allons ici suivre la même logique que dans le point 7.1 afin de trouver des relations entre les différentes catégories d'analyse choisies.

Alors que le taux de réponse est stable pour la classe 1, deux tiers des élèves de la classe 2 se trouvent en évolution négative. Les données sont beaucoup plus tranchées pour l'évolution du nombre d'erreurs. Tous les élèves sans exception sont en évolution négative. Quand nous nous penchons précisément sur ces erreurs, nous observons que la majeure partie n'est pas liée à la conversion entre deux registres différents de représentations sémiotiques, en référence au « Graphique 9 ». Les exercices en eux-mêmes joueraient *a priori* un rôle important. Nous n'avons toutefois pas de données à ce sujet. Nous proposerons des possibilités afin de recueillir des éléments dans ce domaine aux chapitres 8.1 et 8.2.

Des différences notables apparaissent tout de même dans les erreurs de conversion du registre naturel vers le registre symbolique où plus de la moitié des élèves sont en évolution négative et un quart en évolution positive. Le fait que cette conversion soit la plus utilisée par les élèves peut expliquer ces différences. Plus un outil est utilisé, plus grandes sont les possibilités de se tromper. Cette relation est corroborée par les données sur l'écart avec le nombre de conversions attendues et celles sur l'écart avec le nombre d'étapes attendues. L'évolution est majoritairement positive, comme le montrent les graphiques aux points 6.2.3 et 6.2.4. De plus, les chiffres sont quasi similaires dans ces deux catégories, montrant une relation forte entre conversions et étapes, tel que déjà susmentionné.

## 7.3 Mobilisation d'une unité signifiante novatrice

Nous avons observé des résultats différents entre les classes-tests dans l'exercice deux du second post-test, intégrant la notion de fuseau horaire. En effet, le fait qu'une représentation soit proposée ou doive être construite influence la mobilisation d'une unité signifiante novatrice au cours de la conversion.

Dans la classe 1, où la conversion devait être construite, le nombre d'élèves ayant pris en compte l'unité signifiante novatrice est nettement supérieur aux chiffres correspondants de la classe 2, où la conversion entre l'énoncé en registre naturel et une représentation graphique avait été faite (cf. Graphique 12). Comme expliqué au chapitre 4.2.2.2, nous avons ajouté cette variable didactique afin d'observer si le contrat didactique varie suivant les situations. Nos résultats montrent que lorsque la conversion est donnée, les élèves ne prennent généralement pas en compte de nouvelles données et tentent de résoudre l'exercice selon les données en leur possession. Inversement, lorsque la conversion doit être construite, la majorité des élèves prend en compte cette information nouvelle et l'intègre dans son schéma de résolution de problèmes.

Nous inférons que, lorsqu'une représentation est déjà construite et donnée aux élèves, les biais inhérents au contrat didactique sont plus importants. En effet, les élèves suivent le contrat didactique mis en place avec l'enseignant et utilisent les méthodes précédemment apprises pour résoudre un nouveau problème (Duplessis, 2007). Inversement, les biais diminuent lorsqu'une conversion doit être mobilisée. Les élèves sont en rupture avec le contrat didactique précédemment instauré et cherchent de nouvelles méthodes afin de résoudre les problèmes proposés par l'enseignant. Nous développerons cette idée de manière plus précise dans la suite de notre travail.

## 7.4 Éléments de réponse aux questions de recherche secondaires

Nous tenons tout d'abord à préciser que nous n'avons pas traité l'une des sous-questions de notre recherche. En effet, la question « Dans quelle mesure les modifications des procédures peuvent-elles être imputées aux variables didactiques de l'énoncé ? » restera sans interprétation. Nous en expliquerons les causes au chapitre 8.

Il nous semble important de définir les notions de « situation novatrice » et « situation similaire » afin de pouvoir sélectionner les informations nécessaires à l'interprétation des sous-questions restantes. Nous avons défini la notion de situation didactique au point 2.1.3 selon Brousseau (2004). Dans le cadre du pré-test, les situations didactiques impliquées sont novatrices pour les élèves et permettent la mobilisation de préconnaissances sur le thème des « multiples ». En effet, le thème « multiple » n'a été évoqué que partiellement au travers de la recherche de multiples en 6H (cf. chapitre 4.3). Nous avons ensuite proposé dans notre séquence didactique des situations similaires mobilisant des connaissances mathématiques associées aux « multiples et diviseurs ». Les exercices proposés durant le premier post-test sont similaires, puisqu'ils forcent les élèves à réutiliser les mêmes connaissances. Le contexte change dans le second post-test. Comme expliqué précédemment au chapitre 4.2.2.2, les exercices choisis sont volontairement éloignés de l'objet mathématique jusque-là travaillé. Par conséquent, nous jugeons, vis-à-vis du pré-test, les situations du premier post-test comme similaires et celles du second post-test comme novatrices. Cette clarification effectuée, nous pouvons à présent interpréter les sous-questions ci-dessous.

### 7.4.1 Contrat didactique et situations novatrices

En ce qui concerne la question « Le contrat didactique habituel subit-il des modifications majeures lors de l'introduction de situations novatrices ? », plusieurs éléments en notre possession nous permettent d'esquisser une réponse. Avant d'y arriver, nous devons identifier les données dont nous nous servirons pour cette interprétation. Parlant de situations novatrices, nous allons nous appuyer sur les résultats d'évolution entre le pré-test et le second post-test pour l'ensemble des classes-tests. Nous allons également utiliser les informations en lien avec la mobilisation d'une unité signifiante novatrice du « Graphique 12 ».

Nous avons déjà effectué de premières constatations à ce sujet dans le chapitre 7.3 que nous nous permettons de brièvement rappeler. Nous avons remarqué que les résultats entre les deux classes-tests variaient dans l'exercice deux suivant la présence ou non d'une représentation graphique. Nous avons justement choisi d'intégrer dans cet exercice, qui est déjà en soi une situation novatrice, une unité signifiante novatrice. Dans le cas où la représentation est donnée, les élèves utilisent des schémas de résolution sans prendre en compte la nouvelle composante. Nous avons également remarqué lors du traitement des données que la plupart des élèves réutilisaient les connaissances et schémas appris lors de la séquence didactique sur le thème « multiples et diviseurs ». Ce processus s'apparente à l'analogie telle que décrite par Dupays (2011), ce qui sous-entend une non-modification du contrat didactique. En effet, les élèves répondent aux attentes de l'enseignant en reproduisant les méthodes précédemment appliquées. Nous pouvons en conclure, grâce aux éléments déjà expliqués au point 2.5 avec les apports de Duplessis (2007), que le contrat didactique reste inchangé. La proximité temporelle et formelle de la situation pourrait influencer ces résultats. En effet, les élèves pourraient assimiler ces situations comme similaires à celles du premier post-test. Dans ce cas, ils auraient tendance à reproduire les méthodes précédemment apprises. Toutefois, les résultats de l'autre classe sont suffisamment significatifs pour écarter en partie cette hypothèse.

Lorsque nous nous penchons sur les données de cette classe, nous observons que la mobilisation de l'unité signifiante est importante, ce qui a, d'après les observations faites durant l'analyse des résultats et à notre avis, une influence sur le taux de réponse, l'écart avec le nombre de conversions et d'étapes attendues, supérieurs à ceux de la classe analysée en parallèle. La situation didactique sans représentation donnée a forcé les élèves à utiliser des processus de résolution de problèmes autres que l'analogie et les méthodes précédemment apprises avec l'enseignant. La majorité de leurs travaux laissent apparaître un processus d'analyse moyen-fin, comme nous l'avons décrit au chapitre 2.2.3. Cette rupture indique une modification du contrat didactique, au sens de Duplessis (2007).

Nous en retirons une première relation logique, partiellement évoquée précédemment : la mobilisation du processus de conversion entre différents registres de représentations sémiotiques crée des ruptures avec le contrat didactique habituel, ce qui en diminue les effets.

Nous n'avons pas observé de modifications ou ruptures dans le cadre du premier exercice du second post-test. La situation didactique n'obligeait pas la mobilisation du processus de conversion, ce qui peut expliquer les résultats en notre possession. N'ayant pas eu pour ambition l'apprentissage de ce processus, mais une simple exposition, nous manquons d'informations. En effet, aucune procédure n'a été apprise à proprement parler. Les enseignants des classes-tests ont explicité la conversion dans les situations de la séquence didactique le permettant, selon le modèle de l'enseignement stratégique défini par Ouellet (1997). Dans notre recherche, cet élément a tout de même l'avantage d'écarter de nos interprétations un processus d'analogie où les élèves ne font que reproduire la conversion d'après le contrat didactique existant.

Pour ce qui est de l'augmentation du nombre de conversions et d'étapes entre le pré-test et le second post-test, nous ne possédons pas suffisamment d'informations pour l'associer, avec certitude, à une rupture avec le contrat didactique habituel. Les situations didactiques proposées ainsi que les variables didactiques incluses peuvent expliquer cette différence. À vrai dire, ces deux composantes sont généralement modifiées par les enseignants pour que les élèves mobilisent des processus souhaités (Brousseau, 1982). Nous manquons de données qui nous permettraient d'écarter cette possibilité. Toutefois, nous pouvons, grâce à d'autres résultats tirés du second post-test, ébaucher une réponse pour la seconde sous-question traitée ci-dessous.

### 7.4.2 Situations novatrices et transfert

Afin de répondre à la question « L'introduction de situations novatrices permet-elle un transfert de procédures, auparavant appliquées dans des situations similaires ? », nous utiliserons les mêmes ressources qu'au chapitre précédent. Par transfert de procédures, nous faisons référence à la capacité de transfert traitée au chapitre 2.3.1 selon Vianin (2009).

Au préalable, nous souhaitons mettre en évidence un élément lié indirectement à cette question. Nous avons remarqué que lors du premier post-test, la majorité des élèves a effectué au plus le même nombre de conversions et d'étapes que lors du pré-test (cf. Graphique 5 et Graphique 6). Nous en inférons que les élèves ont développé des méthodes et procédures plus efficientes que la conversion afin de résoudre des problèmes dans des situations similaires à celles présentées durant la séquence didactique. Les problèmes étaient proches. Les élèves ont pu appliquer des méthodes analogiques ou des schémas ressemblant à des algorithmes (Dupays, 2011).

Les résultats varient de manière importante dans le second post-test. En effet, la majorité a effectué cette fois plus de conversions et d'étapes que lors du pré-test, comme le montrent les graphiques aux pages 33 et 34. Le nombre de conversions et le nombre d'étapes sont reliés, ce que nous avons déjà évoqué au point 7.2. Nous jugeons les situations de ce test novatrices. Mises ensemble, ces différentes observations nous amènent à la constatation suivante : l'introduction de situations novatrices a permis, dans ce cas précis, un transfert des procédures de conversion. Nous précisons « dans ce cas précis » pour plusieurs raisons. En effet, nous avons déjà remarqué ci-dessus que la modification de l'exercice deux influence le contrat didactique, ce qui agit sur la mobilisation du processus de conversion à travers la prise en compte de l'unité signifiante novatrice. Nous parlons ici de processus de conversion sans l'assimiler à un processus de résolution de problèmes comme défini par Dupays (2011). La conversion sert à réarranger la situation avec une nouvelle représentation, ce qui aide à la résolution selon l'approche de flexibilité cognitive (Dupays, 2011). De plus, nous avons mentionné que les résultats du premier post-test ne démontrent pas l'utilisation du processus de conversion dans les situations similaires, hypothèse importante dans la réponse à notre question principale. Enfin, nous n'avons pas d'échantillon témoin sur le second post-test, ce qui permettrait d'évaluer l'influence de la séquence et nous donnerait la possibilité de confirmer ou infirmer l'influence de notre séquence sur la mobilisation du processus de conversion.

Nous pouvons en conclure que l'introduction de certaines situations novatrices permet, *a priori*, un transfert de procédure. Toutefois, nous manquons d'informations afin d'identifier les caractéristiques d'une situation didactique novatrice permettant ce transfert et d'exclure une démarche de résolution de problèmes « naturelle », commune à chaque enfant.

## 7.5 Éléments de réponse à la question de recherche principale

Au cours des chapitres 7.1 à 7.4.2, nous avons disséminé plusieurs éléments de réponse à notre question de recherche principale que nous nous permettons de mentionner à nouveau : « Dans quelle mesure une séquence didactique comportant des situations impliquant des conversions entre différents registres de représentations sémiotiques influence-t-elle la démarche en résolution de problèmes d'élèves de 7H ? »

Nous nous permettons de distinguer l'influence sur la démarche en résolution de problèmes suivant les situations similaires et les situations novatrices, telles que nous les avons définies à la section 7.4. Cette nuance correspond, à notre sens, à la séparation entre les résultats des deux post-tests.

Les données du premier post-test montrent tout d'abord qu'il n'y a pas de différences significatives entre les classes-témoins et les classes-tests permettant d'associer une plus-value à l'insertion de situations impliquant des conversions dans la séquence didactique. À l'inverse, les classes-témoins connaissent des évolutions positives plus importantes dans le nombre d'erreurs en moyenne, l'écart avec le nombre de conversions attendues et l'écart avec le nombre d'étapes attendues. Cet élément peut en partie être expliqué par une modification de l'exercice trois du premier post-test par l'un des enseignants d'une classe témoin, comme nous l'expliquerons à la section 8.1. Notre séquence didactique comportant des situations impliquant des conversions ne semble pas avoir d'influence sur la démarche en résolution de problèmes des élèves de 7H dans ce test. Nous pouvons en déduire que cette séquence n'a pas d'impact sur la démarche des élèves pour des situations similaires à celles présentées dans ladite séquence. De plus, d'après les hypothèses de Duval (1993) et Hitt (2004), la multiplication des représentations sémiotiques par le biais des situations impliquant des conversions devrait améliorer l'appropriation de l'objet mathématique pour les classes-tests. Or, les données déjà précédemment citées dans ce paragraphe semblent indiquer le contraire. De surcroît, l'évolution du nombre d'erreurs non liées à la conversion est négative pour plus de la moitié des élèves en classes-tests. Ils sont même deux fois plus nombreux en comparaison aux classes-témoins (cf. Graphique 4). Nous n'observons que peu de bénéfices pour cette séquence didactique spécifique dans le cadre du premier post-test. Nous devons encore regarder si une modification intervient dans le cadre de situations novatrices.

Lors du second post-test, des changements dans la démarche en résolution de problèmes sont à relever. Tous les élèves ont commis plus d'erreurs dans ce test que lors du pré-test. Nous pondérons ce constat avec l'analyse des causes d'erreurs. La plupart d'entre elles peuvent être imputées aux situations choisies. En effet, chaque élève a fait des erreurs non liées à la conversion. De plus, le taux de réponse présenté dans le « Graphique 7 » est plus faible dans le second post-test que lors du pré-test. Nous pensons que ces deux constatations soulèvent la question de la difficulté des exercices proposés, qui sera développée dans notre analyse critique.

Nous avons mentionné au chapitre 7.4.1 un changement non négligeable dans la démarche des élèves. Dans le cas précis de l'exercice deux sans représentation donnée, les élèves ont mobilisé le processus de conversion de manière plus importante. Nous en observons l'effet à travers la mobilisation de l'unité signifiante novatrice. Plus généralement, l'écart avec le nombre de conversions et d’étapes attendues pour ce second post-test est supérieur à ceux du pré-test pour l’ensemble des classes-tests. Nous estimons que ces signes démontrent l’influence de notre séquence didactique. La démarche en résolution de problèmes des élèves s’est modifiée en comparaison avec le pré-test alors que toutes les situations ont le même statut : situations novatrices.

L’utilisation de processus de résolution de problèmes différents, comme l’analyse moyen-fin au lieu de l’analogie, et les transferts du processus de conversion dans la situation novatrice renforcent nos conclusions. Nous ne les développerons pas à nouveau et vous renvoyons aux deux chapitres précédents. Grâce à tous ces éléments, nous allons tenter de répondre le plus précisément possible à notre question de recherche.

Après analyse et interprétation des résultats en notre possession, nous pouvons affirmer qu’une séquence didactique comportant des situations impliquant des conversions entre différents registres de représentations sémiotiques influence la démarche en résolution de problèmes d’élèves de 7H dans certaines situations, ici novatrices. Cette influence s’observe par la modification des processus de résolution tels que définis par Dupays (2011), entrainant des ruptures avec le contrat didactique habituel (Brousseau, 1982) et une mobilisation plus importante du processus de conversion (Duval, 2010), impliquant directement, comme nous l’avons précisé au chapitre 4.4, l’augmentation du nombre de représentations sémiotiques fournies. Nous constatons également qu’une séquence didactique comportant des situations impliquant des conversions entre différents registres de représentations sémiotiques n’influence *a priori* pas la démarche en résolution de problèmes d’élèves de 7H dans des situations similaires à celles comprises dans la séquence.

### 7.6 Élément observé initialement non questionné

Nos données nous ont permis de constater une difficulté chez les élèves que nous jugeons intéressante. Lors de la conversion, le nombre d’erreurs le plus important, qui s’observe également par l’évolution négative principale (cf. Graphique 3 et Graphique 8), provient de la conversion partant du registre naturel pour se rendre dans le registre symbolique. Concrètement, les élèves font beaucoup d’erreurs lorsqu’ils représentent l’énoncé en langage mathématique. Cette difficulté peut ensuite entrainer des dérangements dans la démarche de résolution. En effet, l’activité cognitive de traitement, interne au registre symbolique (Duval, 2010), s’effectue sur les unités signifiantes, ce qui permet de résoudre les calculs pour amener ensuite à la réponse. Lorsque des erreurs se glissent dans la conversion, des unités signifiantes peuvent être mal représentées ou tout simplement manquées, modifiant la solution. Nous manquons d’informations à ce sujet et nous pensons que la question mérite d’être approfondie.

Nos résultats ne nous permettent pas d’apporter d’autres réponses à notre recherche. Au contraire, de nombreuses questions restent en suspens. De plus, des incertitudes persistent. Après avoir mis en évidence les limites de notre travail dans le chapitre suivant, nous nous efforcerons de proposer des pistes d’amélioration permettant de clarifier tous ces éléments.

## 8. Analyse critique

De manière générale, notre dispositif nous a permis d’apporter des réponses à notre question de recherche et aux sous-questions relatives. Étant dans une démarche à caractère scientifique, nous savons que notre instrument d’enquête peut être amélioré. Bien que nous ayons pris en compte les classifications d’exercice de Wilhelm et Luthiger (2015) dans la sélection et la construction des situations didactiques proposées aux élèves pour notre séquence et nos tests, celles-ci pourraient être analysées d’après d’autres aspects afin de mieux quantifier leur influence. L’augmentation de l’échantillon avec l’intégration, en parallèle de la séquence didactique sur les « multiples et diviseurs », d’une séquence sur un autre thème du domaine mathématique nous permettrait encore d’affiner nos résultats. En dehors de ces aspects généraux, nous souhaitons relever quelques limites concrètes afin de proposer quelques pistes de perfectionnement.

## 8.1 Limites avec propositions d’amélioration

Nous commencerons par expliquer les raisons nous ayant empêché de traiter la sous-question « Dans quelle mesure les modifications des procédures peuvent-elles être imputées aux variables didactiques de l’énoncé ? ». Le temps nous a manqué pour répondre à cette troisième sous-question, alors que les données nous l’auraient permis. En effet, nous avons modifié l’exercice deux du premier post-test dans ce but. Cette question reste donc en suspens.

En dehors des limites matérielles et temporelles, nous avons relevé plusieurs composantes de notre recherche devant être améliorées. En premier lieu, nous n’avons pas suffisamment d’informations permettant d’affirmer avec certitude que l’évolution positive de l’écart avec le nombre de conversions et d’étapes attendues au second post-test soit associée à la rupture du contrat. Nous devrions analyser des travaux d’élèves ayant été faits durant la séquence didactique lorsque le contrat habituel était en place afin de pouvoir mener une comparaison. Une deuxième limite, en lien avec notre sous-question traitant du contrat didactique, concerne le statut de la conversion. En effet, nous n’avons pas intégré le processus de conversion comme objet d’enseignement et d’apprentissage dans notre séquence didactique. Toutefois, certains élèves ont pu développer une connaissance de cet objet par exposition. Dans ce cas-là, nous ne pouvons pas exclure un processus d’analogie pour résoudre le problème. Proposer une séquence didactique travaillant la conversion comme objet d’apprentissage permettrait d’observer si le contrat didactique se rompt lorsque la conversion entre différents registres de représentations sémiotiques devient une méthode de résolution. Cet aspect sera développé ultérieurement dans les prolongements possibles à cette recherche.

Dans le cadre de la sous-question sur le transfert de processus, nous n’avons pas de classes-témoins sur notre second post-test. Les conditions ne nous ont pas permis, comme expliqué au chapitre 5, de faire passer ce test dans les classes prévues. Ces résultats nous permettraient de savoir si la mobilisation du processus de conversion est influencée par la séquence didactique ou provient d’une démarche « naturelle » de résolution, commune à chaque élève et liée à la situation didactique.

Nous avons relevé une limite en dehors de celles précédemment évoquées dans l’interprétation de notre question de recherche principale. Nous avons déjà mentionné le fait que les situations proposées dans le second post-test soient potentiellement trop difficiles pour les élèves. Deux enseignants nous ont fait un retour à ce sujet. Pour l’un d’entre eux, l’unité signifiante novatrice (le fuseau horaire) est élitiste. Seuls quelques élèves en ont déjà entendu parler et ce sont rarement les élèves ayant le plus de difficultés en mathématiques. L’enseignant de l’une des classes-tests nous a également rapporté que ses élèves avaient été fortement frustrés par ce post-test. Plus précisément, les élèves ont trouvé les situations données difficiles et ils ont eu de la peine à résoudre les problèmes. Nous n’avons pas évalué la complexité et la difficulté des exercices de chacun de nos tests. Nos choix se sont portés sur des critères différents comme la possibilité d’effectuer trois conversions ou la fonction de chaque exercice suivant le modèle de Wilhelm et Luthiger (2015). Une piste d’amélioration consiste en l’analyse selon un modèle théorique existant ou construit de chaque exercice afin d’y associer un coefficient de « difficulté ». Cette étape nous permettrait ensuite dans l'analyse de prendre en considération cette nouvelle donnée afin de nuancer les résultats.

Au cours du traitement des données et de la rédaction de notre travail, nous avons constaté quelques biais méthodologiques. Dans le premier post-test, nous avons conclu que le contrat didactique habituel n'avait pas été modifié, ce qui a pu avoir comme effet l'utilisation du processus d'analogie. Nous avions anticipé cette éventualité en prévoyant initialement de faire passer ce test par un intervenant externe. De cette manière, les élèves sont déstabilisés et ne se réfèrent plus au contrat didactique mis en place avec l'enseignant titulaire. Nous aurions alors eu une rupture, diminuant les risques d'analogie (Brousseau, 1982). Malheureusement, nous n'avons pas pu coordonner cette possibilité avec les enseignants. Un autre biais provient de la mise en œuvre de notre dispositif. Nous avons choisi de laisser une certaine liberté aux enseignants afin qu'ils puissent s'approprier la séquence didactique et les tests. Nous avions envisagé des modifications sur l'habillage des exercices pour qu'ils correspondent aux habitudes visuelles de chaque classe. Cependant, nous ne nous attendions pas à une modification des variables didactiques. Un enseignant a modifié les variables de taille du nombre à deux reprises dans l'exercice trois du premier post-test. Ces changements ont certainement rendu la résolution du problème plus simple ce qui a légèrement modifié les résultats des classes-témoins au premier post-test.

Enfin, notre dispositif laisse une place importante aux enseignants. *A contrario,* nous n'avons pas eu tout le contrôle souhaité. Ayant choisi l'intégration dans les classes d'une séquence didactique sur un thème mathématique complet, nous n'avions pas la possibilité d'intervenir directement auprès des élèves. Nous n'avons pas de traces des méthodes d'enseignement utilisées par chaque enseignant. Ces informations nous permettraient de confirmer si l'explicitation des conversions selon le modèle d'enseignement stratégique (Ouellet, 1997) s'est déroulée en cohérence avec nos intentions. Toutefois, enregistrer les enseignants durant quatre semaines et analyser leur façon d'enseigner nous semble très intrusif. Nous avons préféré privilégier la confiance dans le cadre notre recherche.

Nous allons résumer nos pistes d'amélioration afin de redéfinir un dispositif méthodologique en congruence avec notre recherche.

## 8.2 Propositions globales d'amélioration du dispositif méthodologique

En conservant la structure générale telle que décrite dans notre section 4.4, deux éléments liés à la récolte de données et trois aspects dépendant de la mise en œuvre du dispositif peuvent être modifiés. Nous n'argumenterons pas au sujet des raisons nous poussant à faire ces propositions, l'analyse ci-dessus les mentionnant.

Pour ce qui est du contenu, les exercices devraient être analysés de telle manière qu'un coefficient puisse être attribué selon leur difficulté. Un cadre doit, pour ce faire, être construit ou emprunter à des travaux antérieurs en didactique des mathématiques. Nous pourrions également récolter des travaux d'élèves au cours de la séquence didactique afin d'identifier le contrat didactique habituel. Du point de vue de la mise en œuvre du dispositif, nous pensons que la coordination et la communication avec les enseignants peuvent être optimisées. En effet, les deux premiers biais méthodologiques soulevés précédemment proviennent d'une mauvaise organisation. De plus, une amélioration de ces éléments permettrait de faire passer le second post-test aux classes-témoins. Ces différentes optimisations offriraient la possibilité, à nous comme à toute personne intéressée, de poursuivre cette étude vers d'autres perspectives et de répondre à quelques questions restant sans réponses.

# 9. Conclusion

Le point de départ de notre recherche fut notre questionnement autour de l'enseignement de la résolution de problème chez les élèves du primaire. Nos premières réflexions et investigations nous ont amené à nous intéresser sur la même problématique avec un nouveau concept en adjonction : la conversion entre différents registres de représentations sémiotiques. Afin d'avoir des données sur le sujet, nous avons décidé de mettre en place une séquence didactique comportant des situations didactiques impliquant la conversion dans des classes de 7e HarmoS. Nous voulions observer, en plus de l'influence de cette séquence sur la démarche en résolution de problème des élèves, ses effets sur le contrat didactique et les transferts effectués par les apprenants. Nous n'avions pas émis d'hypothèses lorsque nous avons posé notre question de recherche et les sous-questions relatives. Nous ne nous attendions pas à des résultats spécifiques. Ceux que nous avons obtenus et interprétés ont été recueillis à l'aide de tests avant et après la séquence afin d'observer les évolutions résultantes. Nous pouvons retirer de ces interprétations quelques constats, perspectives et prolongements possibles.

## 9.1 Constats généraux

Le premier constat que nous dégageons en lien avec notre question principale est qu'une séquence didactique comportant des situations didactiques impliquant des conversions ne semble pas influencer la démarche en résolution de problèmes des élèves dans des situations proches à celles présentées durant l'apprentissage. Le fait que la conversion soit explicitée ou non n'a pas influencé de manière significative les résultats des élèves. Nous avons assimilé ce résultat au fait que les élèves pouvaient résoudre des problèmes similaires par analogie, ce qui ne nécessite pas la mobilisation de la conversion.

Nos observations et interprétations sont différentes pour le second post-test. Bien que nous n'ayons pas d'échantillon témoin comparatif, nous avons remarqué une mobilisation plus importante de la conversion dans des problèmes éloignés de ceux inclus dans la séquence. Cette mobilisation a même eu un effet sur le contrat didactique habituel dans le cadre du second exercice. Nous ne pouvons toutefois pas affirmer qu'un transfert ait eu lieu, sachant que les élèves ont seulement été exposés au processus de conversion sans que celui-ci fasse l'objet d'un apprentissage indépendant.

Nous avons également fait quelques constatations imprévues. L'une des principales causes d'erreurs dans la conversion se situe lorsqu'elle se fait du registre naturel vers le registre symbolique. Nous en concluons qu'une difficulté pour les élèves réside dans le passage de l'énoncé en langue d'enseignement à un langage mathématique permettant un processus de traitement. Nous pensons qu'un prolongement découlant de cette réflexion serait des plus intéressant, comme nous le développerons au chapitre 9.3.

Malgré quelques limites et améliorations possibles à notre travail, nous jugeons notre modèle d'analyse cohérent par rapport à notre questionnement. La problématique choisie nous apparaît pertinente. Nous allons même plus loin en pensant qu'un défi pour les didactiques des mathématiques y est sous-jacent. Les constats que nous pouvons tirer de cette recherche nous amènent à deux perspectives pratiques pour les enseignants.

## 9.2 Perspectives pratiques

Les deux perspectives que nous allons développer sont axées sur la conversion avec un angle de vue différent. Bien que nos résultats restent discutables, nous avons remarqué que l'intégration de la conversion n'a pas d'effets négatifs. Au contraire, nous en avons dégagé des aspects positifs que nous souhaitons lier avec la pratique quotidienne des enseignants.

Pour la première, la conversion peut être utilisée par l'enseignant comme un élément de relance chez des élèves en difficulté lors d'un feedback. Un feedback a pour but d'améliorer l'apprentissage dans le cadre spécifique d'une tâche. Nous avons vu que d'après l'approche cognitiviste (Dupays, 2011), la résolution de problème passe par une réorganisation des informations. Lorsque l'élève bloque sur un problème, l'enseignant peut proposer à l'élève de créer une nouvelle représentation dans un registre différent, ce qui peut permettre ce réarrangement de la situation problématique. De plus, nous avons remarqué dans notre interprétation que les élèves ont tendance à prendre en compte des unités signifiantes novatrices lorsque le processus de conversion est mobilisé. Nous pouvons ajouter que la conversion semble diminuer les effets du contrat didactique en créant des ruptures comme lors du second exercice du second post-test. Selon Charnay et Mante (2011), les règles du contrat didactique sont l'une des quatre principales causes d'erreur chez les élèves dans le modèle socio-constructiviste. La conversion deviendrait une régulation de l'enseignant cohérente afin de dépasser ses obstacles.

Pour la seconde, l'accent est mis sur l'élève. Développer le processus de conversion spécifique du registre naturel vers le registre symbolique permettrait *a priori* de diminuer le nombre d'erreurs lors de résolution de problèmes. De cette manière, l'énoncé serait mieux « traduit » en langage mathématique. Une confirmation de ces apports par une recherche ultérieure nous paraît être importante. D'ailleurs, nous n'oublierons pas de l'évoquer dans le chapitre ci-dessous.

## 9.3 Prolongements et perspectives

Un prolongement possible vient de l'un des points soulevés durant notre analyse critique. Nous trouverions judicieux de mettre en parallèle deux séquences didactiques avec des classes-tests et des classes-témoins afin d'observer si la séquence a un impact en elle-même sur la mobilisation de la conversion et la démarche en résolution de problèmes. De plus, cette mesure rejoint une question que nous avons déjà partiellement évoquée : « Est-ce que le transfert du processus de conversion est lié à la séquence ? ». Conjointement à la deuxième séquence, la passation du second post-test dans l'ensemble de l'échantillon permettrait d'affiner les résultats. Une autre interrogation restant dans cette lignée serait : « Quelles sont les caractéristiques d'une situation didactique novatrice permettant un transfert de compétence ou de procédure ? ». Nous laissons cette question ouverte.

Enfin, nous nous demandons si les résultats changeraient, en particulier les ruptures avec le contrat didactique observées dans le second post-test, si la conversion devenait un objet d'apprentissage. Les élèves en feraient probablement usage comme une méthode de résolution. Ils n'utiliseraient plus un processus heuristique, mais une analogie qui leur permettrait de respecter le contrat didactique établi. D'ailleurs, cet apprentissage permettrait de récolter des données sur la question avec laquelle nous souhaitons conclure notre recherche : « Dans quelle mesure une séquence didactique mobilisant comme objet d'apprentissage la conversion entre différents registres de représentations sémiotiques et mettant l'accent spécifiquement sur la conversion du registre naturel vers le registre symbolique influence-t-elle la démarche en résolution de problèmes d'élèves de 7H ? »

## 10. Références bibliographiques


Astolfi, J.-P. (1993). Placer les élèves en « situation-problème » ? *Probio-Revue, XVI.*

Bernoussi, M., & Florin, A. (1995). La notion de représentation : de la psychologie générale à la psychologie sociale et la psychologie du développement. *Enfance, 48*(1), pp. 71-87. doi: 10.3406/enfan.1995.2115

Brousseau, G. (1982). Les "effets" du "contrat didactique". *2ème école d'été de didactique des mathématiques Olivet.* Récupéré sur http://guy-brousseau.com/wp-content/uploads/2012/02/82-83-effet-de-contrat.pdf

Brousseau, G. (2004). Les représentations : étude en théorie des situations didactiques. *Revue des sciences de l'éducation, 30*(2), pp. 241-277. doi:10.7202/012669ar

Bruner, J. (1966). *Toward a theory of instruction.* Harvard University Press.

Charnay, R., & Mante, M. (2011). *Mathématiques : Epreuve écrite d'admissibilité.* Paris: Hatier Concours.

Chastellain, M., & Jaquet, F. (2001). *Mathématiques cinquième année.* Neuchâtel: COROME Commision romande des moyens d'enseignement.

CIIP. (2008). Plan d'études romand (PER). Neuchâtel: CIIP.

Coppé, S., & Houdement, C. (2009). Résolution de problèmes à l'école primaire française: perspective curriculaire et didactique. *Communication au Colloque de la COPIRELEM.* France. Récupéré sur https://halshs.archives-ouvertes.fr/halshs-00959613

Demonty, I., & Fagnant, A. (2012). Les différentes fonctions de la résolution de problèmes sont-elles présentes dans l'enseignement primaire en Communauté française de Belgique? *Conférence de l'Espace Mathématique Francophone.* Genève. Récupéré sur https://www.researchgate.net/publication/280718564_LES_DIFFERENTES_FONCTIONS_DE_LA_RESOLUTION_DE_PROBLEMES_SONT-ELLES_PRESENTES_DANS_L%27ENSEIGNEMENT_PRIMAIRE_EN_COMMUNAUTE_FRANCAISE_DE_BELGIQUE?enrichId=rgreq-d5056ad4154e587eb128eef83e234cd9-XXX&enrichSo

Dupays, A. (2011). *Apprentissage en résolution de problèmes: influence du mode d'instruction.* Thèse de doctorat, Université de Franche-Comté. Récupéré sur https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00718869

Duplessis, P. (2007). L'objet d'étude des didactiques et leurs trois heuristiques: épistémologique, psychologique et praxéologique. Récupéré sur http://lestroiscouronnes.esmeree.fr/uploads/L_objet_d_etude%20des%20didactiques/Duplessis%20Texte%20L'objet%20d'%C3%A9tude%20des%20didactiques.pdf

Duval, R. (1993). Registre de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de diactique et de sciences cognitives, 5,* 37-65.

Duval, R. (1995). *Sémiosis et pensée humaine.* Colombier-Neuchâtel: Peter Lang.

Duval, R. (1996). Quel cognitif rentenir en didactique? *Recherches en Didactique des Mathématiques, 16*(3), 349-382.

Duval, R. (2002). Comment décrire et analyser l'activité mathématique? Cadres et registres. Récupéré sur https://tecfa.unige.ch/tecfa/teaching/staf26/Doua.pdf

Duval, R. (2010, Janvier-Juin). Sémiosis, pensée humaine et activité mathématique. *Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas, 6*(11), pp. 126-143.

Guilbert, L., Ouellet, L., de Sainte-Foy, C., & Descôteaux, S. (2003). L'apprentissage par problèmes. Dans L. Lafortune, & C. Solar, *Femmes et Maths, Sciences et Technos* (pp. 183-204). PUQ.

Hattie, J. (2012). *Visible Learning for Teachers : Maximazing impact on learning.* Routledge.

Hitt, F. (2004). Les représentations sémiotiques dans l'apprentissage de concepts mathématiques et leur rôle dans une démarche heuristique. *Revue des sciences de l'éducation, 30*(2), pp. 329-354. doi:10.7202/012672ar

Hung, W., Jonassen, D. H., & Liu, R. (2008). Problem-based learning. *Handbook of research on educational communications and technology*, pp. 485-506.

Lubart, T. (2003). *Psychologie de la créativité.* Paris: Armand Colin.

Mili, I. (2015). Thème 7.M3 : Didactique des mathématiques I. Repéré dans l'environnement Moodle : http://moodle3.hepvs.ch.

Mili, I. (2017). *Identification d'obstacles et de difficultés inhérents à l'apprentissage de l'algèbre abstraite.* Presses de l'Université de Montréal.

Niedegger, C. (2014). PISA 2012 : compétences des jeunes Romands. *Résultats de la cinquième enquête PISA auprès des élèves de fin de scolarité obligatoire*. Neuchâtel: IRDP.

Ouellet, Y. (1997, Septembre-octobre). Un cadre de référence en enseignement stratégique. *Vie pédagogique*(104), pp. 4-11.

Problème. (s.d.). *Dictionnaire Larousse en ligne*. Récupéré sur http://www.larousse.fr/dictionnaires/francais/probl%C3%A8me/64046?q=probl%C3%A8me#63329

Reuter, Y., Cohen-Azria, C., Daunay, B., Delacmbre, I., & Lahanier-Reuter, D. (2013). Programmation didactique. Dans Y. Reuter, *Dictionnaire des concepts fondamentaux des didactiques* (pp. 179-183). Bruxelles: De Boeck.

Tardif, J. (1992). *Pour un enseignement stratégique. L'apport de la psychologie cognitive.* Montréal: Éditions Logiques.

Van der Maren, J.-M. (1995). *Méthodes de recherche pour l'éducation.* Montréal: Les Presses de l'Université de Montréal.

Vianin, P. (2009). *L'aide stratégique aux élèves en difficulté. Comment donner à l'élève les clés de sa réussite?* Bruxelles: De Boeck.

Wilhelm, M., & Luthiger, H. (2015). *Aufgabenorientierung: Aufgabenorientierte Planung eines kompetenzfördernden Unterrichts.* Luzern: Pädagogische Hochschule Luzern.

Wilhelm, M., Luthiger, H., & Wespi, C. (2014). *Prozessmodell zur Entwicklung von kompetenzorientierten Aufgabensets.* Luzern: Entwicklungsschwerpunkt Kompetenzorientierter Unterricht, Pädagogische Hochschule Luzern.

## 11. Annexes

| | |
|---|---|
| **Annexe I** | Séquence didactique sur le thème « multiples et diviseurs » |
| **Annexe II** | Pré-test |
| **Annexe III** | Premier post-test |
| **Annexe IV** | Second post-test |

## 11.1 Annexe I

# Planification de séquence

***Développement d'un ou plusieurs objectifs généraux et déclinaison en objectifs spécifiques et tâches prévues***

| ***Titre de la séquence : Multiples et diviseurs*** | |
|---|---|
| ***But(s) – Intention(s)*** | ***Se représenter, problématiser et modéliser des situations et résoudre des problèmes en construisant et en mobilisant des notions, des concepts, des démarches et des raisonnements propres aux Mathématiques et aux Sciences de la nature dans les champs des phénomènes naturels et techniques, du vivant et de l'environnement, ainsi que des nombres et de l'espace.*** |
| ***Objectifs généraux*** | ***MSN 23-1 — Résoudre des problèmes additifs et multiplicatifs en traduisant les situations en écritures additive, soustractive, multiplicative ou divisive*** |

| ***Séances*** | ***Objectifs*** | ***Type d'exercices*** | ***Proposition tirée des moyens d'enseignement en vigueur*** | ***Possibilité de changer de registre*** |
|---|---|---|---|---|
| ***1.*** | ***Identifier les multiples d'un nombre.*** | ***Confrontation*** | ***Ex. 1 À vos marques*** | |
| ***2. et 3.*** | ***Représenter les multiples d'un nombre à l'aide d'une écriture mathématique.*** | ***Elaboration et Entraînement*** | ***Utilisation de feuille d'entraînement*** | |
| ***4. et 5.*** | ***Identifier les multiples communs entre deux nombres.*** | ***Elaboration et Entraînement*** | ***Ex. 3 À pas de géant***<br><br>***Ex. 6 Avec des calques***<br><br>***Ex. 7 Questions pour un champion*** | ***X*** |

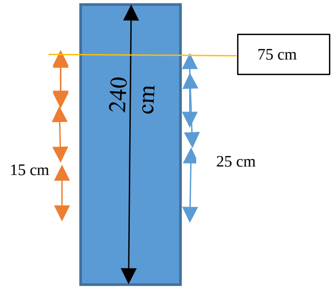
| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| ***6.*** | ***Identifier le plus petit multiple commun entre deux nombres.*** | ***Elaboration et Entraînement*** | ***Ex. 11 L'escalier*** | |
| ***7. et 8.*** | ***Appliquer et exercer la recherche de multiples communs.*** | ***Entraînement et approfondissement*** | ***Ex. 12 Le placard***<br>***Utilisation de feuille d'entraînement*** | ***X*** |
| ***9. et 10.*** | ***Appliquer et exercer la recherche de multiples communs ou relatifs dans le cadre de résolution de problèmes*** | ***Transfert*** | ***Ex. 13 Les croulants***<br>***Ex. 14 À la caisse*** | ***X*** |
| ***11.*** | ***Identifier les diviseurs d'un nombre donné*** | ***Confrontation*** | ***Ex. 5 Table de multiplication*** | |
| ***12. et 13.*** | ***Identifier les diviseurs d'un nombre en utilisant une méthode généralisée.***<br>***Identifier le plus grand diviseur commun entre deux nombres.*** | ***Elaboration et Entraînement*** | ***Ex. 9 Diviseurs***<br>***Utilisation de feuille d'entraînement*** | |
| ***14. et 15.*** | ***Appliquer et exercer la recherche de diviseurs communs ou relatifs dans le cadre de résolution de problèmes.*** | ***Entraînement et approfondissement*** | ***Ex. 8 Partage***<br>***Utilisation de feuille d'entraînement*** | ***X*** |
| ***16 et 17.*** | ***Appliquer et exercer la recherche de multiples et diviseurs communs ou relatifs dans le cadre de résolution de problèmes.*** | ***Transfert*** | ***Ex. 15 Nombres croisés***<br>***F4 Le chevalier*** | |

| Nom de l’exercice | Registre principal | Registre secondaire |
|---|---|---|
| ***Ex. 1 À vos marques*** | Arithmétique | |
| ***Ex. 3 À pas de géant*** | Arithmétique | Graphique |
| ***Ex. 5 Table de multiplication*** | Tableau | Arithmétique |
| ***Ex. 6 Avec des calques*** | Graphique | |
| ***Ex. 7 Questions pour un champion*** | Arithmétique | |
| ***Ex. 8 Partage*** | Symbolique | Arithmétique |
| ***Ex. 9 Diviseurs*** | Arithmétique | |
| ***Ex. 11 L’escalier*** | Arithmétique | |
| ***Ex. 12 Le placard*** | Graphique | Arithmétique |
| ***Ex. 13 Les croulants*** | Arithmétique | Graphique |
| ***Ex. 14 À la caisse*** | Arithmétique | Graphique |
| ***Ex. 15 Nombres croisés*** | Arithmétique | |
| ***F4 Le chevalier*** | Arithmétique | |

Modèle de changement de registre (Ex.12) :

En fabriquant un placard, un menuisier distrait a fixé les supports pour les rayons tous les 15 cm d'un côté, tous les 25 cm de l'autre.
Il est tout de même possible de poser correctement un certain nombre de rayons. Combien?
La hauteur du placard est de 240 cm.

Graphique :




Conversion

Arithmétique :

$M_{75}$={75;150;225;…}

Arithmétique :

$M_{25}$={25;50;75;100;125;150;175;200;225;250;…}

$M_{15}$={15;30;45;60;75;90;105;120;135;150;165;180;195; 210;225;240;…}

## 11.2 Annexe II

**Pré-test**

Exercice 1

Un jeune homme vient d'acheter une nouvelle bibliothèque. Lorsqu'il commence à l'installer, il se rend compte que les supports pour les étagères ne sont pas à la même hauteur de chaque côté. D'un côté, les supports sont disposés tous les 10 cm alors que de l'autre, ils sont disposés tous les 15 cm. La bibliothèque fait 215 cm. Combien d'étagères peut-il installer correctement?

Exercice 2

Deux amis ayant entre 40 et 70 ans discutent sur un banc.

L'âge du premier est multiple de 9. L'année passée, son âge était un multiple de 4.

L'âge du second est à la fois multiple de 5 et de 4. Dans deux ans, son âge sera multiple de 6.

Quel âge ont-ils ?

**Corrigé** :

Exercice 1

Une étagère chaque 30 cm (moment où les supports sont à la même hauteur) => $M_{30}$={30 ; 60 ; 90 ; 120 ; 150 ; 180 ; 210 ; …}

Il y a 7 multiples de 30 avant 215. Il peut donc installer 7 étagères.

Exercice 2

1e :

- $M_9$={9 ; … ; 36 ; 45 ; 54 ; 63 ; …}
- $M_4$={4 ; … ; 36 ; 40 ; 44 ; 48 ; 52 ; 56 ; 60 ; 64 ; 68 ; …}
- Chercher un multiple de 4 qui augmenté de 1 donne un multiple de 9
- Il a 45 ans

2e :

- $M_4$ et $M_5$ => $M_{20}$={20 ; 40 ; 60 ; …}
- $M_6$={6 ; … ; 36 ; 42 ; 48 ; 54 ; 60 ; 66 ; …}
- $M_{20}$+2={22 ; 42 ; 62 ; …} (chercher deux nombres dont la différence est de 2)
- Il a 40 ans

## 11.3 Annexe III

**Premier post-test** *(corrigé en rouge)*

Exercice 1

Mon âge se trouve entre 50 et 100. Il y a un an, mon âge était multiple de 8. Dans trois ans, il sera multiple de 7.

J'ai 81 ans. Il y a un an. J'avais 80 ans (8*10). Dans trois ans, j'aurai 84 ans (7*12).

Exercice 2

Trois randonneurs partent en balade pour atteindre une place de pique-nique. Pour atteindre la place de pique-nique, ils ne doivent parcourir que 296 mètres. Les trois partent en même temps et du même endroit. Pour ne pas se tromper de chemin au retour, ils plantent des piquets :

Patrick plante les piquets chaque 5 mètres.

Josiane plante les piquets chaque 7 mètres.

Loris plante les piquets chaque 6 mètres.

Après combien de mètres Patrick et Josiane ont-ils planté un piquet au même endroit ? (PPMC=35)

Après combien de mètres les 3 randonneurs ont-ils planté leurs piquets au même endroit ? (PPMC=210)

*Variante 1 :*

Patrick plante les piquets chaque 20 mètres.

Josiane plante les piquets chaque 28 mètres.

Loris plante les piquets chaque 36 mètres.

PPMC entre Patrick et Josiane = 140

Pas de PPMC sauf 0 inférieur à 296 pour les trois.

*Variante 2 :*

Avec deux randonneurs sur 100 mètres.

Patrick plante les piquets chaque 15 mètres.

Josiane plante les piquets chaque 18 mètres.

Après combien de mètres Patrick et Josiane ont-ils planté un piquet au même endroit ? (PPMC=90)

Exercice 3

Deux classes d'une même école reçoivent des cœurs en chocolat.

La classe numéro 1 reçoit 165 cœurs en chocolat.

La classe numéro 2 reçoit 210 cœurs en chocolat.

Chaque élève, des deux classes, reçoit le même nombre de cœurs.

Sachant qu'il y a entre 6 et 20 élèves dans une classe, trouve combien d'élèves il y a dans la classe numéro 1 et la classe numéro 2. (11 dans la classe 1 et 14 dans la classe 2, chacun reçoit 15 cœurs.)

## 11.4 Annexe IV

**Second post-test** *(réponses en rouge)*

Exercice 1

Un fermier possède des cochons et des canards. Il s'est amusé à compter le nombre de pattes dans sa ferme. Sachant qu'il y a 3 fois plus de canards que de cochons et qu'il arrive au compte de 230 pattes, combien de cochons et de canards possède-t-il ?

23 cochons et 69 canards.

Exercice 2

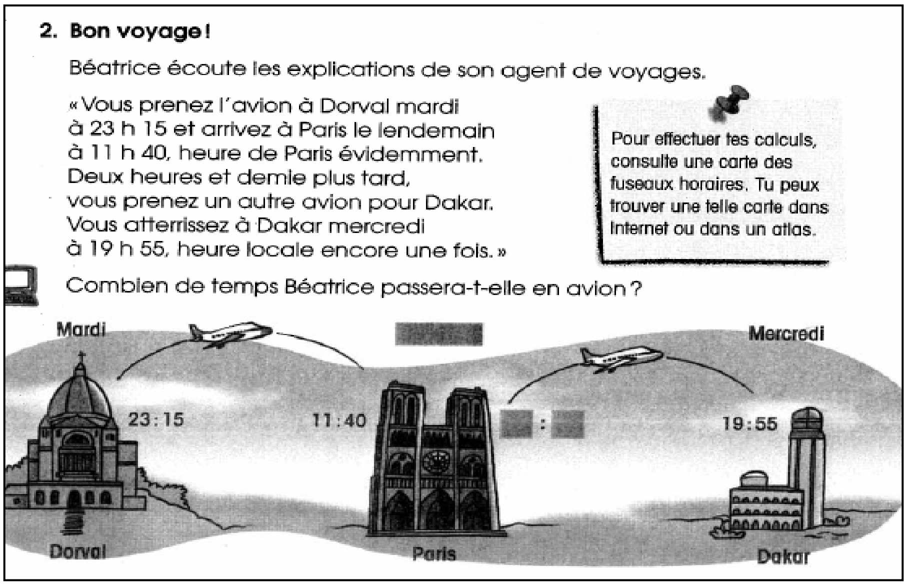
Jacqueline se prépare pour son voyage. Elle doit prendre l'avion à l'aéroport de Montréal le mardi à 23h15 pour arriver à Paris le lendemain à 11h40, heure locale. Deux heures et demie plus tard, elle doit prendre un autre avion pour Dakar. Elle y atterrit mercredi à 19h55, heure locale.

Combien de temps Jacqueline passera-t-elle en avion ?

Montréal (-5 h) --- Dakar (0h) --- Paris (+1 h)

Elle passera 13h15 en avion.

Représentation à donner pour un groupe



## Attestation d’authenticité

Je certifie que ce mémoire constitue un travail original et j’affirme en être l’auteur. Je certifie avoir respecté le code d’éthique et la déontologie de la recherche en le réalisant.

St-Maurice, le 14 février 2017

Rion Samuel